

2002年度 基礎数学ワークブック

| | |
|-----|---|
| 著者 | 井上 昌昭 |
| 雑誌名 | 高知工科大学 基礎数学ワークブック |
| 巻 | 2002年度版 |
| 発行年 | 2002 |
| URL | http://hdl.handle.net/10173/248 |

高知工科大学

基礎数学ワークブック

(2002年度版)

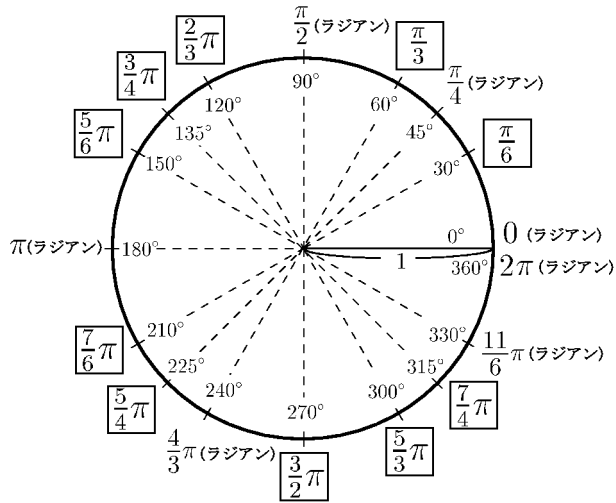
Series A

No. 3

解答

< 1 ページ. 弧度法 2 >

問 1 の解答



問 2 の解答

- (1) 3π (2) $-\frac{3}{2}\pi$ (3) $\frac{7}{2}\pi$
 (4) $-\frac{9}{4}\pi$ (5) $\frac{25}{6}\pi$ (6) $-\frac{19}{4}\pi$

問 3 の解答

- (1) $\ell = 2\pi r$
 (2) $S = \pi r^2$

< 2 ページ. 弧度法 2 >

問 1 の解答

| | | | | | | |
|--------------|--------------------|--------------------|----------------------|--------------------|--------------------|-------------|
| 度数法 | 45° | 60° | 90° | 120° | 180° | 360° |
| 弧度法 θ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{2}{3}\pi$ | π | 2π |
| 弧の長さ ℓ | $\frac{1}{4}\pi r$ | $\frac{\pi}{3}r$ | $\frac{\pi}{2}r$ | $\frac{2}{3}\pi r$ | πr | $2\pi r$ |
| 面積 S | $\frac{\pi}{8}r^2$ | $\frac{\pi}{6}r^2$ | $\frac{1}{4}\pi r^2$ | $\frac{\pi}{3}r^2$ | $\frac{\pi}{2}r^2$ | πr^2 |

問 2 の解答

$$\ell = \theta r$$

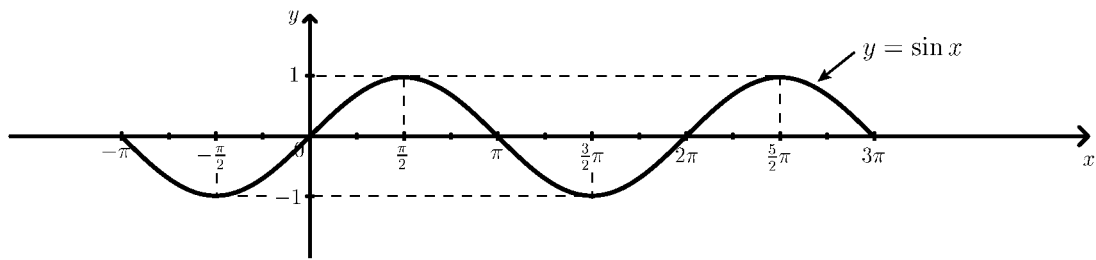
$$S = \frac{1}{2}\theta r^2$$

< 3 ページ. 三角関数のグラフ >

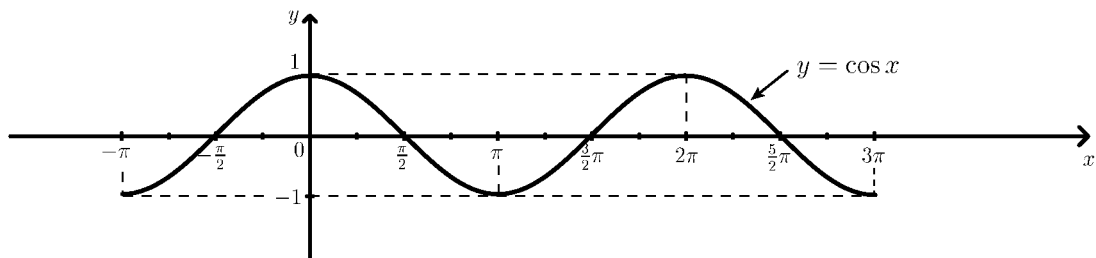
問の解答

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------|-----|--------------|-----------------------|------------------|-----------------------|-----------|----------------------|-----------------|-----------------------|-------------|-----------------------|------------------|-----------------------|-------------|----------------------|------------------|-----------------------|-------------|
| x | 度数法 | -180° | -135° | -90° | -45° | 0° | 45° | 90° | 135° | 180° | 225° | 270° | 315° | 360° | 405° | 450° | 495° | 540° |
| | 弧度法 | $-\pi$ | $-\frac{3}{4}\pi$ | $-\frac{\pi}{2}$ | $-\frac{\pi}{4}$ | 0 | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{3}{4}\pi$ | π | $\frac{5}{4}\pi$ | $\frac{3}{2}\pi$ | $\frac{7}{4}\pi$ | 2π | $\frac{9}{4}\pi$ | $\frac{5}{2}\pi$ | $\frac{11}{4}\pi$ | 3π |
| $\sin x$ | | 0 | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | -1 | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 0 | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 1 | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 0 | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | -1 | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 0 | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 1 | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 0 |
| $\cos x$ | | -1 | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 0 | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 1 | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 0 | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | -1 | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 0 | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 1 | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 0 | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | -1 |

(1) $y = \sin x$

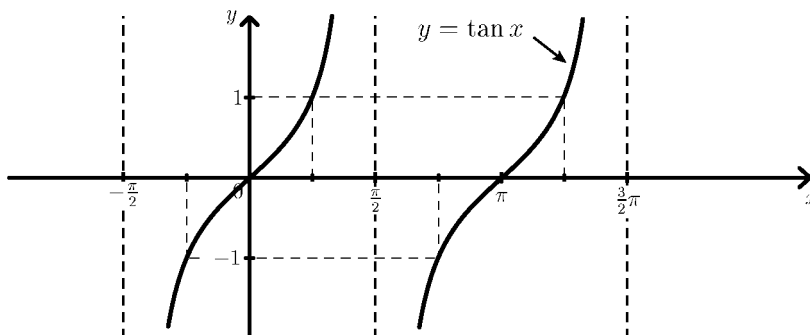


(2) $y = \cos x$



| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------|-----|------------------|------------------|------------------|-----------------------|-----------|----------------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|-----------------------|-------------|----------------------|------------------|------------------|------------------|
| x | 度数法 | -90° | -60° | -45° | -30° | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° | 120° | 135° | 150° | 180° | 210° | 225° | 240° | 270° |
| | 弧度法 | $-\frac{\pi}{2}$ | $-\frac{\pi}{3}$ | $-\frac{\pi}{4}$ | $-\frac{\pi}{6}$ | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{2}{3}\pi$ | $\frac{3}{4}\pi$ | $\frac{5}{6}\pi$ | π | $\frac{7}{6}\pi$ | $\frac{5}{4}\pi$ | $\frac{4}{3}\pi$ | $\frac{3}{2}\pi$ |
| $\tan x$ | | \times | $-\sqrt{3}$ | -1 | $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 0 | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | \times | $-\sqrt{3}$ | -1 | $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 0 | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | \times |

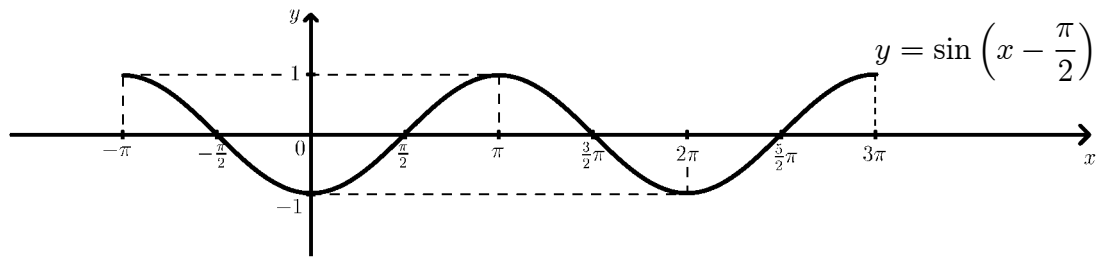
(3) $y = \tan x$



< 4 ページ. 正弦波 1 >

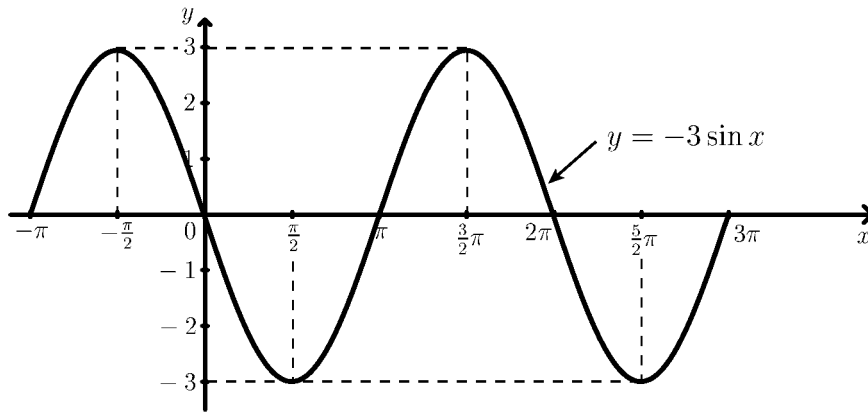
問の解答

| | | | | | | | | | |
|--------------------------------------|--------|------------------|------|-----------------|-------|------------------|--------|------------------|--------|
| x | $-\pi$ | $-\frac{\pi}{2}$ | 0 | $\frac{\pi}{2}$ | π | $\frac{3}{2}\pi$ | 2π | $\frac{5}{2}\pi$ | 3π |
| $\sin x$ | 0 | -1 | 0 | 1 | 0 | -1 | 0 | 1 | 0 |
| $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ | 1 | 0 | -1 | 0 | 1 | 0 | -1 | 0 | 1 |



< 5 ページ. 正弦波 2 >

問の解答

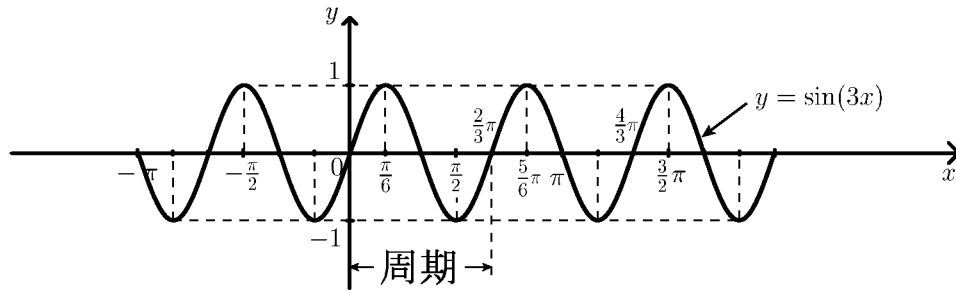


振幅 3

< 6 ページ. 正弦波 3 >

問の解答

| | | | | | | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------------------|------------------|------------------|-----|-----------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|--------|------------------|------------------|
| x | $-\frac{2}{3}\pi$ | $-\frac{\pi}{2}$ | $-\frac{\pi}{3}$ | $-\frac{\pi}{6}$ | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{2}{3}\pi$ | $\frac{5}{6}\pi$ | π | $\frac{7}{6}\pi$ | $\frac{4}{3}\pi$ |
| $3x$ | -2π | $-\frac{3}{2}\pi$ | $-\pi$ | $-\frac{\pi}{2}$ | 0 | $\frac{\pi}{2}$ | π | $\frac{3}{2}\pi$ | 2π | $\frac{5}{2}\pi$ | 3π | $\frac{7}{2}\pi$ | 4π |
| $\sin(3x)$ | 0 | 1 | 0 | -1 | 0 | 1 | 0 | -1 | 0 | 1 | 0 | -1 | 0 |



周期 $\frac{2}{3}\pi$

< 7 ページ.1 次関数のグラフ >

問 1 の解答

$$y = 2x + 1$$

$$y = \frac{2}{3}x - 6$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 4$$

問 2 の解答

$$y = a(x - x_0) + y_0$$

問 3 の解答

$$(1) \text{ 傾き} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

$$(2) y = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0) + y_0$$

< 8 ページ.2 次関数のグラフ 1 >

問の解答

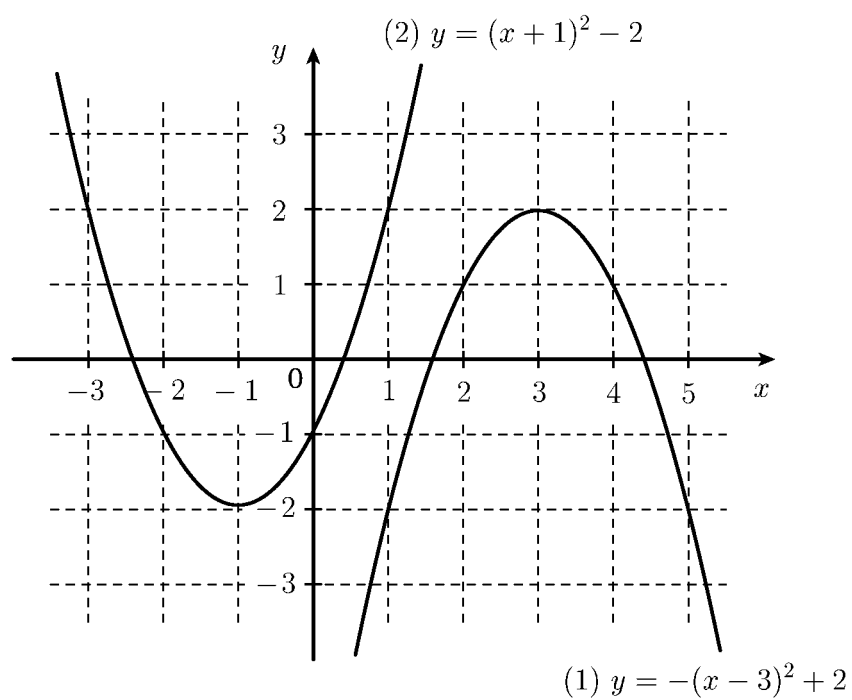
(1) $y = -(x - 3)^2 + 2$

| | | | | | |
|-----|----|---|---|---|----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| y | -2 | 1 | 2 | 1 | -2 |

頂点 $(3, 2)$, 軸 $x = 3$

(2) $y = (x + 1)^2 - 2$

| | | | | | |
|-----|----|----|----|----|---|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 |
| y | 2 | -1 | -2 | -1 | 2 |

頂点 $(-1, -2)$, 軸 $x = -1$ 

< 9 ページ.2 次関数のグラフ 2 >

問 1 の解答

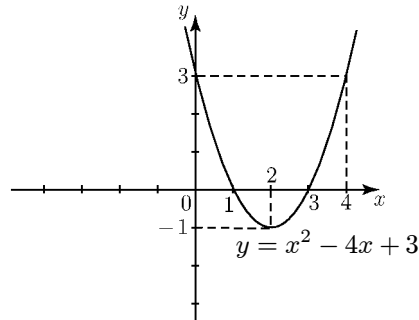
$$(\text{右辺}) = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + c - \frac{b^2}{4a} = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} \right) + c - \frac{b^2}{4a} = ax^2 + bx + c = (\text{左辺})$$

問 2 の解答

$$(1) \quad y = x^2 - 4x + 3$$

$$= (x - 2)^2 - 1$$

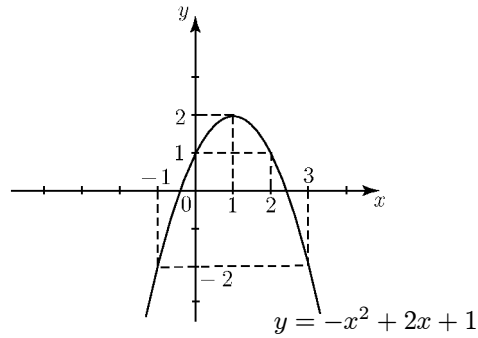
頂点 (2, -1)



$$(2) \quad y = -x^2 + 2x + 1$$

$$= -(x - 1)^2 + 2$$

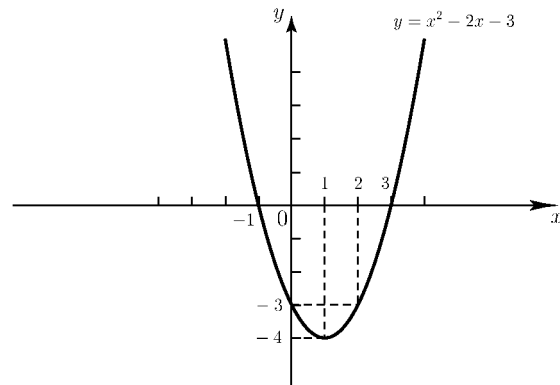
頂点 (1, 2)



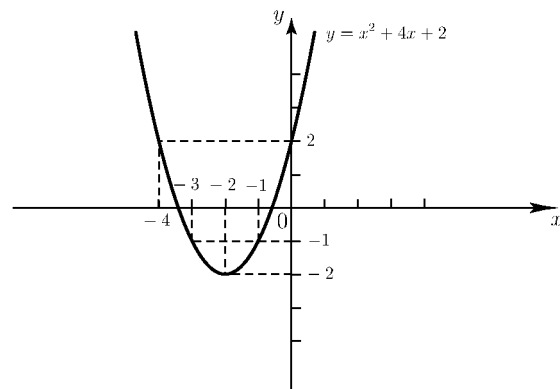
< 10 ページ.2 次関数のグラフ 3 >

問 1 の解答

$$\begin{aligned} (1) \quad & x^2 - 2x - 3 \\ &= (x - 1)^2 - 4 \\ & \text{頂点 } (1, -4) \\ & \text{切片 } -1 \text{ と } 3 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} (2) \quad & x^2 + 4x + 2 \\ &= (x - 2)^2 - 2 \\ & \text{頂点 } (-2, -2) \\ & \text{切片 } -2 - \sqrt{2} \text{ と } -2 + \sqrt{2} \end{aligned}$$



問 2 の解答

$$(1) \quad \underline{x < -1 \text{ か又は } 3 < x}$$

$$(2) \quad \underline{-2 - \sqrt{2} \leq x \leq -2 + \sqrt{2}}$$

< 11 ページ.関数の値 >

問1の解答

$$(1) f(0) = 5 \quad , \quad f(1) = 3 \quad , \quad f(2) = 3$$

$$(2) f(1) = -1 \quad , \quad f(2) = 4 \quad , \quad f(3) = 21$$

$$(3) f(-3) = 108 \quad , \quad f(0) = 0 \quad , \quad f(3) = 54$$

$$(4) f(0) = -1 \quad , \quad f(1) = 0 \quad , \quad f(5) = 144$$

問2の解答

$$(1) f(a) = a^3 \quad , \quad f(a+h) = (a+h)^3$$

$$(2) f(a) = a+1 \quad , \quad f(a+h) = (a+h)+1$$

$$(3) f(a) = 2a^2 - 5 \quad , \quad f(a+h) = 2(a+h)^2 - 5$$

$$(4) f(a) = a^2 + 3a \quad , \quad f(a+h) = (a+h)^2 + 3(a+h)$$

< 12 ページ. 接線 >

問の解答

$$(1) \frac{(1+h)^2}{h} = 2+h$$

$$(2) 2+0.1 = 2.1$$

$$(3) 2+0.01 = 2.01$$

< 13 ページ. 極限 1 >

問 1 の解答

傾き

問 2 の解答

$$(1) \lim_{h \rightarrow 0} (8 + h) = 8$$

$$(2) \lim_{h \rightarrow 0} (1 + h) = 1$$

< 14 ページ. 極限 2 >

問 1 の解答

$$(1) \lim_{h \rightarrow 0} (10 + 5h) = 10$$

$$(2) \lim_{h \rightarrow 0} (12 + 3h) = 12$$

$$(3) \lim_{h \rightarrow 0} (3 + 3h + h^2) = 3$$

$$(4) \lim_{h \rightarrow 0} (27 + 9h + h^2) = 27$$

問 2 の解答

$$(1) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h}{h} = 3$$

$$(2) \lim_{h \rightarrow 0} (2a + h) = 2a$$

$$(3) \lim_{h \rightarrow 0} (3a^2 + 3ah + h^2) = 3a^2$$

< 15 ページ. 接線の傾き 1 >

問1の解答

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\frac{1}{2} + h)^2 - \frac{1}{4}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (1 + h) = 1$$

よって点 A $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ における放物線の傾きは 1 である。

問2の解答

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2 + h)^2 - 4}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (4 + h) = 4$$

よって点 A $(2, 4)$ における放物線の傾きは 4 である。

問3の解答

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\frac{3}{2} + h)^2 - \frac{9}{4}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (3 + h) = 3$$

よって点 A $(\frac{3}{2}, \frac{9}{4})$ における放物線の傾きは 3 である。

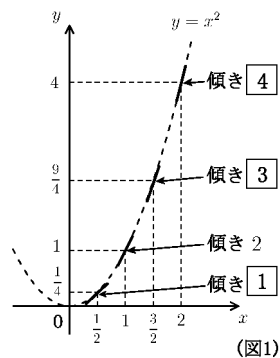
< 16 ページ. 接線の傾き 2 >

問 1 の解答

(1) $x = \frac{1}{2}$ のとき、傾き : 1

$x = \frac{3}{2}$ のとき、傾き : 3

$x = 2$ のとき、傾き : 4



(2) $x = 2$ のときの傾き = $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^2 - 2^2}{h} = 4$

$x = \frac{3}{2}$ のときの傾き = $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{3}{2}+h\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2}{h} = 3$

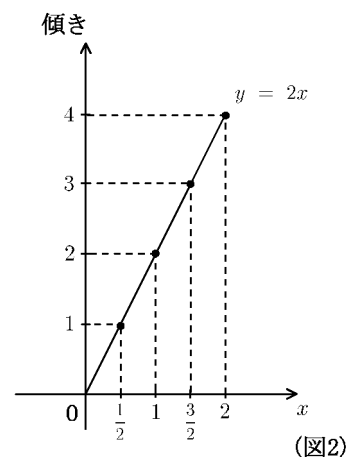
$x = \frac{1}{2}$ のときの傾き = $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{1}{2}+h\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}{h} = 1$

$x = 0$ のときの傾き = $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\left(0+h\right)^2 - \left(0\right)^2}{h} = 0$

(3)

| | | | | | |
|-----|---|---------------|---|---------------|---|
| x | 0 | $\frac{1}{2}$ | 1 | $\frac{3}{2}$ | 2 |
| 傾き | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |

| |
|-----------|
| 傾き = $2x$ |
|-----------|



問 2 の解答

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(a+h)^2 - a^2}{h}$$

$$= 2a$$

問 3 の解答

(1) $x = -1$ のときの傾き = -2

(2) $x = -2$ のときの傾き = -4

< 17 ページ. 接線の傾き 3 >

問 1 の解答

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1+h)^3 - 1}{h} = 3$$

問 2 の解答

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(a+h)^3 - a^3}{h} = 3a^2$$

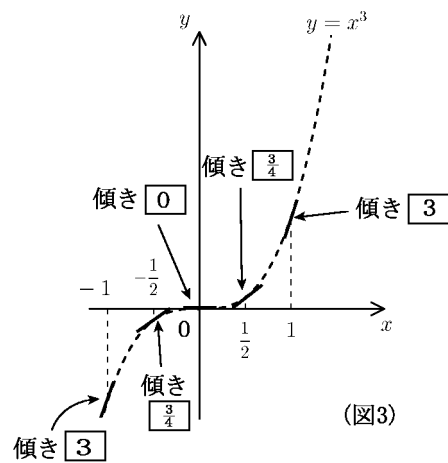
問 3 の解答

(1) $\frac{3}{4}$

(2) 0

(3) $\frac{3}{4}$

(4) 3



< 18 ページ. 微分係数 1 >

問 1 の解答

$$(1) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

問 2 の解答

$x = a$ のときの接線の傾き

問 3 の解答

$$(1) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(a+h)^4 - a^4}{h}$$

$$(2) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4(a+h)^3 - 4a^3}{h}$$

$$(3) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(a+h)^2 - 4(a+h) - a^2 + 4a}{h}$$

$$(4) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(a+h)^3 + 3(a+h)^2 - a^3 - 3a^2}{h}$$

< 19 ページ. 微分係数 2 >

問の解答

$$\begin{aligned} (1) \quad & \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(a+h)^2 - 3a^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 3(2a+h) = 6a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(a+h)^2 - 4(a+b) - a^2 + 4a}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (2a+h-4) = 2a-4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(a+h)^3 + 3(a+h)^2 - a^3 - 3a^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (3a^2 + 3ah + h^2 + 6a + 3a) = 3a^2 + 6a \end{aligned}$$

< 20 ページ. 微分係数 3 >

問 1 の解答

$$f'(a) = 2a - 4$$

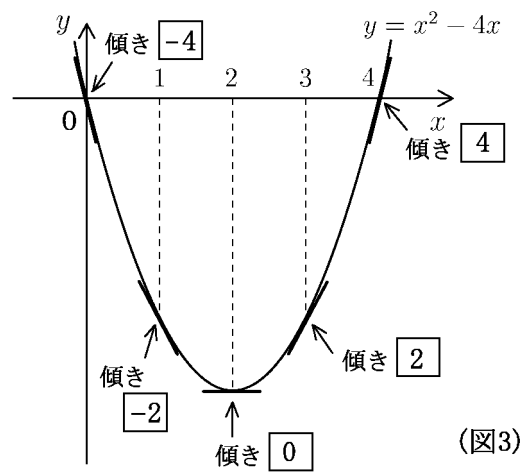
$$f'(0) = -4$$

$$f'(1) = -2$$

$$f'(2) = 0$$

$$f'(3) = 2$$

$$f'(4) = 4$$



問 2 の解答

$$f'(a) = 3a^2 + 6a$$

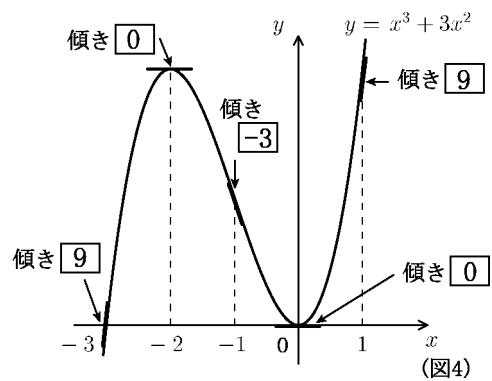
$$f'(-3) = 27 - 18 = 9$$

$$f'(-2) = 12 - 12 = 0$$

$$f'(-1) = 3 - 6 = -3$$

$$f'(0) = 0$$

$$f'(1) = 3 + 6 = 9$$



< 21 ページ. 導関数 1 >

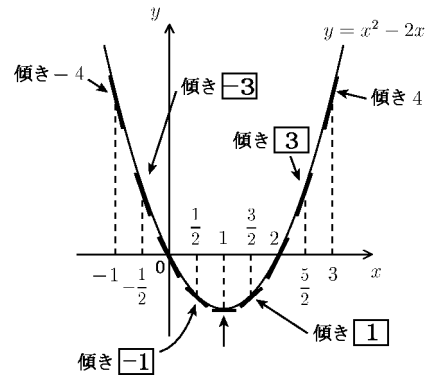
問 1 の解答

(1) $f'(-\frac{1}{2}) = -3$

(2) $f'(\frac{1}{2}) = -1$

(3) $f'(\frac{3}{2}) = 1$

(4) $f'(\frac{5}{2}) = 3$



問 2 の解答

(1) $f(x) = x^2$ (2) $f(x) = x^3$ (3) $f(x) = 5x^2$

$f'(a) = 2a$ $f'(a) = 3a^2$ $f'(a) = 10a$

$f'(x) = 2x$ $f'(x) = 3x^2$ $f'(x) = 10x$

(4) $f(x) = x^2 - 4x$ (5) $f(x) = x^3 + x^2$ (6) $f(x) = x^3 + 3x^2$

$f'(a) = 2a - 4$ $f'(a) = 3a^2 + 2a$ $f'(a) = 3a^2 + 6a$

$f'(x) = 2x - 4$ $f'(x) = 3x^2 + 2x$ $f'(x) = 3x^2 + 6x$

< 22 ページ. 導関数 2 >

問 1 の解答

$$(1) f'(x) = 0$$

$$(2) f'(x) = 5$$

問 2 の解答

$$(1) (3)' = 0$$

$$(2) (2)' = 0$$

$$(3) (2x - 1)' = 2$$

$$(4) (5x - 2)' = 5$$

$$(5) (5x^2)' = 10x$$

$$(6) (x^2 - 2x)' = 2x - 2$$

$$(7) (x^2 - 4x)' = 2x - 4$$

$$(8) (x^3 + x^2)' = 3x^2 + 2x$$

$$(9) (x^3 + 3x^2)' = 3x^2 + 6x$$

< 23 ページ. 導関数 3 >

問の解答

$$(1) (x^3 + 2)' = 3x^2$$

$$(2) (3x^2 - 2x^3)' = 6x - 6x^2$$

$$(3) (x^2 - 3x + 2)' = 2x - 3$$

$$(4) (3x^3 - x^2 + 5x - 1)' = 9x^2 - 2x + 5$$

＜ 24 ページ. パスカルの三角形 ＞

問 1 の解答

$$(1) (a + b)^4 = \boxed{1} \times a^4 + \boxed{4} \times a^3b + \boxed{6} \times a^2b^2 + \boxed{4} \times ab^3 + \boxed{1} \times b^4$$

$$(2) (a + b)^5 = (a + b) \left(\boxed{1} \times a^4 + \boxed{4} \times a^3b + \boxed{6} \times a^2b^2 + \boxed{4} \times ab^3 + \boxed{1} \times b^4 \right) \\ = \boxed{1} \times a^5 + \boxed{5} \times a^4b + \boxed{10} \times a^3b^2 + \boxed{10} \times a^2b^3 + \boxed{5} \times ab^4 + \boxed{1} \times b^5$$

問 2 の解答

$$(a + b)^4 = \boxed{1} \times a^4 + \boxed{4} \times a^3b + \boxed{6} \times a^2b^2 + \boxed{4} \times ab^3 + \boxed{1} \times b^4 \dots\dots\dots \boxed{1} \boxed{4} \boxed{6} \boxed{4} \boxed{1}$$

$$(a + b)^5 = \boxed{1} \times a^5 + \boxed{5} \times a^4b + \boxed{10} \times a^3b^2 + \boxed{10} \times a^2b^3 + \boxed{5} \times ab^4 + \boxed{1} \times b^5 \quad \boxed{1} \boxed{5} \boxed{10} \boxed{10} \boxed{5} \boxed{1}$$

$$(a + b)^6 = \boxed{1} \times a^6 + \boxed{6} \times a^5b + \boxed{15} \times a^4b^2 + \boxed{20} \times a^3b^3 + \boxed{15} \times a^2b^4 + \boxed{6} \times ab^5 + \boxed{1} \times b^6$$

< 25 ページ. 整関数の微分 1 >

問の解答

$$\begin{aligned}(x^4)' = f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^4 - x^4}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4x^3h + 6x^2h^2 + 4xh^3 + h^4}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (4x^3 + 6x^2h + 4xh^2 + h^3) \\ &= 4x^3\end{aligned}$$

< 26 ページ. 整関数の微分 2 >

問 1 の解答

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^5 - x^5}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (5x^4 + 10x^3h + 10x^2h^2 + 5xh^3 + h^4) \\ &= 5x^4 \end{aligned}$$

問 2 の解答

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^6 - x^6}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (6x^5 + 15x^4h + 20x^3h^2 + 15x^2h^3 + 6xh^4 + h^5) \\ &= 6x^5 \end{aligned}$$

問 3 の解答

| | | | | | | | |
|-------------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|
| 元の関数 $f(x)$ | x^0 | x^1 | x^2 | x^3 | x^4 | x^5 | x^6 |
| 導関数 $f'(x)$ | 0 | 1 | $2x$ | $3x^2$ | $4x^3$ | $5x^4$ | $6x^5$ |

問 4 の解答

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

< 27 ページ. 整関数の微分 3 >

問の解答

(1) $1 - 3x^2$

(2) $42x^5$

(3) $40x^3 + 56x^6$

(4) $30x^4 - 6x^2$

(5) $15x^4 - 12x$

(6) $28x^6 - 16x^3 + 18x - 5$

(7) $2x + 3$

(8) $4x^3 - 10x$

< 28 ページ. 関数の増減 1 >

問の解答

(1) $y' = 2x-2$, 頂点 (1,2)

| | | | |
|------|---------|---|---------|
| x | $x < 1$ | 1 | $1 < x$ |
| y' | - | 0 | + |
| y | ↘ | 2 | ↗ |

(2) $y' = -4x+8$, 頂点 (2,7)

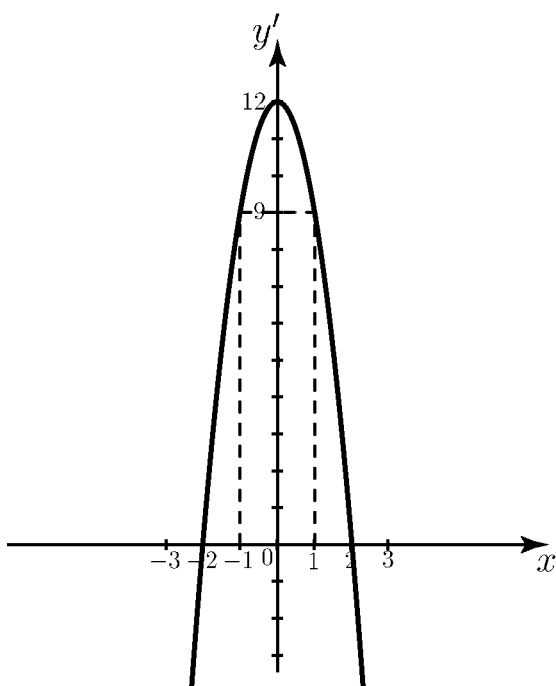
| | | | |
|------|---------|---|---------|
| x | $x < 2$ | 2 | $2 < x$ |
| y' | + | 0 | - |
| y | ↗ | 7 | ↘ |

< 29 ページ. 関数の増減 2 >

問の解答

| | | | | | |
|------|------------|-------|--------------|------|------------|
| x | $x < -2$ | -2 | $-2 < x < 2$ | 2 | $2 < x$ |
| y' | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ |
| y | \searrow | -16 | \nearrow | 16 | \searrow |

$$\begin{aligned}
 y' &= 12 - 3x^2 \\
 &= 3(2 - x)(2 + x)
 \end{aligned}$$



< 30 ページ. 関数の増減 1 >

問の解答

$$(1) y' = -3x^2 + 6x$$

| | | | | | |
|------|---------|---|-------------|---|---------|
| x | $x < 0$ | 0 | $0 < x < 2$ | 2 | $2 < x$ |
| y' | - | 0 | + | 0 | - |
| y | ↘ | 0 | ↗ | 4 | ↘ |

$$(2) y' = 3x^2 - 12x + 9$$

| | | | | | |
|------|---------|---|-------------|---|---------|
| x | $x < 1$ | 1 | $1 < x < 3$ | 3 | $3 < x$ |
| y' | + | 0 | - | 0 | + |
| y | ↗ | 4 | ↘ | 0 | ↗ |

< 31 ページ. 極大・極小 1 >

問の解答

$$x = -2 \text{ のとき極大値 } y = 20$$

$$x = 1 \text{ のとき極小値 } y = -7$$

| | | | | | |
|------|-----|----|-----|----|-----|
| x | ... | -2 | ... | 1 | ... |
| y' | + | 0 | - | 0 | + |
| y | ↗ | 20 | ↘ | -7 | ↗ |

< 32 ページ. 極大・極小 2 >

問1の解答

$$(1) y' = -4x^3 + 4x = -4x(x-1)(x+1)$$

$$x = \pm 1 \text{ のとき極大値 } y = 6$$

$$x = 0 \text{ のとき極小値 } y = 5$$

| | | | | | | | |
|------|-----|----|-----|---|-----|---|-----|
| x | ... | -1 | ... | 0 | ... | 1 | ... |
| y' | + | 0 | - | 0 | + | 0 | - |
| y | ↗ | 6 | ↘ | 5 | ↗ | 6 | ↘ |

問2の解答

$$(2) y' = 12x^3 - 24x^2 - 36x = 12x(x-3)(x+1)$$

$$x = 0 \text{ のとき極大値 } y = 0$$

$$x = -1 \text{ のとき極小値 } y = -7$$

$$x = 3 \text{ のとき極小値 } y = -135$$

| | | | | | | | |
|------|-----|----|-----|---|-----|------|-----|
| x | ... | -1 | ... | 0 | ... | 3 | ... |
| y' | - | 0 | + | 0 | - | 0 | + |
| y | ↘ | -7 | ↗ | 0 | ↘ | -135 | ↗ |

< 33 ページ. 関数のグラフ >

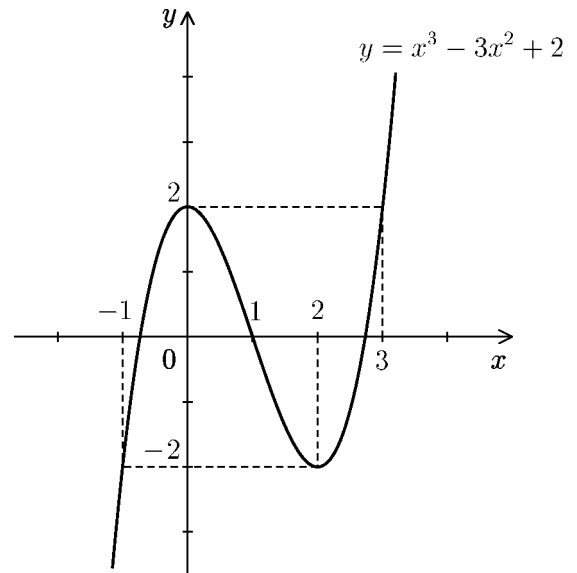
問の解答

(1) $y = x^3 - 3x^2 + 2$

$$y' = 3x^2 - 6x$$

$$= 3x(x - 2)$$

| | | | | | |
|------|-----|---|-----|----|-----|
| x | ... | 0 | ... | 2 | ... |
| y' | + | 0 | - | 0 | + |
| y | ↗ | 2 | ↘ | -2 | ↗ |

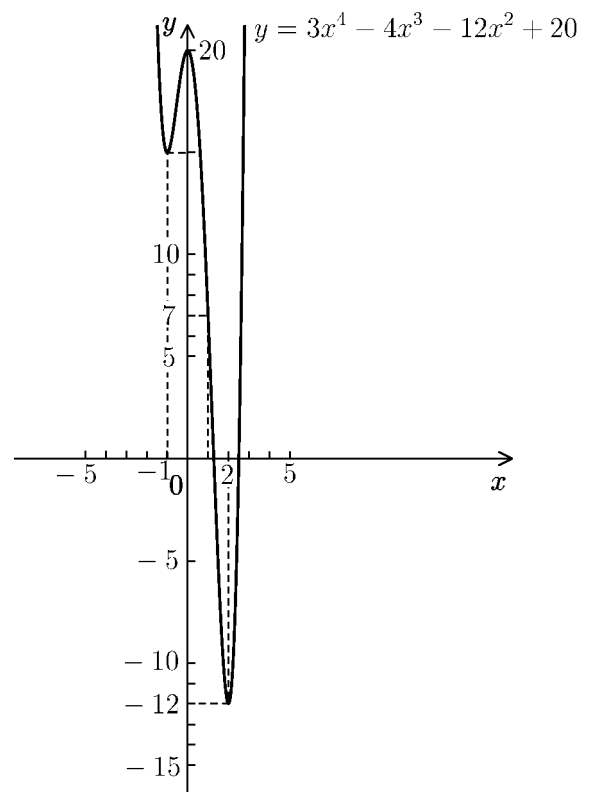
 $x = 0$ のとき 極大値 $y = 2$ $x = 2$ のとき 極小値 $y = -2$ 

(2) $y = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 20$

$$y' = 12x^3 - 12x^2 - 24$$

$$= 12x(x - 2)(x + 1)$$

| | | | | | | | |
|------|-----|----|-----|----|-----|-----|-----|
| x | ... | -1 | ... | 0 | ... | 2 | ... |
| y' | - | 0 | + | 0 | - | 0 | + |
| y | ↘ | 15 | ↗ | 20 | ↘ | -12 | ↗ |

 $x = -1$ のとき 極小値 $y = 15$ $x = 0$ のとき 極大値 $y = 20$ $x = 2$ のとき 極小値 $y = -12$ 

< 34 ページ. 最大・最小 1 >

問の解答

| | | | | | | | |
|------|--------------|-----|---|-----|----|-----|--------------|
| x | -2 | ... | 0 | ... | 3 | ... | 4 |
| y' | X | + | 0 | - | 0 | + | X |
| y | -3 | ↗ | 1 | ↘ | -3 | ↗ | 1 |

$$x = 1 \text{ または } 4 \text{ のとき最大値 } y = 1$$

$$x = 0 \text{ または } 3 \text{ のとき最小値 } y = -3$$

< 35 ページ. 最大・最小 2 >

問の解答

$$y = (4 - 2x)(4 - 2x)x$$

$$= 4x^3 - 16x^2 + 16x$$

$$y' = 12x^2 - 32 + 16$$

$$= 4(3x^2 - 8x + 4)$$

$$= 4(3x - 2)(x - 2)$$

x の範囲 $0 < x < 2$ で増減表を作る。

| | | | | | |
|------|---|-----|------------------|-----|---|
| x | 0 | ... | $\frac{2}{3}$ | ... | 2 |
| y' | ✕ | + | 0 | - | ✕ |
| y | 0 | ↗ | $\frac{128}{27}$ | ↘ | 0 |

(答) $x = \frac{2}{3}$ (cm) のとき、最大容積 $y = \frac{128}{27}$ (cm³) をとる。

< 36 ページ. 時間の関数 >**問 1 の解答**

(1) 19.6

(2) 78.4

(3) 60.025

問 2 の解答

$$x(0) = 0 \quad y(0) = 0$$

$$x(1) = 19.6 \quad y(1) = 14.7$$

$$x(2) = 39.2 \quad y(2) = 19.6$$

問 3 の解答

$$x'(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x(t+h) - x(t)}{h}$$

$$v'(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{v(t+h) - v(t)}{h}$$

問 4 の解答

$$(1) f'(3) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4.9 \times (3+h)^2 - 4.9 \times 3^2}{h}$$

$$(2) f'(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4.9 \times (t+h)^2 - 4.9 \times t^2}{h}$$

問 5 の解答

$$x'(t) = 29.4$$

$$y'(t) = -9.8t + 29.4$$

$$v'(t) = 0$$

< 37 ページ. 速度 1 >

問 1 の解答

$$72 \text{ (km/h)} = \boxed{1.2} \text{ (km/min)} = \boxed{20} \text{ (m/s)}$$

問 2 の解答

$$(1) \frac{4.9(3^2 - 1^2)}{3 - 1} = 19.6$$

$$(2) \frac{4.9(4^2 - 3^2)}{4 - 3} = 34.3$$

$$(3) \frac{4.9(3.5^2 - 3^2)}{3.5 - 3} = 31.85$$

$$(4) \frac{4.9(3.1^2 - 3^2)}{3.1 - 3} = 29.89$$

< 38 ページ. 速度 2 >

問 1 の解答

$$(1) \frac{4.9(3.01^2 - 3^2)}{3.01 - 3} = 29.449 \quad (\text{m/s})$$

$$(2) \frac{4.9\{(3+h)^2 - 3^2\}}{(3+h) - 3} = \frac{4.9(6h + h^2)}{h} = 29.4 + 4.9h \quad (\text{m/s})$$

$$(3) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4.9\{(3+h)^2 - 3^2\}}{(3+h) - 3} = 29.4 \quad (\text{m/s})$$

$$(4) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4.9\{(t+h)^2 - t^2\}}{(t+h) - t} = 9.8t \quad (\text{m/s})$$

問 2 の解答

$$\lim_{h \rightarrow 0} (\text{3 秒後から } 3+h \text{ 秒後までの平均速度}) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} (\text{t 秒後から } t+h \text{ 秒後までの平均速度}) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$$

問 3 の解答

$$(1) 29.4 \quad (\text{m/s})$$

$$(2) 9.8t \quad (\text{m/s})$$

問 4 の解答

$$(1) f'(3)$$

$$(2) f'(t)$$

< 39 ページ. 速度 3 >**問 1 の解答**

$$(1) 19.6 \text{ (m/s)} \quad (2) 39.2 \text{ (m/s)}$$

問 2 の解答

$$(1) v(t) = -9.8t + 29.4 \quad (2) v(0) = 29.4$$

$$(3) t = \frac{29.4}{9.8} = 3 \quad (4) f(3) = 83.3 \text{ (m)}$$

(答) 3 秒後

< 40 ページ. 加速度 >

問の解答

$$(1) v_x(t) = 10(\cos \theta) \quad , \quad v_y(t) = -9.8t + 10 \sin \theta$$

$$(2) v'_x(t) = 0 \quad , \quad v'_y(t) = -9.8$$