2002年度 基礎数学ワークブック

高知工科大学

基礎数学ワークブック

(2002年度版)

Series A

$No.$ 10

解答

< 1ページ. スカラーとベクトル >

問1の解答

① 北東の風 3m/s　　② 南東の風 6m/s

問2の解答

(1) スカラー　　(2) スカラー　　(3) スカラー

(4) スカラー　　(5) ベクトル　　(6) ベクトル

< 2 ページ. 速度の合成 >

問の解答

$$\sin\theta = \frac{3}{5}$$

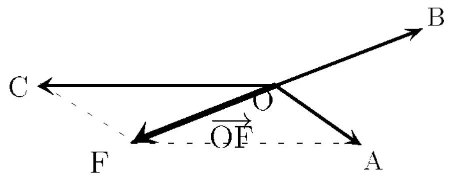
＜ 3 ページ. ベクトルの表記 ＞

問の解答

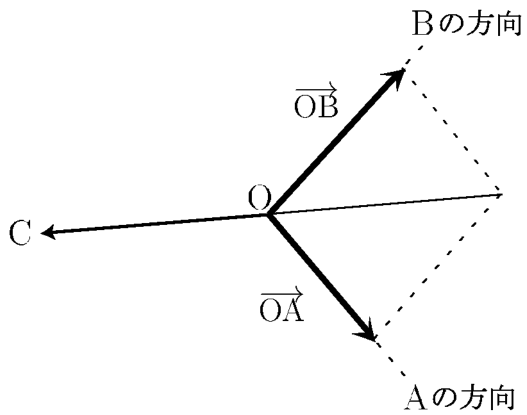
$$\overrightarrow{\mathrm{BO}} = \overrightarrow{\mathrm{AF}} = \overrightarrow{\mathrm{CD}} = \overrightarrow{\mathrm{OE}}$$

＜ 4 ページ. 力の合成 ＞

問 1 の解答

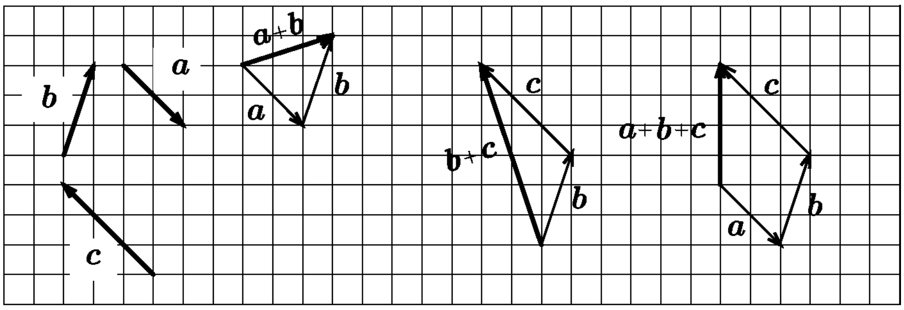


問 2 の解答



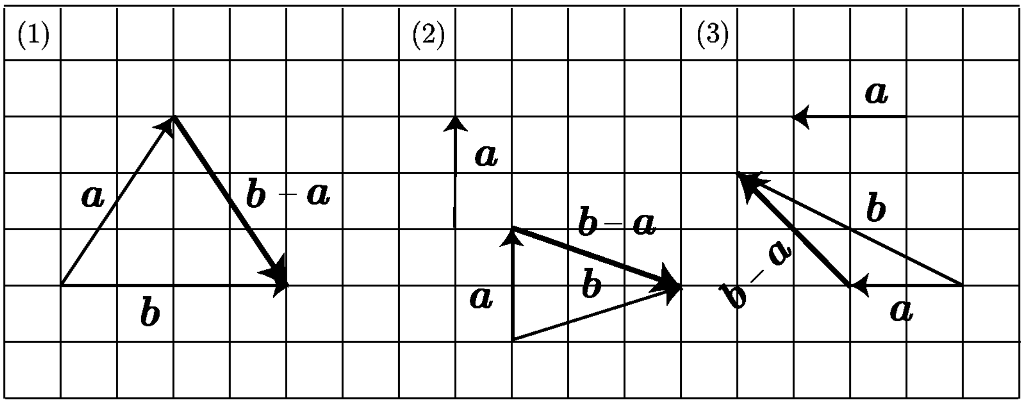
＜ 5 ページ. 平面のベクトル 1 ＞

問の解答



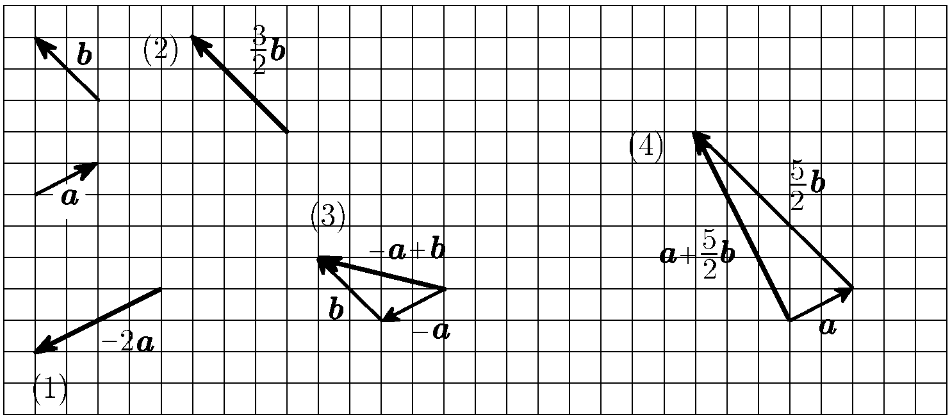
＜ 6 ページ. 平面のベクトル 2 ＞

問の解答



＜ 7 ページ. 平面のベクトル 3 ＞

問の解答



＜ 8 ページ. 平面ベクトルの成分 1 ＞

問の解答

$$\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

＜ 9 ページ. 平面ベクトルの成分 2 ＞

問の解答

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$,　$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}| = \sqrt{17}$,　(2) $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$,　$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}| = 5$,

(3) $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \end{pmatrix}$,　$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$

＜ 10 ページ. 平面ベクトルの成分 3 ＞

問 1 の解答

(1) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} a_1+b_1 \\ a_2+b_2 \end{pmatrix}$, (2) $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} a_1-b_1 \\ a_2-b_2 \end{pmatrix}$, (3) $k\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix} ka_1 \\ ka_2 \end{pmatrix}$

問 2 の解答

(1) $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$, (2) $-\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} 3 \\ 12 \end{pmatrix}$,

(3) $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} 5 \\ 20 \end{pmatrix}$, (4) $\boldsymbol{a}+\frac{2}{3}\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

＜ 11 ページ. 平面ベクトルの内積 1 ＞

問の解答

$$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = 4 \times 3 \times \cos 60^\circ = 6 \quad , \qquad \boldsymbol{c} \cdot \boldsymbol{d} = 9 \times 4 \times \cos 150^\circ = -18\sqrt{3}$$

＜ 12 ページ. 平面ベクトルの内積 2 ＞

問の解答

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}} = 2$,　　(2) $\overrightarrow{\mathrm{AM}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}} = 3$,　　(3) $\overrightarrow{\mathrm{BA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BC}} = 2$

(4) $\overrightarrow{\mathrm{BC}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{MA}} = 0$,　　(5) $\overrightarrow{\mathrm{MB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{MC}} = -1$

＜ 13 ページ. 平面ベクトルの内積の成分表示 1 ＞

問 1 の解答

$$\frac{1}{2}\left\{\mathrm{OA}^2+\mathrm{OB}^2-\mathrm{AB}^2\right\}=\frac{1}{2}\left\{({a_1}^2+{a_2}^2)+({b_1}^2+{b_2}^2)-(b_1-a_1)^2-(b_2-a_2)^2\right\}$$

$$=\frac{1}{2}\left\{{a_1}^2+{a_2}^2+{b_1}^2+{b_2}^2-({b_1}^2-2b_1a_1+{a_1}^2)-({b_2}^2-2b_2a_2+{a_2}^2)\right\}$$

$$=\frac{1}{2}\left\{2a_1b_1+2a_2b_2\right\}=a_1b_1+a_2b_2$$

問 2 の解答

$$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=a_1b_1+a_2b_2$$

＜ 14 ページ. 平面ベクトルの内積の成分表示 2 ＞

問 1 の解答

(1) $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b} = 23$, (2) $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b} = 0 \ \Rightarrow\ \boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$, (3) $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b} = 0 \ \Rightarrow\ \boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$

問 2 の解答

$\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ など

＜ 15ページ. 平面ベクトルのなす角 ＞

問1の解答

$$\cos\theta = \frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2}{\sqrt{{a_1}^2 + {a_2}^2}\,\sqrt{{b_1}^2 + {b_2}^2}}$$

問2の解答

(1) $\cos\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (答) $\theta = 30^\circ = \dfrac{\pi}{6}$

(2) $\cos\theta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ (答) $\theta = 45^\circ = \dfrac{\pi}{4}$

(3) $\cos\theta = 0$ (答) $\theta = 90^\circ = \dfrac{\pi}{2}$

＜ 16 ページ. 平面ベクトルの位置関係 ＞

問の解答

(1) $a_1 = |\boldsymbol{a}|\cos\alpha\ ,\quad a_2 = |\boldsymbol{a}|\sin\alpha$

(2) $b_1 = |\boldsymbol{b}|\cos\beta\ ,\quad b_2 = |\boldsymbol{b}|\sin\beta$

(3) $|\boldsymbol{a}| \times |\boldsymbol{b}| \times \sin(\beta - \alpha) = |\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|(\sin\beta\cos\alpha - \cos\beta\sin\alpha)$

$= |\boldsymbol{a}|\cos\alpha \times |\boldsymbol{b}|\sin\beta - |\boldsymbol{a}|\sin\alpha \times |\boldsymbol{b}|\cos\beta = a_1b_2 - a_2b_1$

＜ 17 ページ. 平面ベクトルの位置関係 2 ＞

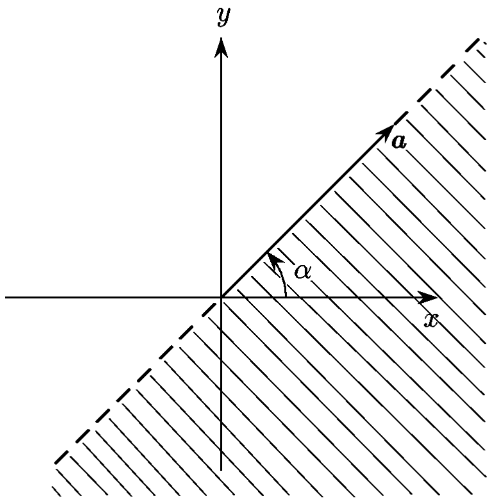
問の解答

$\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ は平行

問 1 の解答

右図の斜線部分

ただし境界は含まない。



＜ 18 ページ. 平面ベクトルと平行四辺形の面積 ＞

問 1 の解答

(1) $h = |\boldsymbol{b}|\sin(\beta - \alpha)$

(2) $S = |\boldsymbol{a}| \times h = |\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\sin(\beta - \alpha) = a_1b_2 - a_2b_1$

問 2 の解答

$S = b_1a_2 - b2a_1 \quad \Big(= -(a_1b_2 - a_2b_1) \Big)$

＜ 19 ページ.2 次の行列式 ＞

問 1 の解答

(1) $\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 5\times 3 - 2\times 4 = 7$, (2) $\begin{vmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} = 3\times 4 - (-1)\times(-5) = 7$

問 2 の解答

$\dfrac{b_1}{a_1} = k$ より $b_1 = ka_1 \ \cdots$ ①

一方 $a_1b_2 - a_2b_1 = 0$ の両辺を a_1 で割ると

$$b_2 - \frac{a_2b_1}{a_1} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad b_2 = \frac{b_1}{a_1}a_2 \quad \Leftrightarrow \quad b_2 = ka_2 \ \cdots ②$$

①, ②より

$$\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka_1 \\ ka_2 \end{pmatrix} = k\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = k\boldsymbol{a}$$

(答) $\boldsymbol{b} = k\,\boldsymbol{a}$

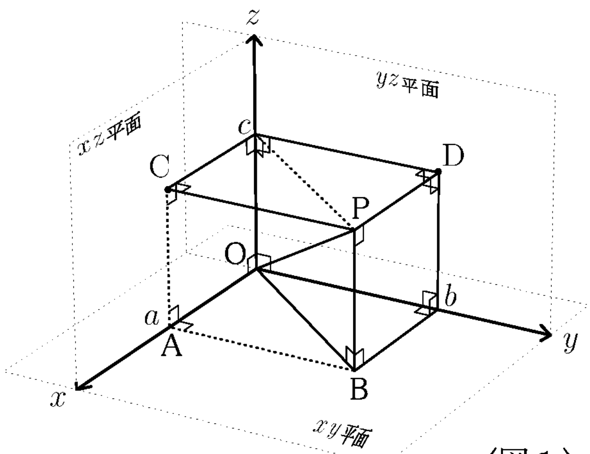
＜ 20 ページ. 空間座標 ＞

問 1 の解答

AC$= c$, CD$=\sqrt{a^2+b^2}$,

AD$=\sqrt{(\mathrm{AC})^2+(\mathrm{CD})^2}=\sqrt{c^2+a^2+b^2}$

$\left(=\sqrt{a^2+b^2+c^2}\right)$



（図 1）

問 2 の解答

PA$= x_2-x_1$, AB$= y_2-y_1$, BQ$= z_2-z_1$

PB$=\sqrt{(\mathrm{PA})^2+(\mathrm{AB})^2}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

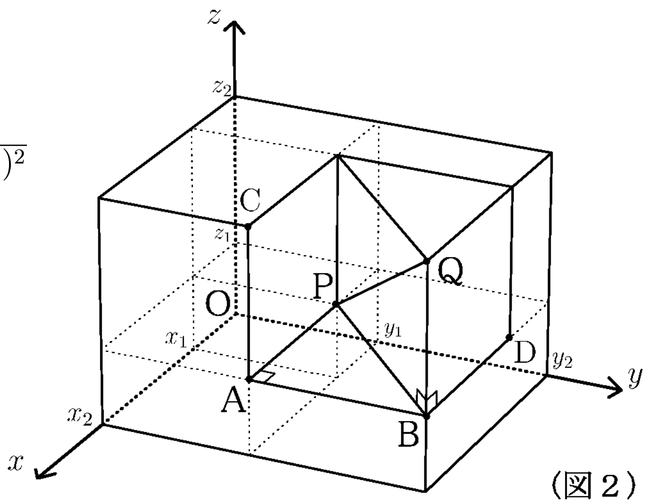
PQ$=\sqrt{(\mathrm{PB})^2+(\mathrm{BQ})^2}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$

問 3 の解答

AC$=z_2-z_1$

AD$=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

CD$=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$



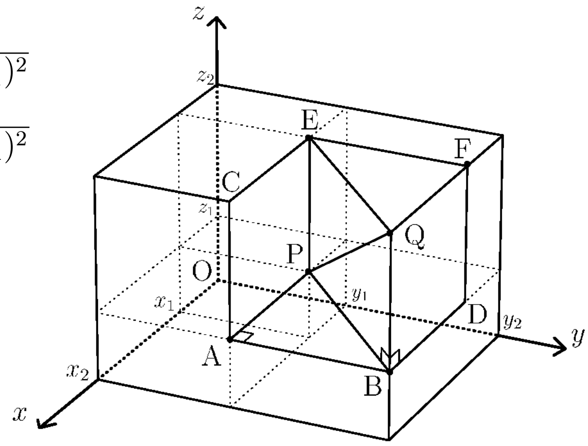
（図 2）

＜ 21 ページ. 空間座標と距離 ＞

問 1 の解答

BE$= \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$

AF$= \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$



問 2 の解答

(1) OA$= \sqrt{(a_1)^2+(a_2)^2+(a_3)^2}$, OB$= \sqrt{(b_1)^2+(b_2)^2+(b_3)^2}$

AB$= \sqrt{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2+(b_3-a_3)^2}$

(2)
$$\begin{aligned}\mathrm{OA}^2+\mathrm{OB}^2-\mathrm{AB}^2 &= {a_1}^2+{a_2}^2+{a_3}^2+{b_1}^2+{b_2}^2+{b_3}^2 \\ &\quad -\{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2+(b_3-a_3)^2\} \\ &= 2a_1b_1+2a_2b_2+2a_3b_3\end{aligned}$$

＜ 22 ページ. 空間のベクトル 1 ＞

問 1 の解答

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \overrightarrow{\mathrm{AD}} = \overrightarrow{\mathrm{CE}} = \overrightarrow{\mathrm{GF}}$, (2) $\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \overrightarrow{\mathrm{AG}} = \overrightarrow{\mathrm{BE}} = \overrightarrow{\mathrm{DF}}$

問 2 の解答

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OG}} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, (2) $\overrightarrow{\mathrm{OD}} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$, (3) $\overrightarrow{\mathrm{OF}} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$

(4) $\overrightarrow{\mathrm{CF}} = \overrightarrow{\mathrm{OD}} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$, (5) $\overrightarrow{\mathrm{FA}} = \overrightarrow{\mathrm{EO}} = -\boldsymbol{b} - \boldsymbol{c}$, (6) $\overrightarrow{\mathrm{EA}} = \overrightarrow{\mathrm{EO}} + \overrightarrow{\mathrm{OA}}$

$$= -\boldsymbol{b} - \boldsymbol{c} + \boldsymbol{a}$$

< 23 ページ. 空間のベクトル 2 >

問 1 の解答

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}_1} = \begin{pmatrix} a_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \overrightarrow{\mathrm{OA}_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ a_2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \overrightarrow{\mathrm{OA}_3} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

問 2 の解答

(1) $|\boldsymbol{a}| = \sqrt{3^2 + 2^2 + 6^2} = \sqrt{49} = 7$, (2) $|\boldsymbol{a}| = \sqrt{{a_1}^2 + {a_2}^2 + {a_3}^2}$

$<$ 24 ページ. 空間のベクトル 3 $>$

問の解答

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$, (2) $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \\ b_3 - a_3 \end{pmatrix}$

＜ 25 ページ. 空間のベクトル 4 ＞

問の解答

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{\mathrm{OB}} - \overrightarrow{\mathrm{OA}} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$2\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{\mathrm{OB}} - \overrightarrow{\mathrm{OA}} = \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \\ b_3 - a_3 \end{pmatrix}$

$3\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \begin{pmatrix} 3a_1 \\ 3a_2 \\ 3a_3 \end{pmatrix}$

＜ 26 ページ. 空間のベクトル 5 ＞

問 1 の解答

(1) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} a_1+b_1 \\ a_2+b_2 \\ a_3+b_3 \end{pmatrix}$, (2) $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} a_1-b_1 \\ a_2-b_2 \\ a_3-b_3 \end{pmatrix}$, (3) $k\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix} ka_1 \\ ka_2 \\ ka_3 \end{pmatrix}$

問 2 の解答

(1) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=5$

(2) $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=3$

(3) $3\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$

$|3\boldsymbol{a}|=3\sqrt{14}$

(4) $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

$|\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}|=\sqrt{10}$

＜ 27ページ. 空間ベクトルの内積 1 ＞

問の解答

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AD}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AF}} = 0$, (2) $\overrightarrow{\mathrm{DB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{DE}} = 1$, (3) $\overrightarrow{\mathrm{AF}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AG}} = 1$

(4) $\overrightarrow{\mathrm{CO}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BG}} = -1$, (5) $\overrightarrow{\mathrm{OB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{CE}} = 1$, (6) $\overrightarrow{\mathrm{DF}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{DE}} = 1$

＜ 28 ページ. 空間ベクトルの内積 2 ＞

問 1 の解答

$$\mathrm{OA}^2 = {a_1}^2 + {a_2}^2 + a_3^2 \quad , \quad \mathrm{OB}^2 = {b_1}^2 + {b_2}^2 + b_3^2$$

$$\mathrm{AB}^2 = (b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2$$

問 2 の解答

$$\frac{1}{2}\left\{\mathrm{OA}^2 + \mathrm{OB}^2 - \mathrm{AB}^2\right\}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{{a_1}^2 + {a_2}^2 + {a_3}^2 + {b_1}^2 + {b_2}^2 + {b_3}^2 - (b_1 - a_1)^2 - (b_2 - a_2)^2 - (b_3 - a_3)^2\right\}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{{a_1}^2 + {a_2}^2 + {a_3}^2 + {b_1}^2 + {b_2}^2 + {b_3}^2 - ({b_1}^2 - 2b_1a_1 + a_1^2) \right.$$
$$\left. -({b_2}^2 - 2b_2a_2 + {a_2}^2) - ({b_3}^2 - 2b_3a_3 + {a_3}^2)\right\}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{{a_1}^2 + {a_2}^2 + {a_3}^2 + {b_1}^2 + {b_2}^2 + {b_3}^2 - {b_1}^2 + 2b_1a_1 - a_1^2 \right.$$
$$\left. -{b_2}^2 + 2b_2a_2 - {a_2}^2 - {b_3}^2 + 2b_3a_3 - {a_3}^2\right\}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{2a_1b_1 + 2a_2b_2 + 2a_3b_3\right\} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

問 3 の解答

$$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

＜ 29 ページ. 空間ベクトルの内積 3 ＞

問の解答

(1) $\cos\theta = \dfrac{4+2+15}{\sqrt{1+4+9}\,\sqrt{16+1+25}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ より (答) $\theta = 30^\circ = \dfrac{\pi}{6}$

(2) $\cos\theta = \dfrac{-4+0}{\sqrt{4+4}\,\sqrt{4}} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ より (答) $\theta = 135^\circ = \dfrac{3\pi}{4}$

(3) $\cos\theta = \dfrac{-1-1-1}{\sqrt{1+1+1}\,\sqrt{1+1+1}} = -1$ より (答) $\theta = 180^\circ = \pi$

＜ 30 ページ. 平面の方程式 1 ＞

問の解答

(1) $3(x-2)+2(y+1)+z-3=0$ (答) $3x+2y+z-7=0$

(2) $a(x-q_1)+b(y-q_2)+c(z-q_3)=0$ (答) $ax+by+cz-aq_1-bq_2-cq_3=0$

＜ 31 ページ. 平面の方程式 2 ＞

問の解答

(1) 原点 $(0, 0, 0)$ を通り $\boldsymbol{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ に垂直な平面

(2) 点 $(0, 1, 0)$ を通り $\boldsymbol{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ に垂直な平面

(3) 点 $(2, 0, 0)$ $\left(\text{または} \left(0, 0, \dfrac{10}{7}\right) \text{等}\right)$ を通り $\boldsymbol{n} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$ に垂直な平面

＜ 32 ページ. 空間の平行四辺形 1 ＞

問の解答

(1) $S^2 = |\boldsymbol{a}|^2 \times |\boldsymbol{b}|^2 - (\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b})^2$

$= (1+4+9) \times (4+9+16) - (2+6+12)^2 = 14 \times 29 - 20^2 = 406 - 400 = 6$

(答) $S = \sqrt{6}$

(2) $S^2 = |\boldsymbol{a}|^2 \times |\boldsymbol{b}|^2 - (\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b})^2$

$= ({a_1}^2 + {a_2}^2 + {a_3}^2) \times (1+1) - (a_1 - a_2)^2$

$= 2{a_1}^2 + 2{a_2}^2 + 2{a_3}^2 - ({a_1}^2 - 2a_1a_2 + {a_2}^2)$

$= {a_1}^2 + {a_2}^2 + 2{a_3}^2 + 2a_1a_2$

(答) $S = \sqrt{{a_1}^2 + {a_2}^2 + 2{a_3}^2 + 2a_1a_2}$

< 33 ページ. 空間の平行四辺形 2 >

問 1 の解答

$$S^2 = \{a_1b_2 - a_2b_1\}^2 + \{a_2b_3 - a_3b_2\}^2 + \{a_3b_1 - a_1b_3\}^2$$

問 2 の解答

$$S^2 = \left\{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}\right\}^2 + \left\{\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}\right\}^2 + \left\{\begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix}\right\}^2$$

問 3 の解答

$$S = \sqrt{\left(\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}\right)^2 + \left(\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}\right)^2 + \left(\begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix}\right)^2}$$

＜ 34 ページ. 外積 1 ＞

問の解答

(1) $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} \\ \\ \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \\ \\ \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 = 20$

(2) $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 0 \end{vmatrix} \\ \\ \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \\ \\ \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix}$

$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = 1 \times 1 + 3 \times (-1) + 5 \times 0 = -2$

＜ 35 ページ. 外積 2 ＞

問 1 の解答

(1) $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} \\ \\ \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \\ \\ \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ より

$(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{a} = 1 \times 1 + (-2) \times 2 + 1 \times 3 = 0$

$(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{b} = 1 \times 1 + (-2) \times 3 + 1 \times 5 = 0$

(2) $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \\ \\ \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \\ \\ \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ より

$(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{a} = -2 \times 3 + 4 \times 2 + (-2) \times 1 = 0$

$(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{b} = -2 \times 1 + 4 \times 0 + (-2) \times (-1) = 0$

問 2 の解答

$$(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} a_2b_3 - a_3b_2 \\ a_3b_1 - a_1b_3 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

$$= (a_2b_3 - a_3b_2)b_1 + (a_3b_1 - a_1b_3)b_2 + (a_1b_2 - a_2b_1)b_3$$

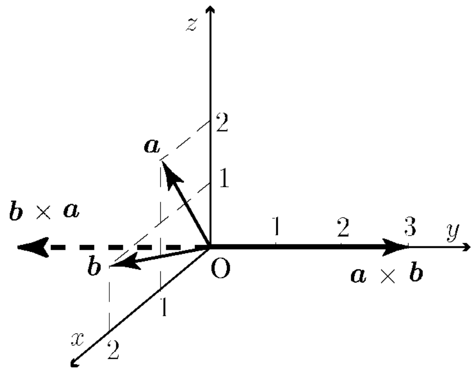
$$= a_2b_1b_3 - a_3b_1b_2 + a_3b_1b_2 - a_1b_2b_3 + a_1b_2b_3 - a_2b_1b_3 = 0$$

＜ 36 ページ. 外積 3 ＞

問の解答

$$\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\ \\ \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \\ \\ \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \\ \\ \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\ \\ \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$$



＜ 37 ページ. 外積 4 ＞

問の解答

(1) $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -11 \\ 5 \end{pmatrix}$, (2) $\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 11 \\ -5 \end{pmatrix}$

(3) $(k\boldsymbol{a}) \times \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} -2k \\ -11k \\ 5k \end{pmatrix}$, (4) $\boldsymbol{a} \times 3\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{0}$

＜ 38 ページ. 平行六面体の体積 ＞

問の解答

(1) $(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ -7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} = 27$

(2) $(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = 0$

< 39 ページ.3 次の行列式 >

問の解答

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 10 \\ 2 & -1 & 10 \\ 3 & 0 & 10 \end{vmatrix} = 1\times(-1)\times 10 + 2\times 0\times 10 + 3\times(-2)\times 10 - 1\times 0\times 10 - 2\times(-2)\times 10 - 3\times(-1)\times 10 = 0$$

＜ 40 ページ. サラスの方法 ＞

問の解答

(1) $\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{vmatrix} = -2$, (2) $\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = -7$

(3) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 3 \end{vmatrix} = -6$, (4) $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -21$