

2018（平成 30）年度 修士学位論文

楕円錐周りの極超音速クロスフロー不安定の数値的研究

Numerical Study of Hypersonic Crossflow Instability
around Elliptic Cone

2019年3月11日

高知工科大学大学院 工学研究科基盤工学専攻
知能機械システム工学コース

1215004 河端 恭平

指導教員 荻野 要介, 野崎 理

目次

第1章.....	1
序論.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.2 研究目的.....	4
1.3 本論文の構成.....	4
第2章.....	5
数値計算法.....	5
2.1 支配方程式.....	5
2.2 離散化手法.....	6
2.3 全体安定性解析.....	7
2.4 計算の流れ.....	10
第3章.....	11
計算条件.....	11
3.1 主流条件.....	12

3.2 全体安定性解析条件	12
3.3 計算格子	12
第4章	15
結果と考察	15
4.1 流れ場計算	15
4.2 全体安定性解析	21
4.2.1 固有値分布と成長率	21
4.2.2 最大固有値に対応する密度の固有モード	22
4.2.3 2番目に大きい固有値に対応する密度の固有モード	26
4.2.4 境界層外縁付近における特徴的構造の調査	29
4.2.5 クロスフロー不安定性の支配因子	35
4.2.6 乱流遷移位置の予測	38
第5章	42
結論	42
謝辞	44
参考文献	45

第1章

序論

1.1 研究背景

近年、高高度を飛行することで、ソニックブームを低減し高速で飛行できる極超音速旅客機への期待が高まっている。図 1.1 に極超音速旅客機の予想模式図を示す。極超音速流中では飛行体前方に衝撃層が形成され、また壁面近傍には境界層が生じる。旅客機形状や飛行条件によっては、乱流化し、高温衝撃層内の流体が乱流輸送によって、壁面を著しく加熱する可能性が高く⁽¹⁾、乱流状態へ遷移する位置を知ることが、機体の熱防衛の観点から、そしてひいては極超音速旅客機の実現のためには極めて重要である。

極超音速機実現に向けて様々な研究が行われており、そのひとつに Hypersonic International Flight Research and Experimentation (HIFiRE) プロジェクトチームを中心に行われている研究がある^(2,3,4,5,6)。HIFiRE プロジェクトでは、空力、燃焼、航法、材料、制御など次世代航空機の基礎技術を追求している。その中で楕円錐模型 (HIFiRE-5)⁽⁷⁾を用いた研究では、極超音速境界層において主要な遷移現象である二次モード不安定性や三次元性によるクロスフロー不安定性のメカニズムを解明しようと、飛行試験⁽⁸⁾や極超音速風洞を用いた実験⁽⁹⁾、様々な数値計算が行われている^(10,11,12,13)。T. J. Juliano と S. P. Schneider⁽¹⁴⁾による HIFiRE-5 を用いた極超音速風洞による実験において、レイノルズ数が $8.0 \times 10^6 [1/m]$ の場合では境界層の薄い長径側のみで高い加熱率が計測された(図 1.2)。一方、レイノルズ数がやや高い $1.18 \times 10^7 [1/m]$ の場合ではさらに約 0.2[m]以降で、筋状の高い加熱率分布が計測された (図 1.3)。乱流遷移したことが原因と考えられているが、乱流遷移のメカニズム解明や遷移位置の予測方法の確立には至っていない⁽¹⁵⁾。

乱流遷移は流体の不安定性に起因し⁽¹⁶⁾、物体壁面近傍から微小擾乱が発生し線形成長することで引き起こされると考えられている⁽¹⁷⁾。そして、この不安定性の調査には、定常解に十分に小さい擾乱を重ね合わせて支配方程式に代入し、線形化された擾乱方程式を主流方向に沿って解く線形安定性解析が行われてきた^(18,19)。そのため、線形安定性解析は複雑な流れ場への適用は難しい。一方で、流れ場全体に擾乱を付加し、流れ場全体で擾乱成長過程を解析することで、複雑な流れ場への適用も可能な手法として全体安定解析⁽²⁰⁾がある。松瀬は、全長 1100[mm]、半頂角 7° 、先端が半径 2.5[mm]の球状になっている円錐模型周りの極超音速流れ場に対して全体安定性解析を行った⁽²¹⁾。図 1.4 に $Re=6.65 \times 10^7 [1/m]$ の主流条件における最大実固有値に対応する密度の固有モ

ード分布を示す。境界層外縁や、衝撃層内下流に擾乱が成長し不安定となる特徴的な構造を抽出した。境界層外縁に見られた分布は、同主流条件の実験で観察できた二次モード不安定性と同傾向を示した。



図 1.1 極超音速旅客機の予想模式図⁽²²⁾

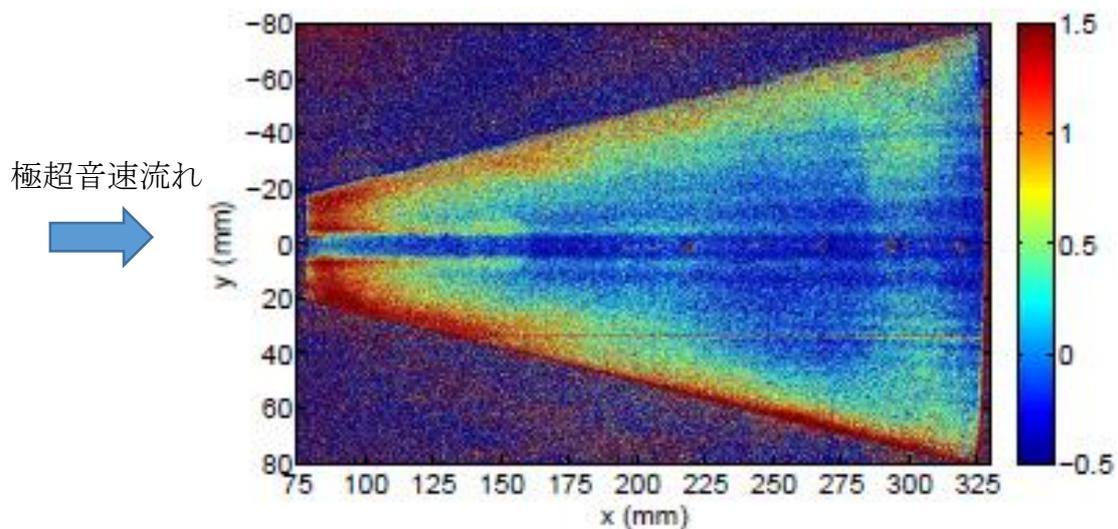


図 1.2 風洞試験における壁面加熱率分布 ($8.0 \times 10^6 [1/m]$)⁽¹⁴⁾

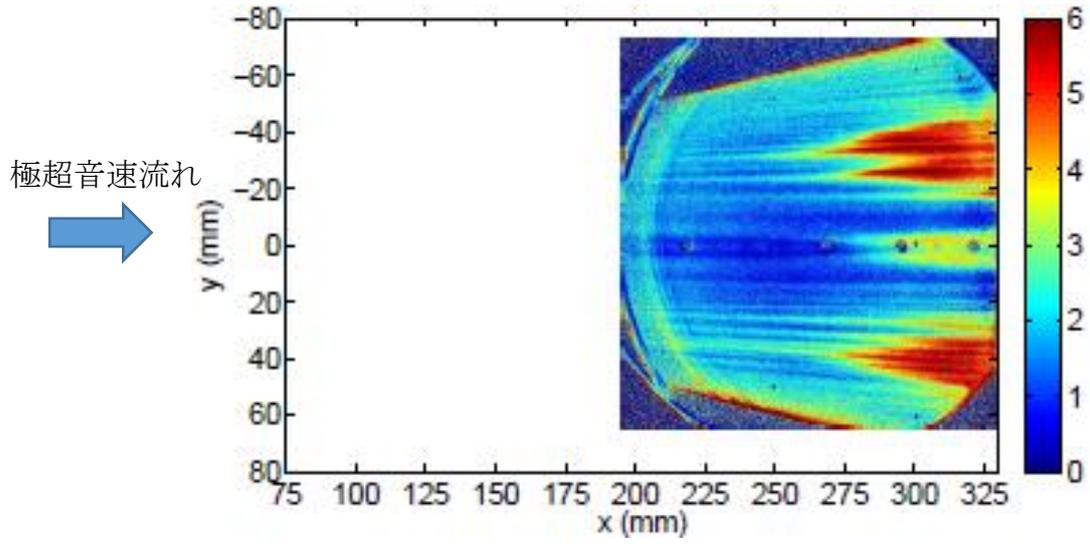


図 1.3 風洞試験における壁面加熱率分布 ($1.18 \times 10^7 [1/m]$)⁽¹⁴⁾

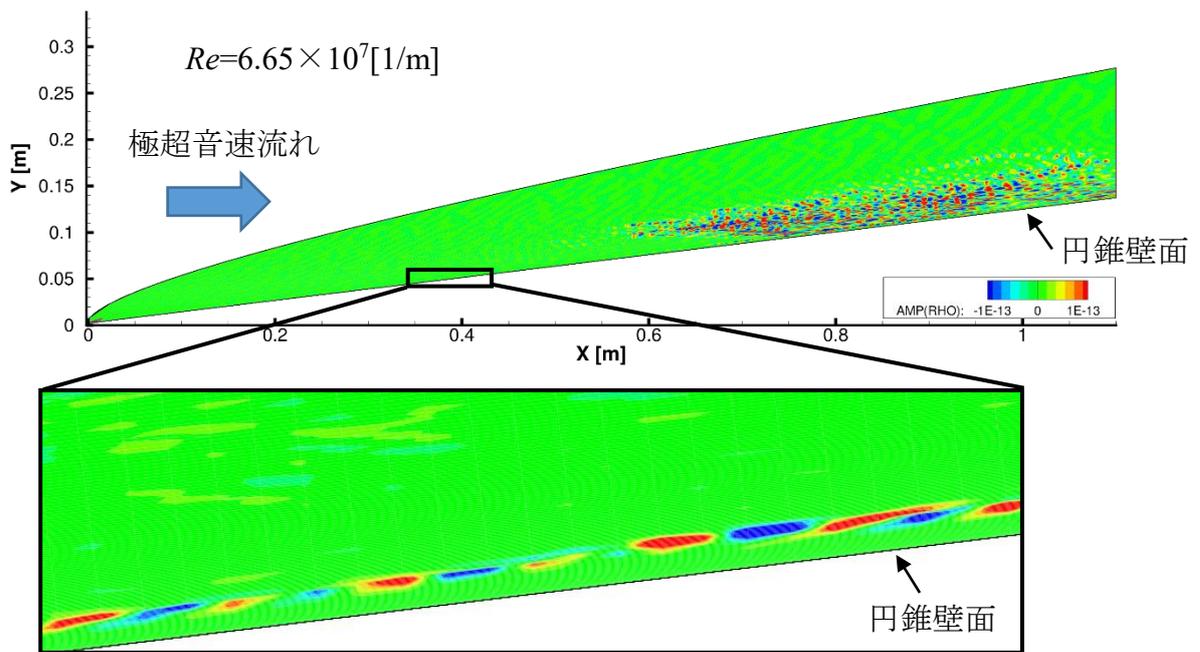


図 1.4 円錐模型における全体安定性解析の結果⁽²¹⁾

1.2 研究目的

本研究では、極超音速流における楕円錐模型周りの乱流遷移予測を目指す。全体安定性解析を用いることで楕円錐模型周りの流れ場の擾乱成長過程を解析し、流れ場の不安定モードを調査する。

1.3 本論文の構成

本論文の構成は以下の通りである。第1章では、本研究の背景および目的について示した。第2章では、流れ場の計算手法と全体安定性解析手法について示す。第3章では、本計算で用いた計算条件を示す。第4章では、計算結果および考察を示し、第5章で結論を示す。

第2章

数値計算法

2.1 支配方程式

楕円錐模型周りの流れ場計算の支配方程式には3次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式を用いる.

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial(\mathbf{E} - \mathbf{E}_v)}{\partial x} + \frac{\partial(\mathbf{F} - \mathbf{F}_v)}{\partial y} + \frac{\partial(\mathbf{G} - \mathbf{G}_v)}{\partial z} = 0 \quad (2.1)$$

ここで, \mathbf{Q} は保存量ベクトル, \mathbf{E} , \mathbf{F} , \mathbf{G} は対流流束ベクトル, \mathbf{E}_v , \mathbf{F}_v , \mathbf{G}_v は粘性流束ベクトルであり, 以下のように与えられる.

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (e + p)u \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (e + p)v \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ (e + p)w \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{E}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} - q_x \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

$$\mathbf{F}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} - q_y \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{G}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz} - q_z \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

ここで, ρ は密度, u は速度の x 方向成分, v は速度の y 方向成分, w は速度の z 方向成分, e は単位体積あたりの全エネルギーを表し, p は圧力, $\boldsymbol{\tau}$ は粘性応力, \mathbf{q} は熱流束を表す. 圧力 p は理想気体の状態方程式を用いて以下のように与えられる.

$$p = (\gamma - 1) \left\{ e - \frac{\rho}{2} (u^2 + v^2 + w^2) \right\} \quad (2.7)$$

γ は比熱比で空気の場合, 1.4 である. 粘性応力 $\boldsymbol{\tau}$ は Stokes の定理を用いて以下のように与えられる.

$$\tau_{xx} = \frac{2}{3}\mu \left(2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (2.8)$$

$$\tau_{yy} = \frac{2}{3}\mu \left(2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (2.9)$$

$$\tau_{zz} = \frac{2}{3}\mu \left(2\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (2.10)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (2.11)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (2.12)$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (2.13)$$

ここで, μ は粘性係数を表す. 熱流束 \mathbf{q} は Fourier の法則より以下のように与えられる.

$$q_x = -k \frac{\partial T_c}{\partial x}, \quad q_y = -k \frac{\partial T_c}{\partial y}, \quad q_z = -k \frac{\partial T_c}{\partial z} \quad (2.14)$$

ここで, T_c は温度, k は熱伝導係数を表す.

2.2 離散化手法

空間の離散化にはセル中心有限体積法を用いる. 支配方程式 (2.1) を任意のセル V について積分を行う.

$$\iiint_V \left(\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial(\mathbf{E} - \mathbf{E}_v)}{\partial x} + \frac{\partial(\mathbf{F} - \mathbf{F}_v)}{\partial y} + \frac{\partial(\mathbf{G} - \mathbf{G}_v)}{\partial z} \right) dV = 0 \quad (2.15)$$

また, 流束ベクトルに対してガウスの発散定理を用いると,

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \mathbf{Q} dV + \oint_{\partial V} \{(\mathbf{E} - \mathbf{E}_v)n_x + (\mathbf{F} - \mathbf{F}_v)n_y + (\mathbf{G} - \mathbf{G}_v)n_z\} dS = 0 \quad (2.16)$$

ここで, n_x, n_y, n_z はそれぞれセル境界面の法線ベクトルの x, y, z 成分を表す. 各セルでの値は, そのセル自身の体積を用い平均化し, 以下のように与えられる.

$$\hat{\mathbf{Q}} = \frac{\iiint_V \mathbf{Q} dV}{\iiint_V dV} \quad (2.17)$$

セルの体積 $\Delta V (= \iiint_V dV)$, セル境界の面積 $\Delta S (= dS)$, 時間刻み幅 Δt をそれぞれ与え, 時間方向にも離散化した式は以下のように表される.

$$\frac{\Delta \hat{\mathbf{Q}}}{\Delta t} \Delta V + \sum_{k=1}^6 \{(\mathbf{E} - \mathbf{E}_v)n_x + (\mathbf{F} - \mathbf{F}_v)n_y + (\mathbf{G} - \mathbf{G}_v)n_z\} \Delta S_k = 0 \quad (2.18)$$

本研究では, 時間積分にはオイラー陽解法を用い, 以下のように与える.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{Q}}^{n+1} &= \hat{\mathbf{Q}}^n + \Delta \hat{\mathbf{Q}} \\ &= \hat{\mathbf{Q}}^n - \frac{\Delta t}{\Delta V} \sum_{k=1}^6 \{(\mathbf{E} - \mathbf{E}_v)n_x + (\mathbf{F} - \mathbf{F}_v)n_y + (\mathbf{G} - \mathbf{G}_v)n_z\} \Delta S_k \end{aligned} \quad (2.19)$$

また, 数値流束には AUSM-DV 風上スキーム⁽²³⁾を用い, 空間精度は MUSCL 法⁽²⁴⁾を用いて 2 次精度化する.

2.3 全体安定性解析

本研究で用いる全体安定性解析⁽²⁰⁾は, CFD と組み合わせることで流れ場全体に対して安定性解析を行う計算手法である. 擾乱の時間発展に対する固有値問題に帰着させ, 得られた固有値から流れ場が安定かどうかを判断し, さらに, それらの固有ベクトルから流れ場の不安定モードを抽出する.

Navier-Stokes 方程式に支配される離散点の解の時間発展は以下のようにも記述できる.

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{Q}}}{\partial t} = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{Q}}) \quad (2.20)$$

$$\hat{\mathbf{Q}} = (\rho_1, (\rho \mathbf{u})_1, e_1, \dots, \rho_N, (\rho \mathbf{u})_N, e_N) \quad (2.21)$$

$$\mathbf{u} = (u, v, w) \quad (2.22)$$

ここで N は総格子点数であり, $\hat{\mathbf{Q}}$ は各格子上の保存量ベクトルを示す. また, 保存量 \mathbf{Q} は先の CFD 計算により得られた準定常解を基本量 $\bar{\mathbf{Q}} (= \hat{\mathbf{Q}})$ とし, 微小擾乱項を $\tilde{\mathbf{Q}}$ とすることで, 以下のように分解できる.

$$\mathbf{Q} = \bar{\mathbf{Q}} + \tilde{\mathbf{Q}} \quad (2.23)$$

基本量は時間変化せず，微小擾乱よりはるかに大きいとすると式(2.20)を線形化することができ，微小擾乱 $\tilde{\mathbf{Q}}$ に対して以下の方程式を得る．

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{Q}}}{\partial t} = \left(\frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{Q})}{\partial \mathbf{Q}} \right)_{\mathbf{Q}=\bar{\mathbf{Q}}} \tilde{\mathbf{Q}} \equiv \mathbf{A} \tilde{\mathbf{Q}} \quad (2.24)$$

この係数行列 \mathbf{A} の固有値問題を解くことにより流れ場の安定性解析を行うことができ，固有ベクトルとそれに対応する固有値を以下のように得ることができる．

$$\frac{\partial \phi_m}{\partial t} = \lambda_m \phi_m \quad (2.25)$$

つまり，

$$\mathbf{A} \tilde{\mathbf{Q}} = \sum_{m=1}^n \lambda_m \phi_m \quad (2.26)$$

ここで， ϕ_m は行列 \mathbf{A} の固有ベクトル， λ_m はそれに対応する固有値を表す．固有値 λ_m は固有ベクトルの成長率を意味する．従って，得られた固有値 λ の実部 $\Re(\lambda)$ から流れ場の安定性が分かり，虚部 $\Im(\lambda)$ から振動周波数が分かる．本研究では，安定性に關心があるため固有値の実部に着目し，流れ場の安定性は次のように分類する．

$$\Re(\lambda) \begin{cases} > 0 & \text{不安定} \\ = 0 & \text{中立安定} \\ < 0 & \text{安定} \end{cases} \quad (2.27)$$

本研究では不安定性に興味があるため固有値の実部が大きいものに着目する．ここで行列 \mathbf{A} の固有値問題を扱うが，行列の大きさは総格子点数 N と保存量 \mathbf{Q} の成分の数に依存するため，多次元計算では大規模な計算となり，直接固有値問題を扱うのは難しい．そこで本研究では，大規模行列の固有値問題を陽に扱わない Arnoldi 法⁽²⁵⁾を用いる．Arnoldi 法では大規模行列に対して部分空間を用いることで，近似行列で表現し，反復的な方法により絶対値が比較的大きな固有値とその固有ベクトルのみを求めることができるため，計算コストを削減することができる．以下に Arnoldi 法を用いて行列 \mathbf{A} の固有値と固有ベクトルを求める手順を説明する．

まず，任意の擾乱ベクトル $\tilde{\mathbf{Q}}_1$ を与え，そのベクトルを正規化し，反復操作を行うことで，近似行列の成分を集める．以下にアルゴリズムを示す．

$$\begin{aligned} &\tilde{\mathbf{Q}}_1 : \text{arbitrary initial vector} \\ &\zeta_1 = (\tilde{\mathbf{Q}}_1 \cdot \tilde{\mathbf{Q}}_1)^{-1/2} \tilde{\mathbf{Q}}_1 \end{aligned} \quad (2.28)$$

for $k = 1$ to M_A

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{k+1} = \mathbf{A} \zeta_k - \sum_{j=1}^k h_{j,k} \zeta_j \quad (2.29)$$

$$h_{j,k} = \zeta_j \cdot \mathbf{A} \zeta_k \quad (2.30)$$

$$h_{k+1,k} = (\tilde{\mathbf{Q}}_{k+1} \cdot \tilde{\mathbf{Q}}_{k+1})^{1/2} \quad (2.31)$$

$$\zeta_{k+1} = \tilde{\mathbf{Q}}_{k+1}/h_{k+1,k} \quad (2.32)$$

next k

ここで、 $M_{\mathbf{A}}$ は反復回数である。また、 $h_{j,k}$ は近似行列の成分を表す。 $h_{j,k}$ によって作られる近似行列は $M_{\mathbf{A}} \times M_{\mathbf{A}}$ サイズの Hessenberg 行列となる。Hessenberg 行列を \mathbf{H} と表記する。行列 \mathbf{A} の固有値 $\lambda^{\mathbf{A}}$ は行列 \mathbf{H} の近似固有値として求まり、行列 \mathbf{A} の固有値 $\lambda^{\mathbf{A}}$ に対応する固有ベクトル ϕ は行列 \mathbf{H} の固有値 $\lambda^{\mathbf{H}}$ 、固有ベクトル ψ を用いて以下のように与えられる。

$$\mathbf{H}\psi_j = \lambda_j^{\mathbf{H}}\psi_j \quad (2.33)$$

$$\phi = \sum_{k=1}^M (\psi_j)_k \zeta_k \quad (2.34)$$

ここで、 $(\psi_j)_k$ は j 番目の固有ベクトルの k 番目の成分を表す。

さらに、時間発展法⁽²⁶⁾を用い、基本流れ場に擾乱を付加し、その流れ場の時間積分をとることで、固有値の実部が正に対応するモードは成長し、負に対応するモードは減衰することを利用して不安定モードと安定モードを区別することができる。擾乱を与えた時の時刻を t 、積分時間を T とすると、時刻 t と時刻 $t+T$ における微小擾乱 $\tilde{\mathbf{Q}}$ の関係は以下のように表せる。

$$\tilde{\mathbf{Q}}(t+T) = \exp(\mathbf{A}T)\tilde{\mathbf{Q}}(t) \quad (2.35)$$

また、

$$\mathbf{B} \equiv \exp(\mathbf{A}T) \quad (2.36)$$

とすると、行列 \mathbf{A} の固有値 $\lambda^{\mathbf{A}}$ と行列 \mathbf{B} の固有値 $\lambda^{\mathbf{B}}$ の関係は以下のように表せる。

$$\lambda^{\mathbf{B}} = \exp(\lambda^{\mathbf{A}}T) \quad (2.37)$$

Arnoldi 法を用いる際、 $\mathbf{A}\zeta$ は直接用いず、以下の近似式を用いて計算する。

$$\mathbf{B}\zeta_k = \frac{\mathbf{Q}(t+T) - \bar{\mathbf{Q}}}{\epsilon} \quad (2.38)$$

ここで、初期擾乱を付加した流れ場を以下のように表す。

$$\mathbf{Q}(t) = \bar{\mathbf{Q}} + \epsilon\zeta_k \quad (2.39)$$

従って、 $\mathbf{Q}(t+T)$ はこの式を時刻 T だけ積分することで得られる。また、 ϵ は微小定数であり、以下のように定義し、擾乱の大きさを調節する。

$$\epsilon = \frac{\|\bar{\mathbf{Q}}\|}{\|\zeta_k\|N} \epsilon_0 \quad (2.40)$$

ここで、 ϵ_0 は調節パラメーターである。

2.4 計算の流れ

計算手順について示す。保存量に対する擾乱の固有値と固有ベクトルと同様に、先に示した手法を元に原始変数に対する擾乱の固有値と固有ベクトルも算出した。図 2.1 に本計算で用いる全体安定性解析の流れを示す。ここで、上付き添え字 c は保存量を並べたベクトルであり、 p は原始変数を並べたベクトルである。本研究では、原始変数ベクトルは以下のように与える。

$$\mathbf{Q}^p = (\rho_1, p_1, a_1, T_{c1}, u_1, v_1, w_1, \dots, \rho_N, p_N, a_N, T_{cN}, u_N, v_N, w_N) \quad (2.41)$$

最初に流れ場計算より準定常解を算出し、得られた保存量を用いて原始変数を求める。次に、保存量と原始変数に対して初期擾乱を求める。本研究では、保存量にのみ初期擾乱を付加し、式(2.23)で表す擾乱入り流れ場を得る。擾乱入り流れ場を積分時間 T だけ時間発展させる。時間発展後の保存量を用いて、原始変数を求める。さらに、保存量と原始変数それぞれで、式(2.38)で表される近似を行う。次に式(2.29) – (2.32)で表される Arnoldi 法に従い、保存量と原始変数それぞれで、行列 \mathbf{H} の成分と次の擾乱を計算する。以降この操作を反復させ、保存量と原始変数それぞれに対する行列 \mathbf{H} を作成し、固有値とその固有ベクトルを獲得する。

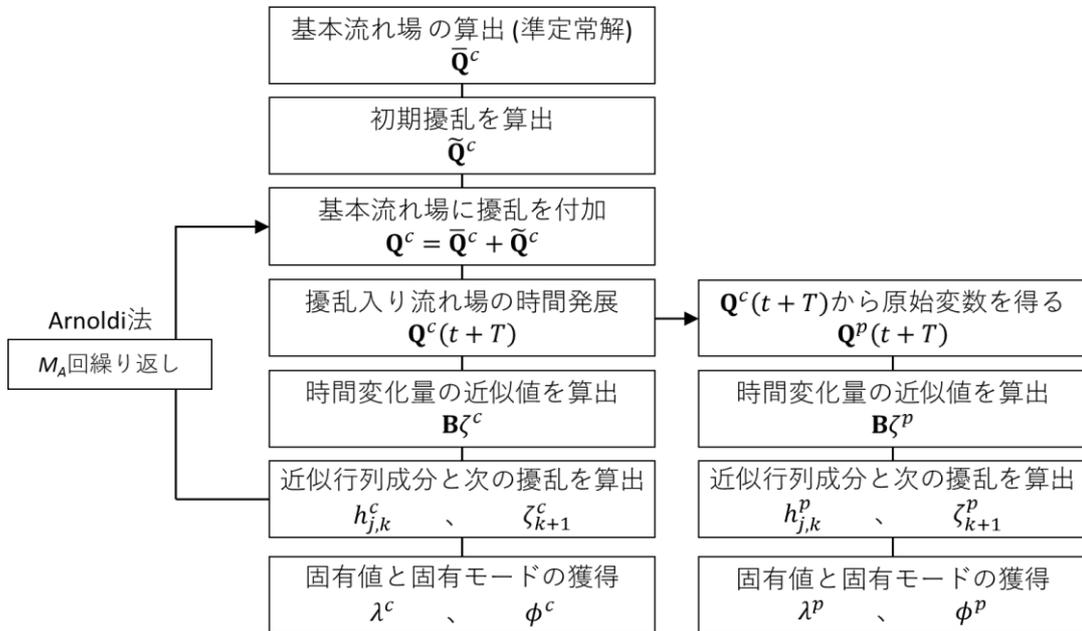


図 2.1 全体安定性解析の流れ

第3章

計算条件

Juliano と Schneider⁽¹⁴⁾の先行実験の条件に従った。図 3.1 に HIFiRE-5 の模型を示す。計算対象は楕円錐形状の HIFiRE-5 であり，断面アスペクト比が 2:1 となっており，楕円錐底面の長軸半径が 82[mm]，短軸半径が 41[mm]である。軸方向長さ L は 328[mm] で，先端は短径側で半径 0.95[mm]の球状である。



図 3.1 HIFiRE-5 の模型⁽¹⁴⁾

3.1 主流条件

本計算で用いた流れ場の条件は、同様に Juliano と Schneider⁽¹⁴⁾の実験で用いられた主流条件を使用する。表 3.1 に流れ場の主流条件を示す。 Re は単位レイノルズ数， M は主流マッハ数， U_∞ は主流速度， T_∞ は主流温度， T_w は壁面温度を表す。

表 3.1 主流条件

Parameters	Values
Re , [m]	1.18×10^7
M , [-]	6.0
U_∞ , [m/s]	869.7
T_∞ , [K]	52.3
T_w , [K]	300.0

3.2 全体安定性解析条件

全体安定性解析の時間発展法では、擾乱の発展を計算する積分時間 T ，Arnoldi 法で用いる反復回数 M_A ，擾乱の大きさを調節するパラメーター ϵ_0 を指定する。全体安定性解析は線形方程式を解いているため、積分時間 T によって擾乱を入れた流れ場が線形飽和に達し、非線形化するのを避ける必要がある。そこで、積分時間 T は主流速度で流体が 1[mm]進む時間として、無次元時間 10^{-6} を与えた。次に、Arnoldi 法で用いる反復回数 M_A ，すなわち行列 \mathbf{H} の次元は 50 と与えた。また、擾乱の大きさは流れ場計算の残差 ($dp \cong 1.0 \times 10^{-16}$) より大きくなければならないが、主流に対して擾乱とみなせる大きさでなければならない。そこで、擾乱の大きさを調節するパラメーター ϵ_0 は 10^3 と与えた。式(2.40)より、全格子点数で割るため擾乱の大きさは、 $\tilde{Q}^c = 3.0 \times 10^{-5}$ となり、主流に対して約 0.06[%]となる。

3.3 計算格子

本計算で用いた計算格子を図 3.2 に示す。迎角を付けないため、楕円錐の 1/4 部分を計算する。また、先端の拡大図を図 3.3 に示す。特異点の影響を抑えるため、マルチブロックを採用した。総格子点数は周方向に 129 点，主流方向に 257 点，壁面垂直方向に 129 点の構造格子を用いた。また、短径側の対称境界面，長径側の対称境界面，流出面における計算格子をそれぞれ図 3.4-3.6 に示す。最小格子幅は流出面において $y^+ = 1$ と設定し、 1.0×10^{-3} [mm]である。

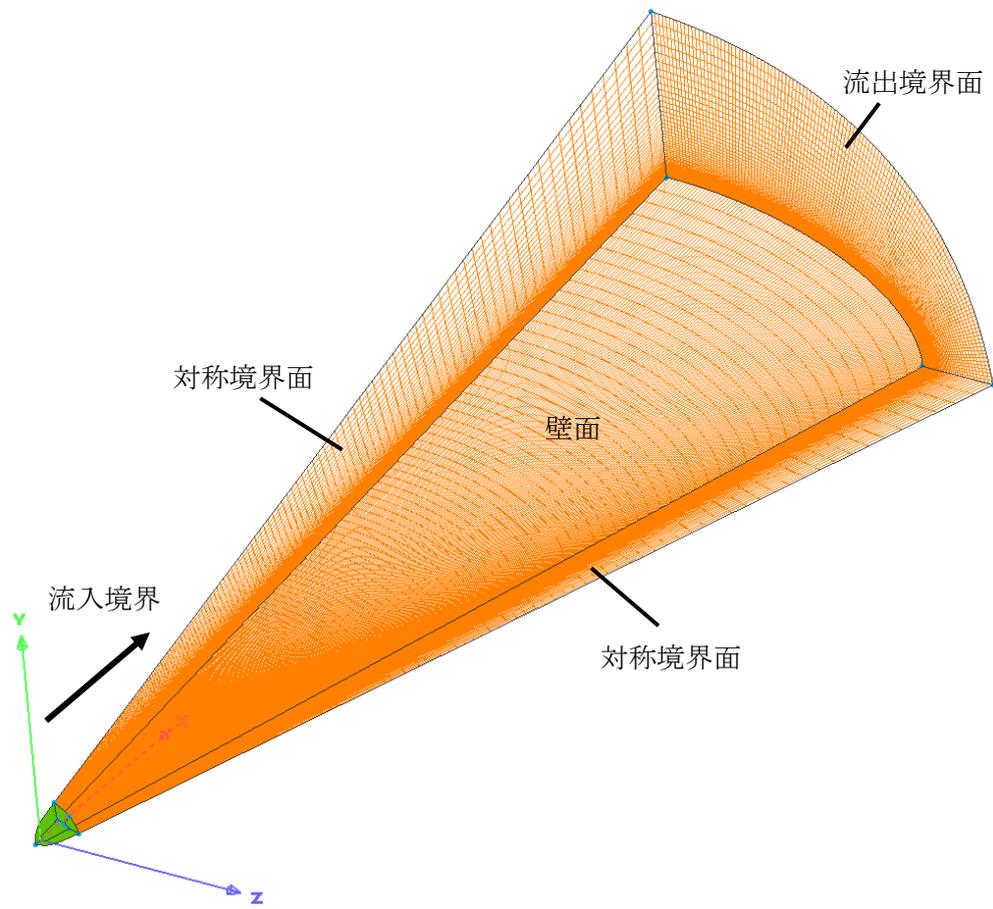


図 3.2 楕円錐 1/4 周りの計算格子

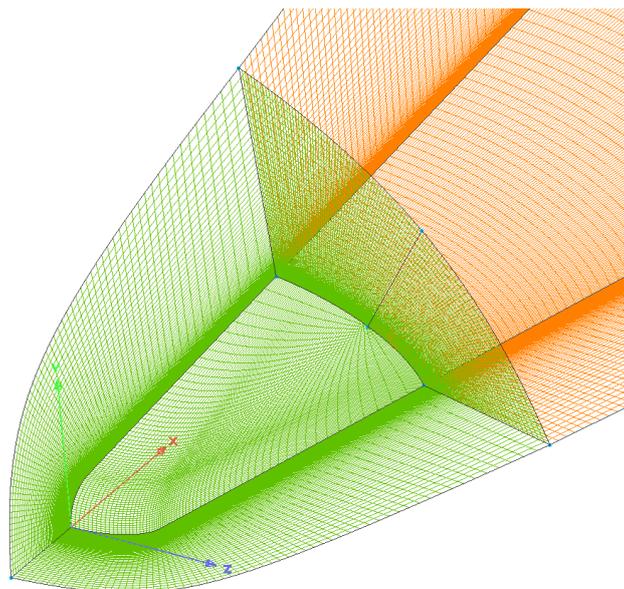


図 3.3 楕円錐 1/4 周りの計算格子 (先端拡大図)

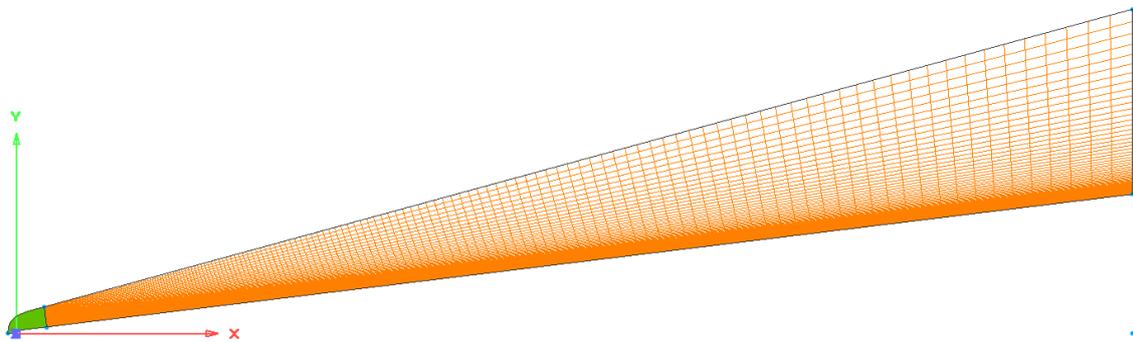


図 3.4 短径側の対称境界面の計算格子

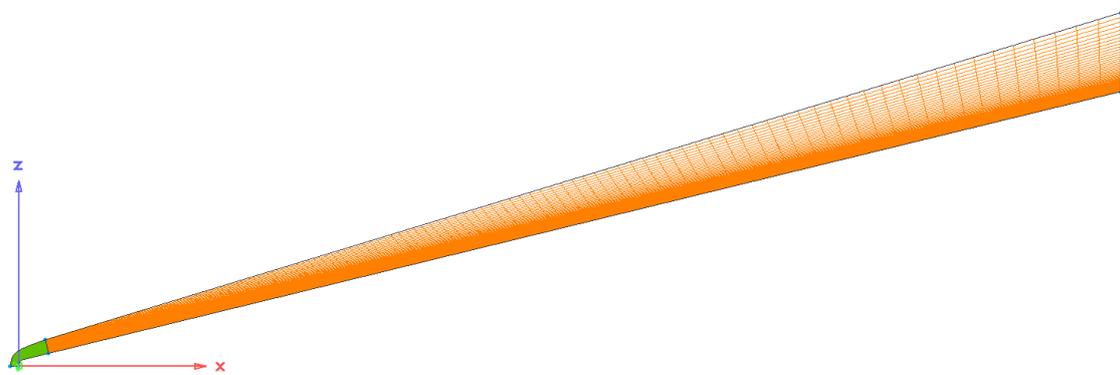


図 3.5 長径側の対称境界面の計算格子

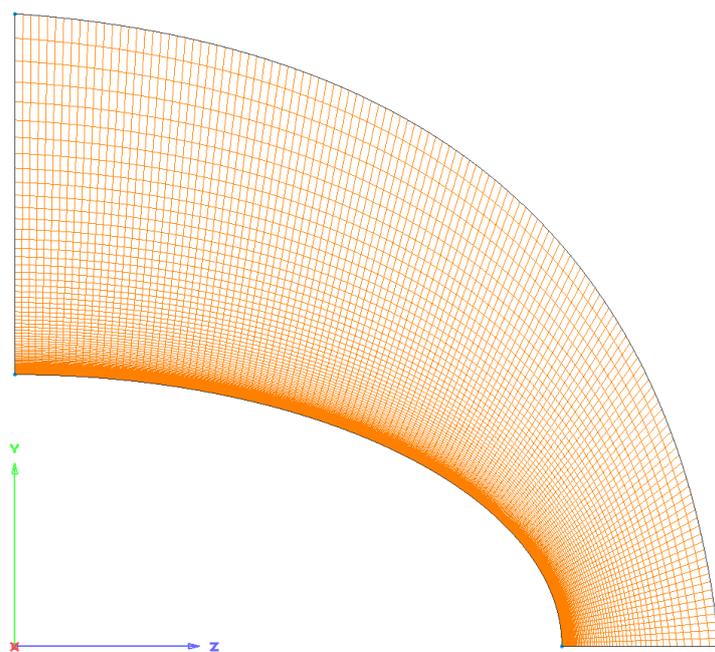


図 3.6 流出面の計算格子

第4章

結果と考察

4.1 流れ場計算

流れ場全体のマッハ数分布を図 4.1 に示す。また、流出面のマッハ数分布を図 4.2 に、 $x/L=0.2, 0.35, 0.5, 0.75, 1.0$ の位置の断面における壁面付近のマッハ数分布を図 4.3 に示す。図 4.3 は、壁面垂直方向 110 層までを可視化している。物体周りに衝撃波が発生していることが分かる。楕円錐で非軸対称であるため、衝撃波および境界層は長径側で薄く、短径側で比較的厚くなっている。図 4.2, 4.3 から短径側の対称面付近において、境界層の外縁から上方にかけてキノコ雲状の縦渦断面が確認できる。さらに図 4.3 から、縦渦は約 $x/L=0.2$ から発生し始めている。図 4.4 に流出面付近における長径側の対称境界面の壁面付近の拡大図を示す。境界層が薄い長径側で、境界層には約 65 点の格子点が入っており、境界層をある程度解像できている。

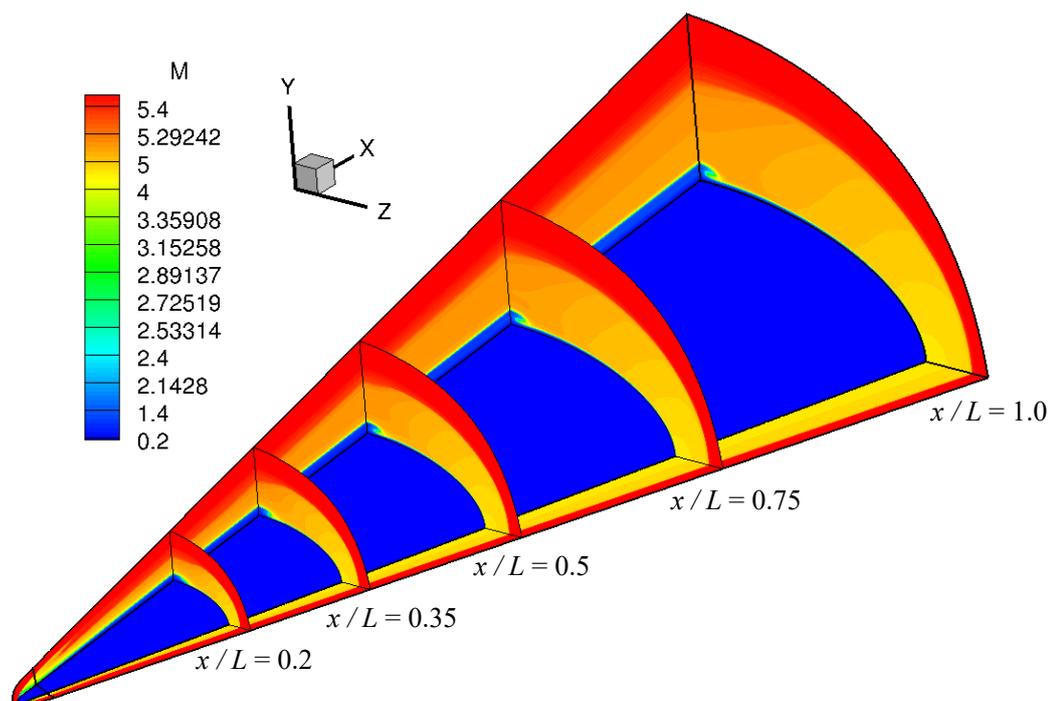


図 4.1 マッハ数分布

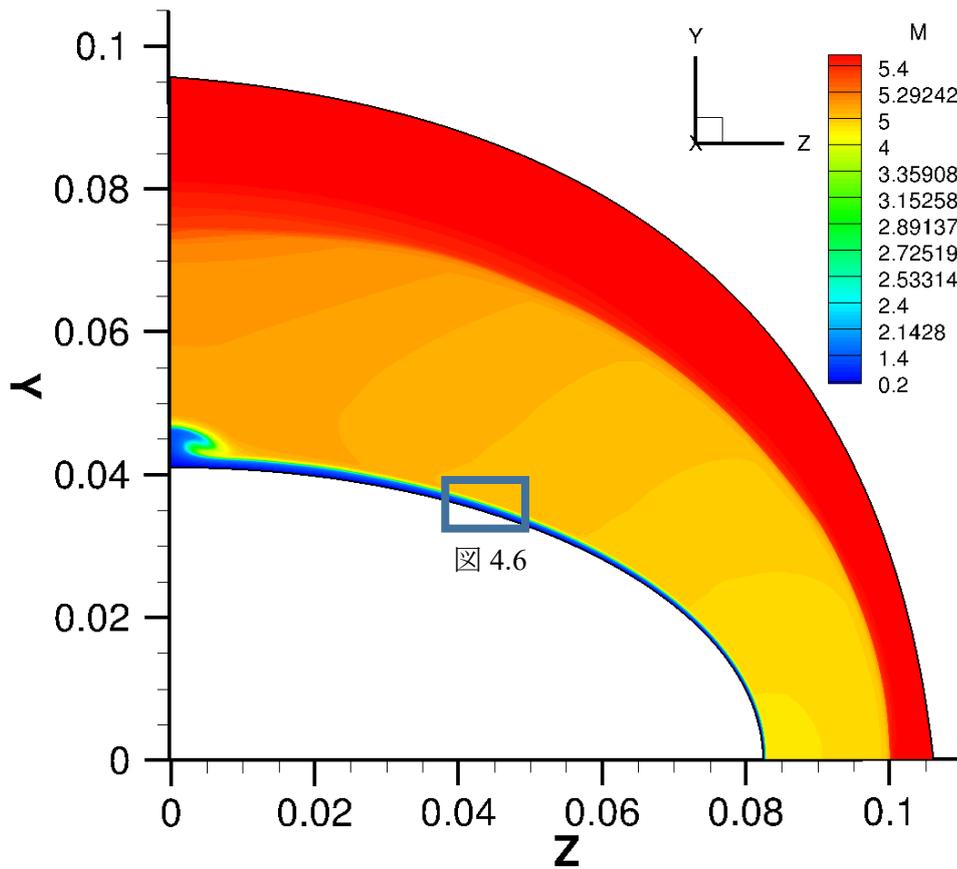


図 4.2 流出面のマッハ数分布

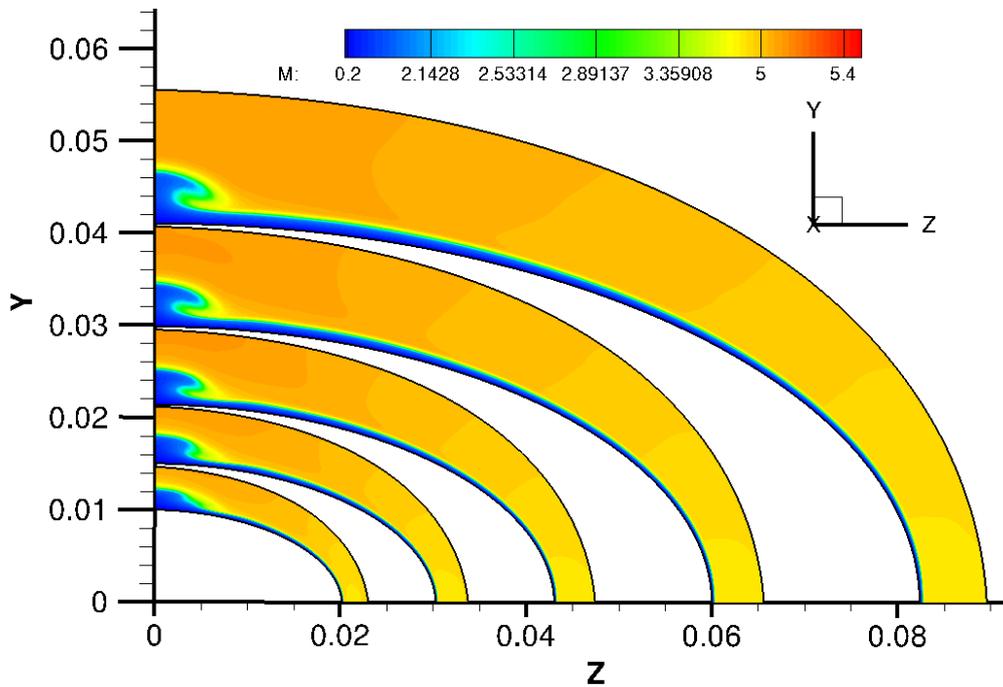


図 4.3 壁面付近におけるマッハ数分布 ($x/L=0.2, 0.35, 0.5, 0.75, 1.0$ 断面)

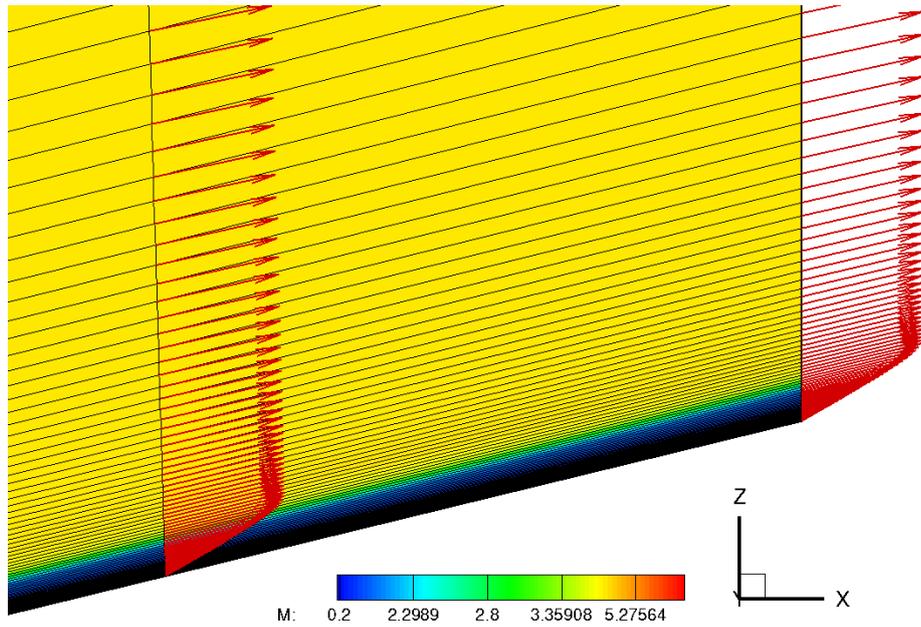


図 4.4 流出面付近における長径側対称境界面の壁面付近の拡大図
(マッハ数分布と速度ベクトル)

また，図 4.5 に圧力分布および流線を示す．長径側から短径側に発生する圧力勾配によって流れが曲げられていることが分かる．このクロスフローによって図 4.1-4.3 に示したように短径側に縦渦が発生する．

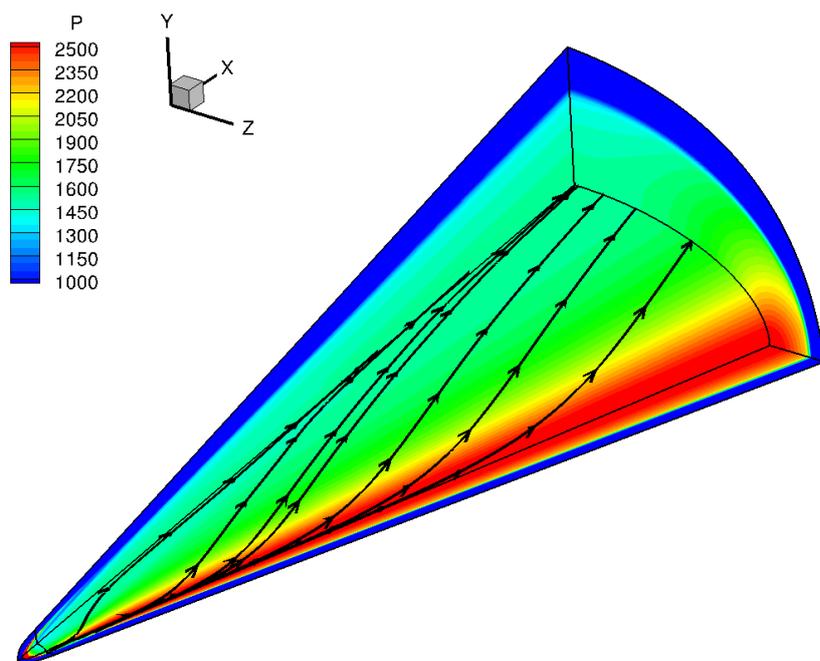


図 4.5 圧力分布と流線

図 4.6 に流境界壁面付近を拡大し、速度ベクトル分布を示す。位置は図 4.2 を参照のこと。境界層外縁付近(約 0.75δ)でベクトルの向きが変わっており、速度ベクトルが変曲点を持っていることから、いわゆるクロスフローとなっていることが分かる。図 4.7 に $x/L=0.2, 0.35, 0.5, 0.75, 1.0$ の位置の断面における x 方向の渦度分布を示す。境界層外縁付近、長径側、で時計回りの強い渦度が確認できる。また、境界層内や衝撃層内のほとんどで反時計回りの流れとなっており、せん断構造となっている。この速度せん断流が境界層低層側に位置する場合、分子粘性によって渦が散逸または発生が抑制され流動安定となり得るが、本結果のように外縁側となる場合には不安定化し得る⁽²⁷⁾。

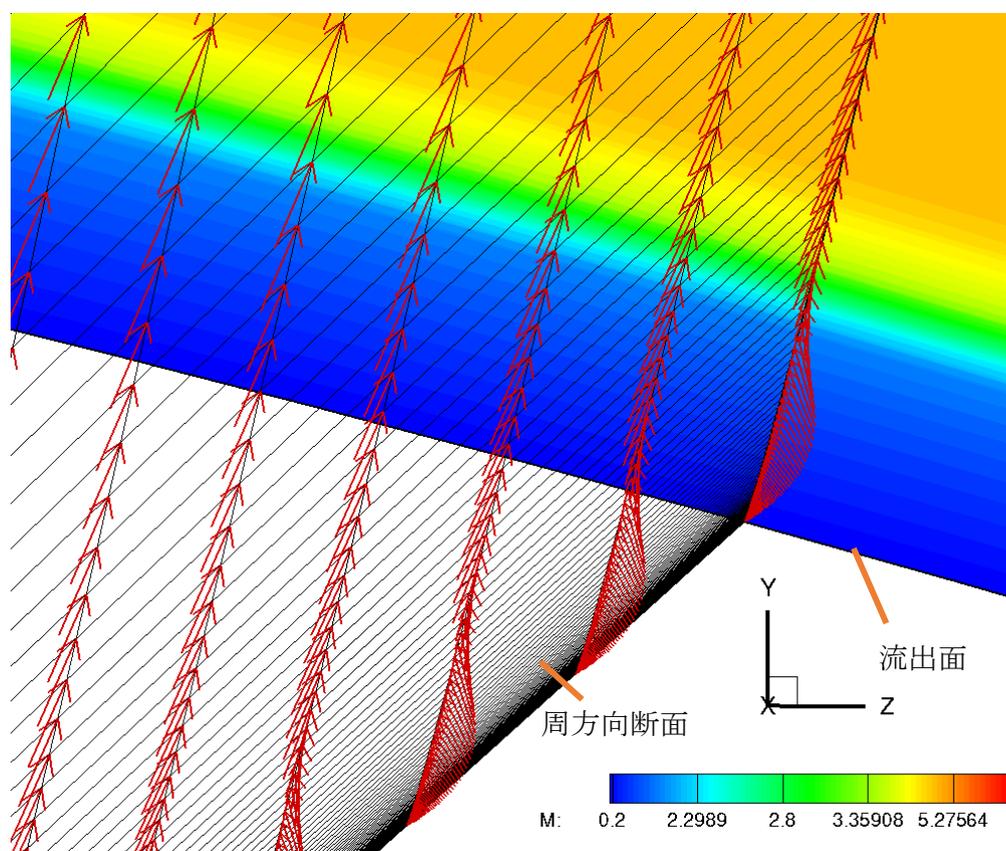


図 4.6 流出面壁面付近の速度ベクトル

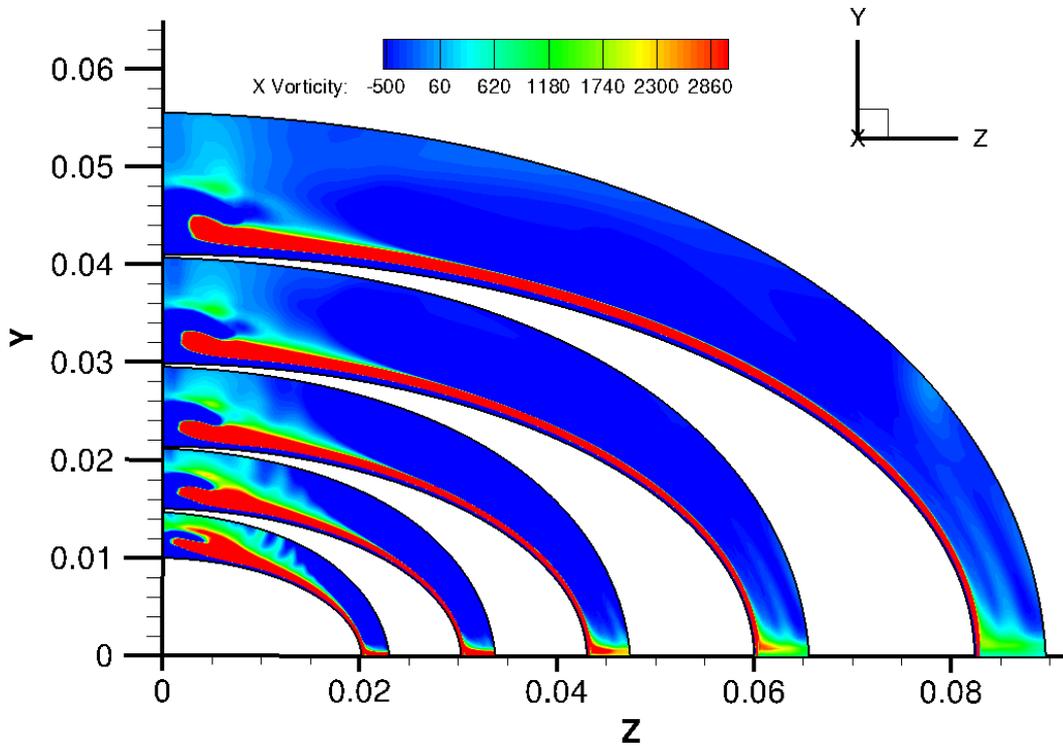


図 4.7 x 方向の渦度分布 ($x/L=0.2, 0.35, 0.5, 0.75, 1.0$ 断面)

図 4.8 に流れ場計算の密度残差の図を示す. 流れ場全体として密度残差は 14 桁程度, 十分に低下し収束していることが分かる. 確認のために, 図 4.9 にシングルブロック計算格子で流れ場計算を行った時の密度残差の図を示す. シングルブロックの場合, 密度残差は 6 桁程度しか低下していない. 特異点による数値擾乱が流れ場に残存してしまう. 全体安定性解析を実行するに際し, この残差擾乱との差別化が必要となるため留意すべきである.

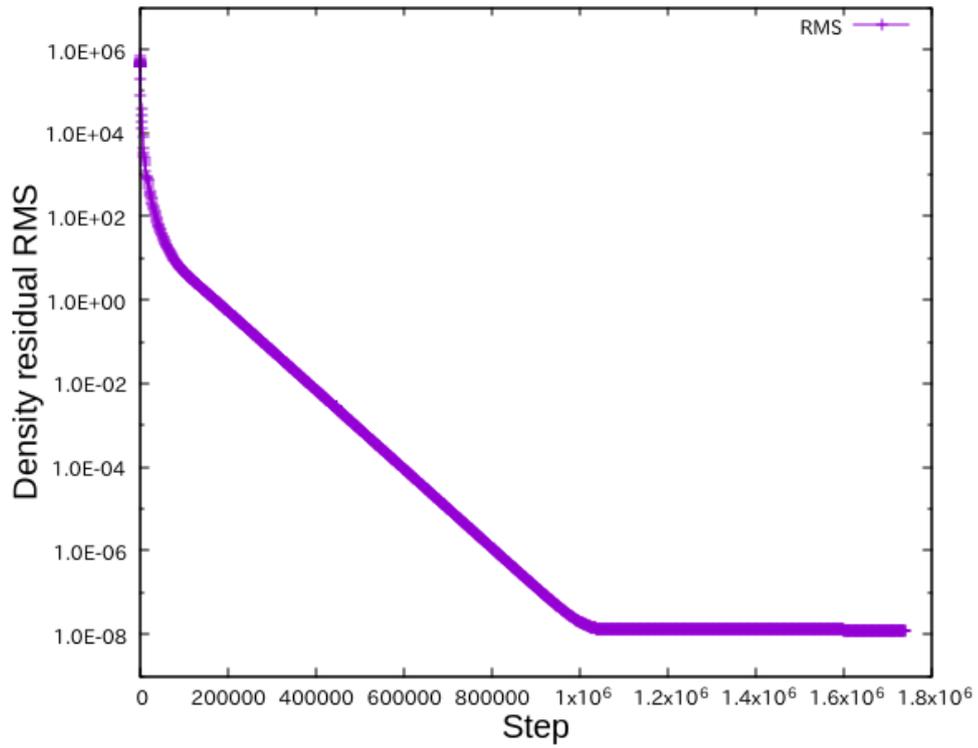


図 4.8 マルチブロックにおける流れ場計算の密度残差の RMS

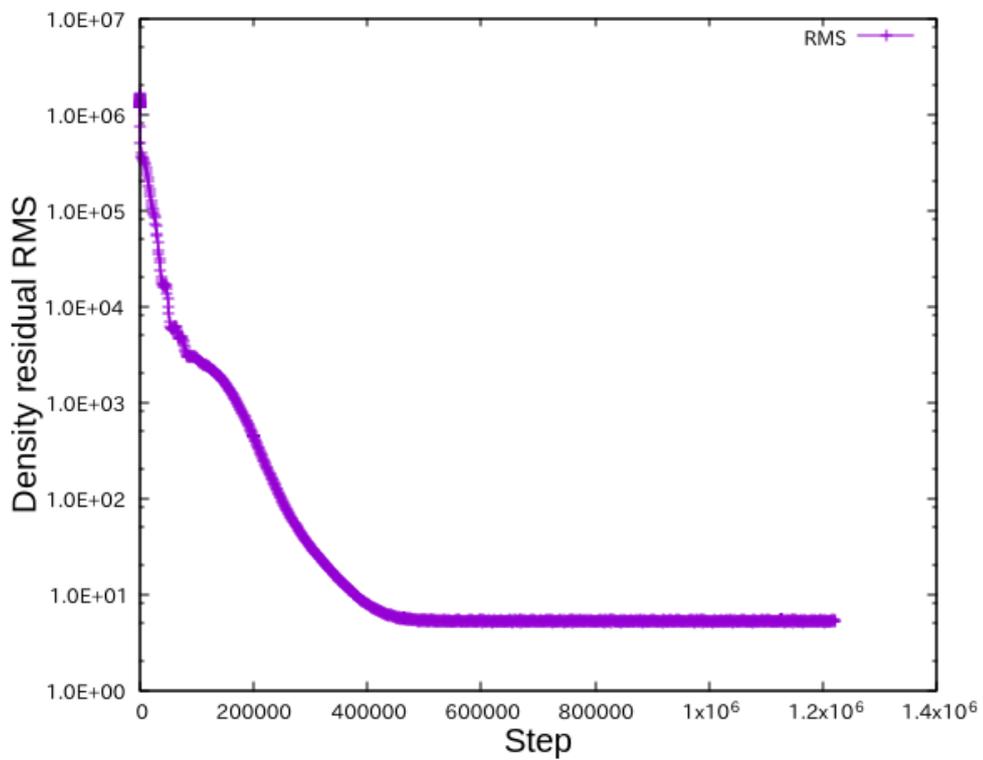


図 4.9 シングルブロックにおける流れ場計算の密度残差の RMS

4.2 全体安定性解析

4.2.1 固有値分布と成長率

本計算で用いた全体安定性解析手法では，密度固有値の実部が固有モードの成長率を表し，虚部がその時間に対する振動を表す．まず，得られた密度固有値の分布を図 4.10 に示す．最大実固有値，2 番目，3 番目に大きい固有値は虚部を持たないため，固有モードが振動せず成長することが分かる．特に大きい 2 つの固有値に着目し，図 4.11 に Arnoldi 法の反復回数に対するモードの成長率を示す．mode1 が最大固有値に対応する密度の固有モードの成長率，mode2 が 2 番目に大きい固有値に対応する密度の固有モードの成長率を示す．2 つの固有値のモードは，Arnoldi 法の反復回数 $M_A=50$ で十分収束している．

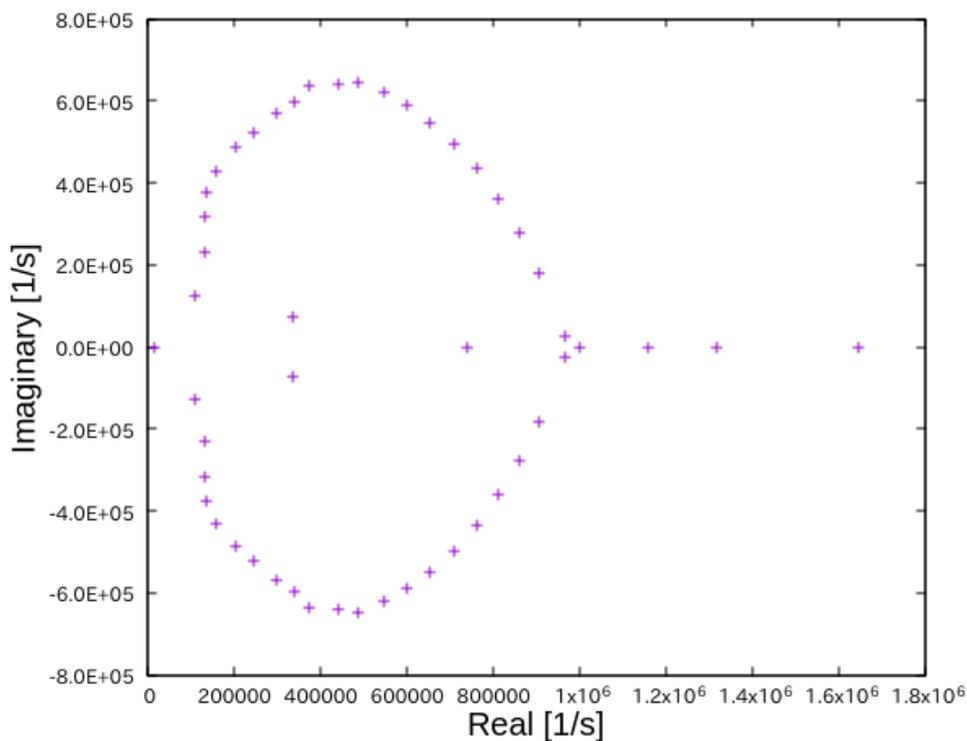


図 4.10 固有値の分布

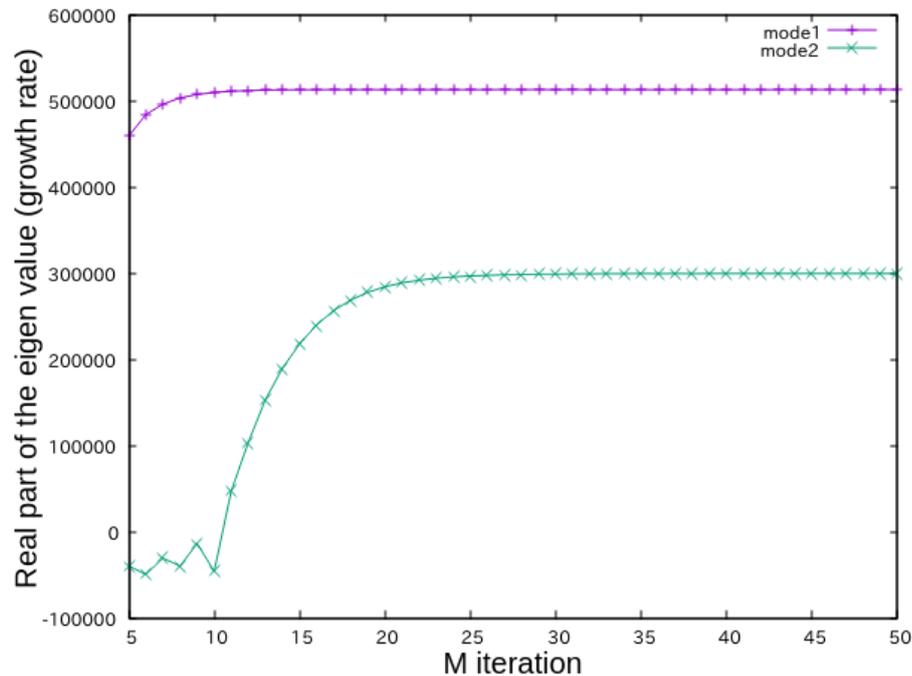


図 4.11 Arnoldi 法の反復回数とモードの成長率

4.2.2 最大固有値に対応する密度の固有モード

図 4.12 に最大実固有値に対応する密度の固有モードの境界面上の分布を示し、図 4.13 - 4.15 にそれぞれ流出面、短径側の対称境界面、短径側対称境界面の流出面付近拡大図、長径側の対称境界面における分布を示す。まず、衝撃波面に擾乱の強め合いが確認できるが、これは図 3.6 から分かるように、衝撃波付近の格子が粗くなっていることと、衝撃波面を横切る際に急激な勾配によって強い擾乱が生まれやすいことから、数値的な誤差であると考え無視する。図 4.13 より境界層外縁付近や壁面と衝撃波の間(短径側および長径側対称境界面付近)で、擾乱の強め合いを確認することができる。図 4.14 より特に短径側対称境界面では衝撃層内が安定していることが分かる。

松瀬は円錐模型周りの極超音速流れ場に対して全体安定性解析を行い、二次モード不安定性の抽出に成功した⁽²¹⁾が、本研究では、図 4.15 の短径側の対称境界面を含め、様々な断面を調査したが、二次モード不安定性は確認できなかった。本研究で用いた楕円錐模型の全長は、松瀬の研究で用いられた円錐模型の全長の約 1/3 の長さである。模型の全長が短いため、二次モード不安定が十分に成長しておらず、確認できなかったのではないかと予想する。

まず、境界層外縁付近に見られる分布に着目する。分布が見られる格子断面(境界層厚さ約 40%, 75%, 100%の位置)の密度の最大固有モード分布をそれぞれ図 4.16 - 4.18 に示す。図 4.16 より、壁面に近く粘性の影響を大きく受けており擾乱成長はあまり見

られず、ランダムな分布になっていることが分かる。長径側では、先端から 0.03m 以降直線的に伸びている筋状の固有モード分布が確認できる。図 4.17 を見ると、筋状分布が直線的であった図 4.16 とは違い、0.15m 付近から短径側へ向かってやや曲がっていることが分かる。境界層外縁に近づいたことで、粘性の影響が小さくなり慣性流の影響が強くなり現れている。図 4.18 では、さらにクロスフローの影響が強くなり、長径側で擾乱の強め合っている領域が広がっている。T. J. Juliano と S. P. Schneider の感温塗料による表面加熱率試験⁽¹⁴⁾では、複数の縦渦による筋状の加熱分布をこの領域で計測しており、全体安定性解析において確認できた分布は、同様の傾向の結果を得た。図 4.19 で見られるクロスフローに沿って曲がった筋状分布を本論文では以降クロスフロー不安定性と呼ぶこととする。

図 4.13 の壁面と衝撃層内の子間の短径側および長径側対称境界面付近で確認できる分布については、本論文では議論できておらず、さらなる調査が必要である。

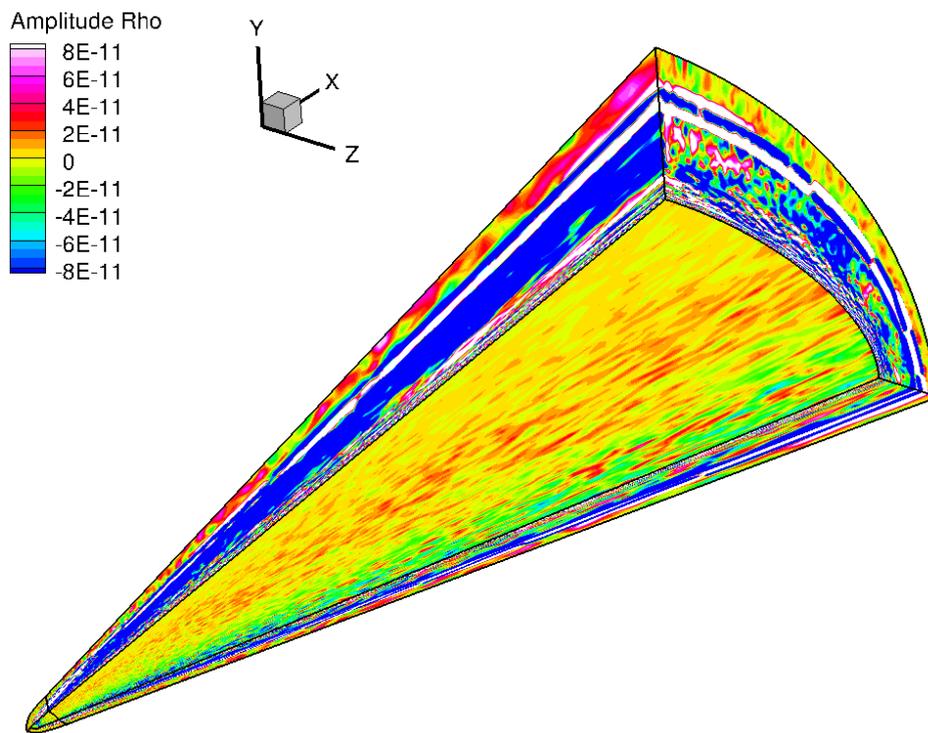


図 4.12 最大実固有値に対応する密度の固有モード (全体像)

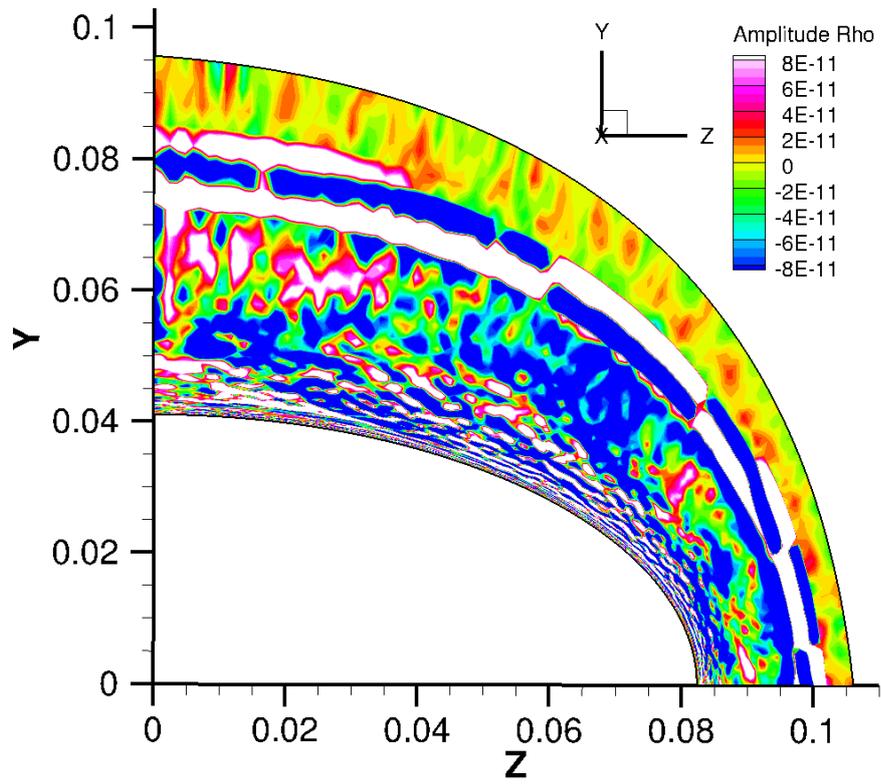


図 4.13 流出面における最大実固有値に対応する密度の固有モード

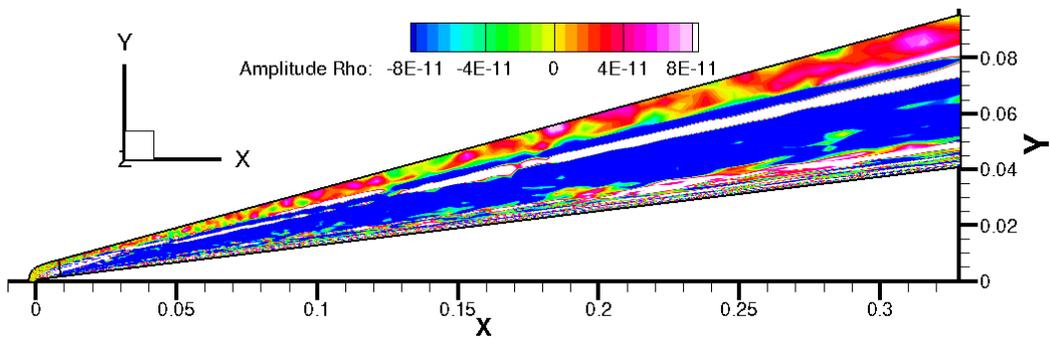


図 4.14 短径側の対称境界面における最大実固有値に対応する密度の固有モード

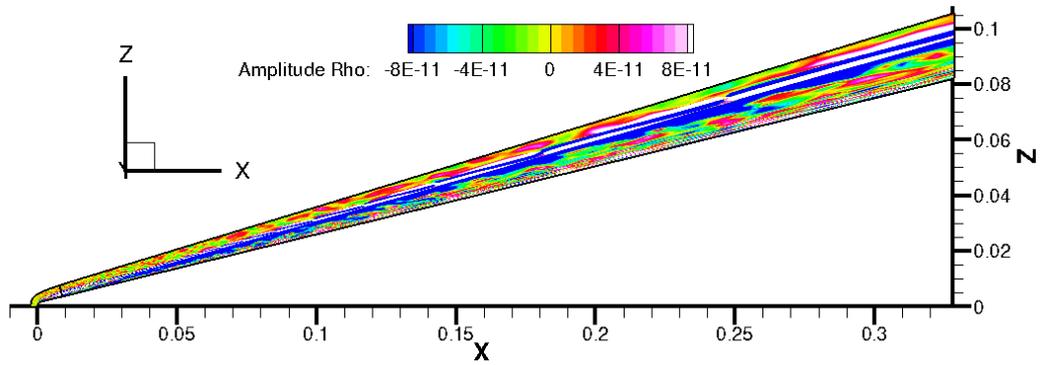


図 4.15 長径側の対称境界面における最大実固有値に対応する密度の固有モード

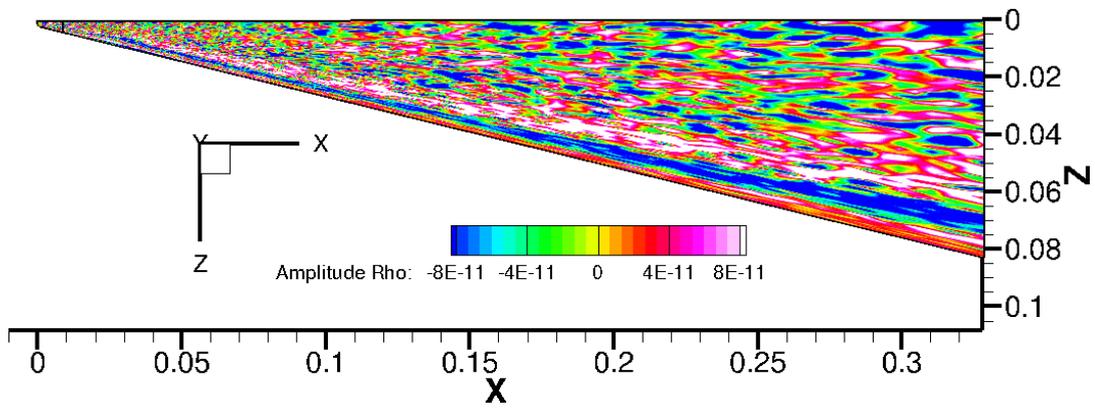


図 4.16 境界層厚さ約 40%における最大実固有値に対応する密度の固有モード

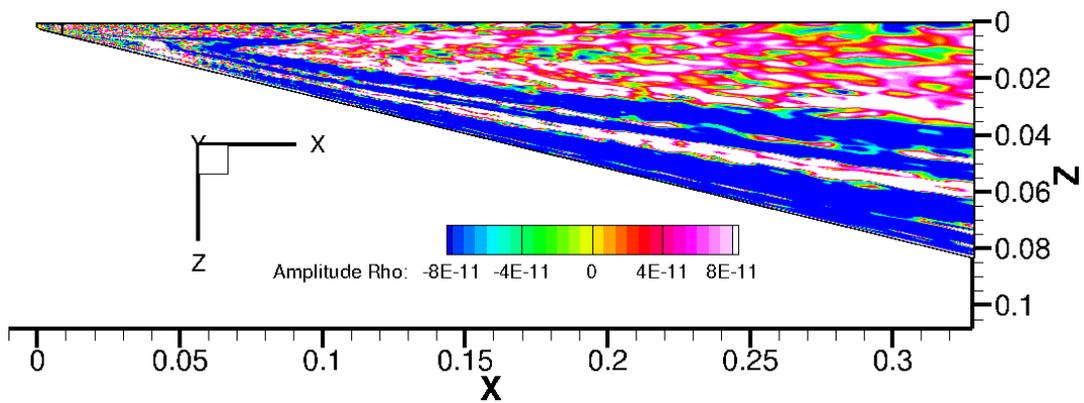


図 4.17 境界層厚さ約 75%における最大実固有値に対応する密度の固有モード

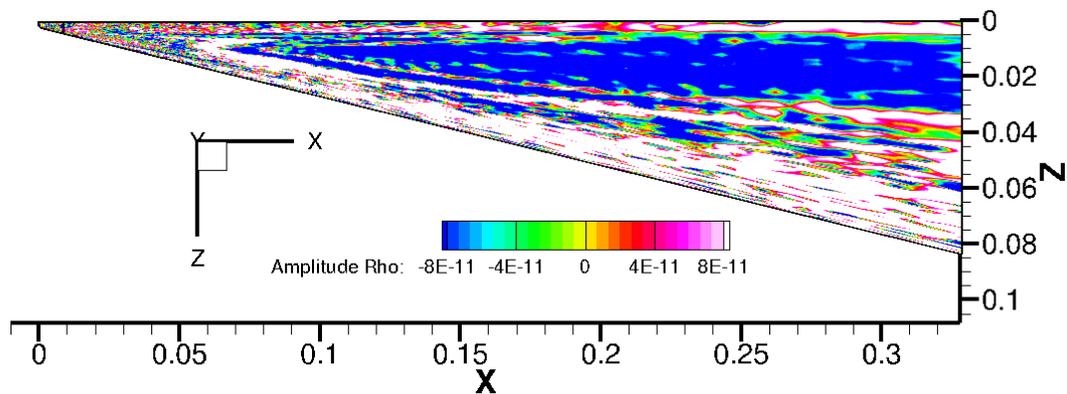


図 4.18 境界層厚さ約 100%における最大実固有値に対応する密度の固有モード

4.2.3 2 番目に大きい固有値に対応する密度の固有モード

2 番目に大きい固有値に対応する密度の固有モードの境界面上の分布を図 4.19 に示し、図 4.20-4.22 にそれぞれ流出面，短径側の対称境界面，短径側対称境界面の流出面付近拡大図，長径側の対称境界面，壁面における分布を示す。図 4.20 より境界層外縁付近や壁面と衝撃波の間に周方向の密度の固有モード分布が確認でき，最大実固有値に対応する密度の固有モード分布(図 4.13)と同様の傾向を示している。図 4.21 より，最大実固有値に対応する密度の固有モード分布(図 4.14)と同様に，短径側対称境界面では衝撃層内で安定している。図 4.22 においても最大実固有値に対応する密度の固有モード(図 4.15)と同様の傾向が見られる。

次に，境界層厚さ約 40%，75%，100%の位置の密度の固有モード分布を図 4.23-4.25 に示す。図 4.23 では図 4.16 で確認できた長径側のクロスフロー不安定性分布が確認できない。図 4.16 と図 4.23 は共に全体的にランダムな分布になっている。また，図 4.24 では図 4.17 で確認できたクロスフロー不安定性分布は確認できないが，図 4.17 と図 4.24 は，長径側は比較的安定で，短径側で不安定になっている。図 4.25 においても図 4.18 で確認できたクロスフロー不安定性分布は確認できない。しかし，図 4.18 と図 4.25 は共に短径側の縦渦付近及び長径側で不安定で，短径側は比較的安定になっている。このように，最大実固有値に対応する密度の固有モードと 2 番目に大きい固有値に対応する密度の固有モードは同様の傾向を示しているが 2 番目に大きい固有値に対応する密度の固有モードではクロスフロー不安定性分布が確認できない。境界層厚さ約 40%，75%，100%以外の断面においてもクロスフロー不安定性分布は確認できない。固有値の実部は固有モードの成長率を表しているため，固有値が大きいほど早く流れ場が不安定になる。つまり，最大実固有値が不安定性の主因となる。

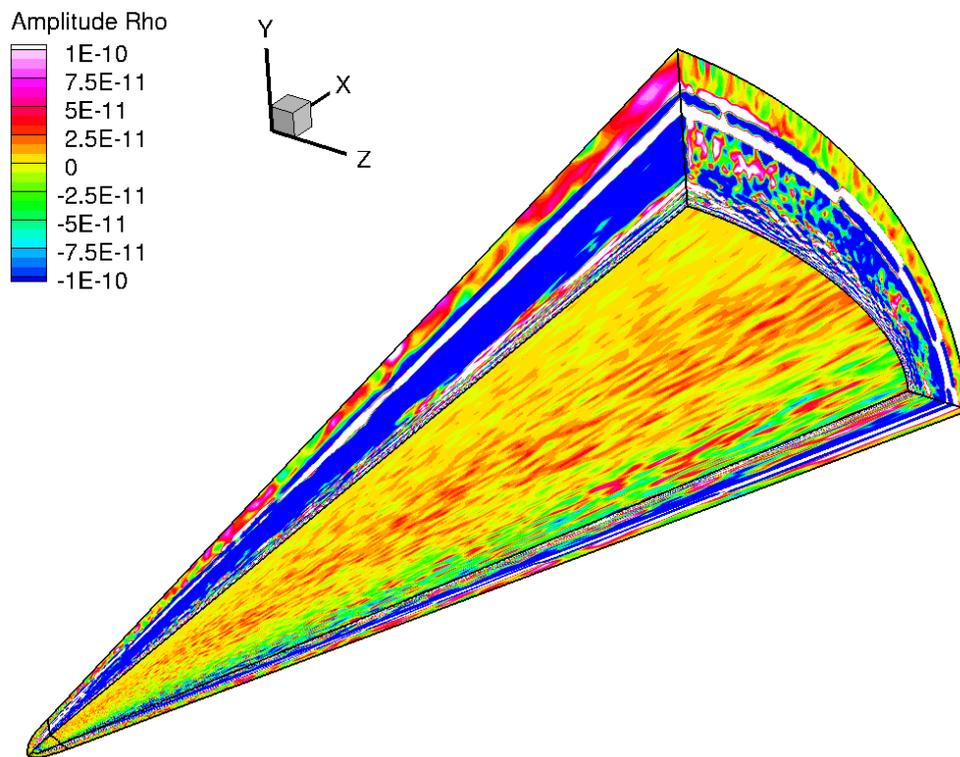


図 4.19 2 番目に大きい固有値に対応する密度の固有モード (全体像)

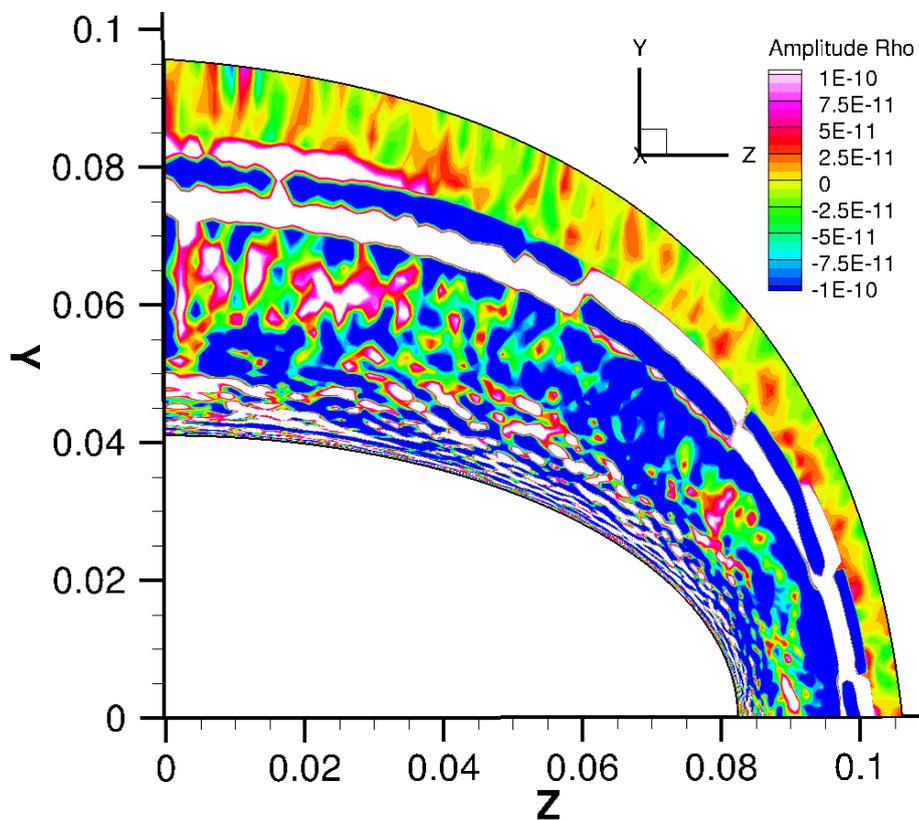


図 4.20 流出面における 2 番目に大きい固有値に対応する密度の固有モード

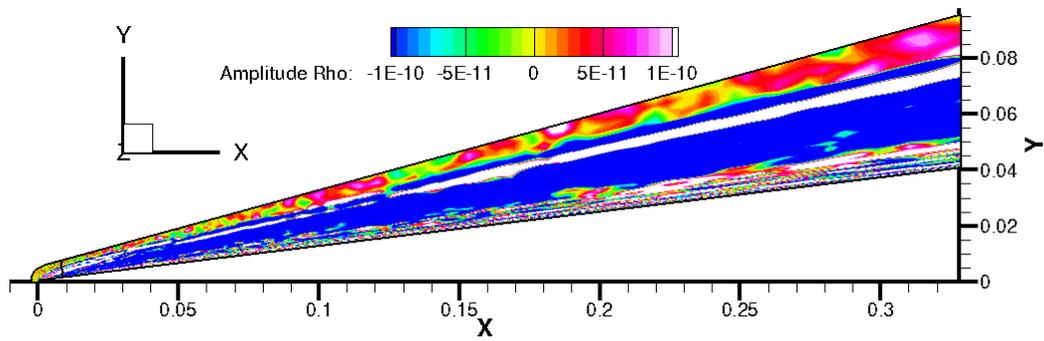


図 4.21 短径側の対称境界面における 2 番目に大きい固有値に対応する密度の固有モード

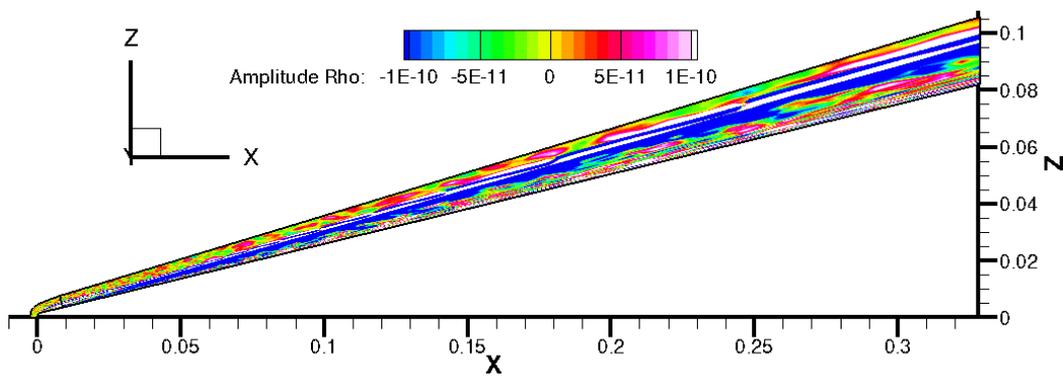


図 4.22 長径側の対称境界面における 2 番目に大きい固有値に対応する密度の固有モード

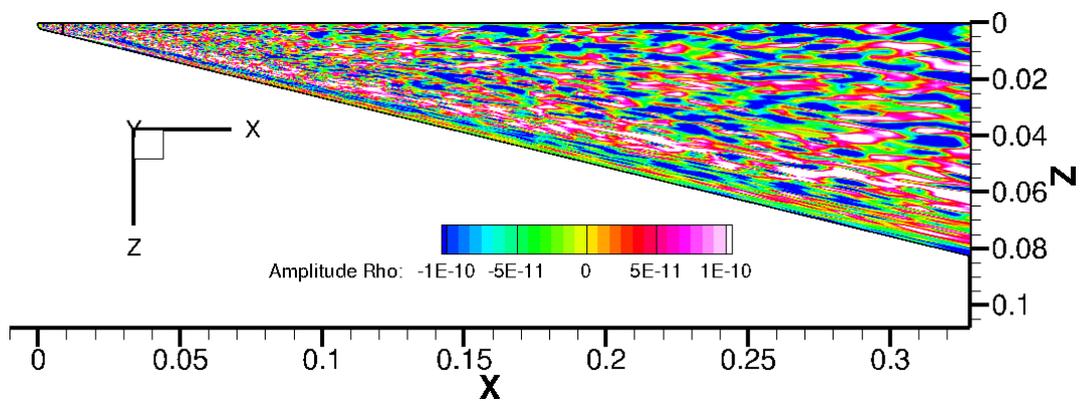


図 4.23 境界層厚さ約 40%における 2 番目に大きい固有値に対応する密度の固有モード

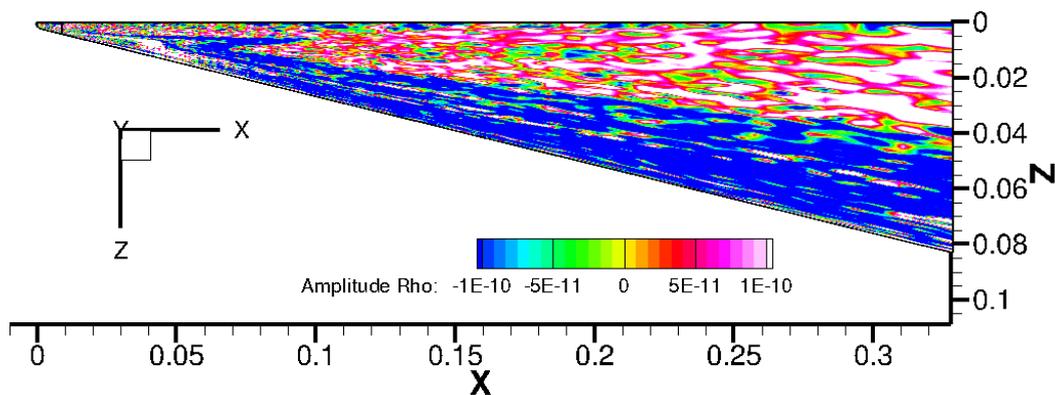


図 4.24 境界層厚さ約 75%における 2 番目に大きい固有値に対応する密度の固有モード

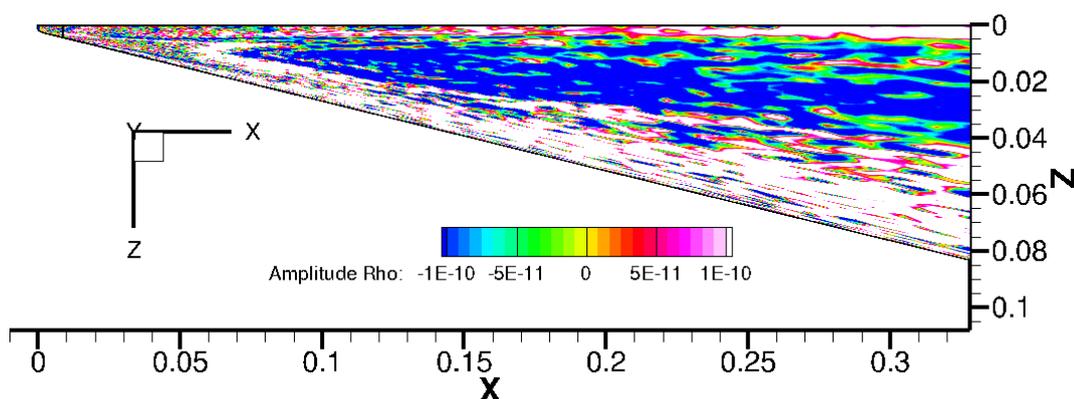


図 4.25 境界層厚さ約 100%における 2 番目に大きい固有値に対応する密度の固有モード

4.2.4 境界層外縁付近における特徴的構造の調査

原始変数に対する最大固有モードを比較する。境界層厚さ約 40%, 75%, 100%の位置の密度の最大固有モード分布をそれぞれ図 4.26 - 4.28 に、圧力の最大固有モード分布をそれぞれ図 4.29 - 4.31 に、 x 方向速度の最大固有モード分布をそれぞれ図 4.32 - 4.34 に、 y 方向速度の最大固有モード分布をそれぞれ図 4.35 - 4.37 に、 z 方向速度の最大固有モード分布をそれぞれ図 4.38 - 4.40 に示す。図 4.29 より圧力の最大固有モードは境界層厚さ約 40%断面ではランダムな分布になっている。図 4.30 より境界層厚さ約 75%では、密度の最大固有モードでクロスフロー不安定性分布が現れた位置にクロスフロー不安定性分布が確認できる。図 4.30 より境界層厚さ約 100%では、密度の最大固有モ

ード分布とは違う傾向を示している。次に、 x 方向、 y 方向、 z 方向それぞれの速度の最大固有モードに着目する。 x 方向速度の最大固有モードはどの断面(図 4.32 – 4.34)においても短径側以外で負の値を取っており安定であるのに対し、 y 方向速度、 z 方向速度の最大固有モードはどの断面(図 4.35 – 4.40)においても全体的に正の値を取っており不安定であることが分かる。また、図 4.36、4.39 より y 方向速度、 z 方向速度の最大固有モードは、境界層厚さ約 75%断面において密度の最大固有モードでクロスフロー不安定性分布が現れた位置に擾乱の強め合いが見られる。

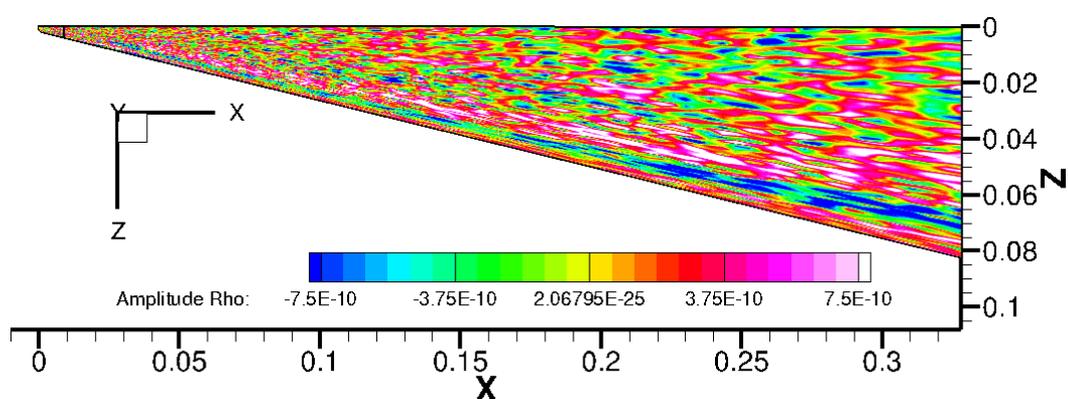


図 4.26 境界層厚さ約 40%における最大固有値に対応する密度の固有モード

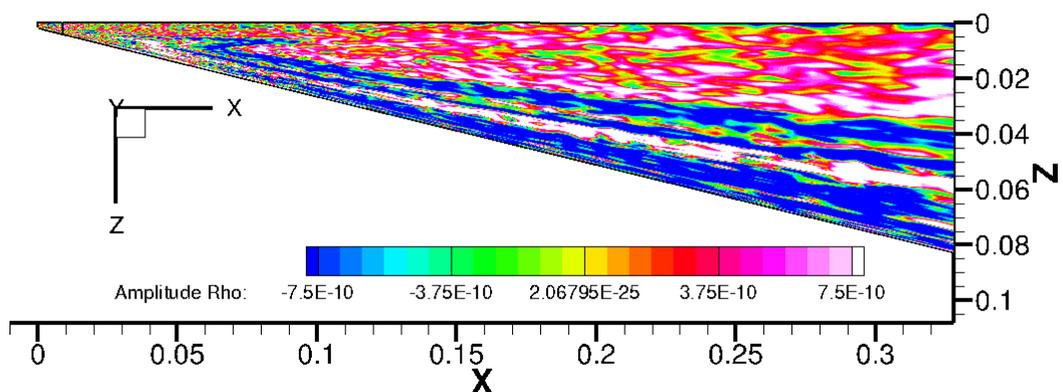


図 4.27 境界層厚さ約 75%における最大固有値に対応する密度の固有モード

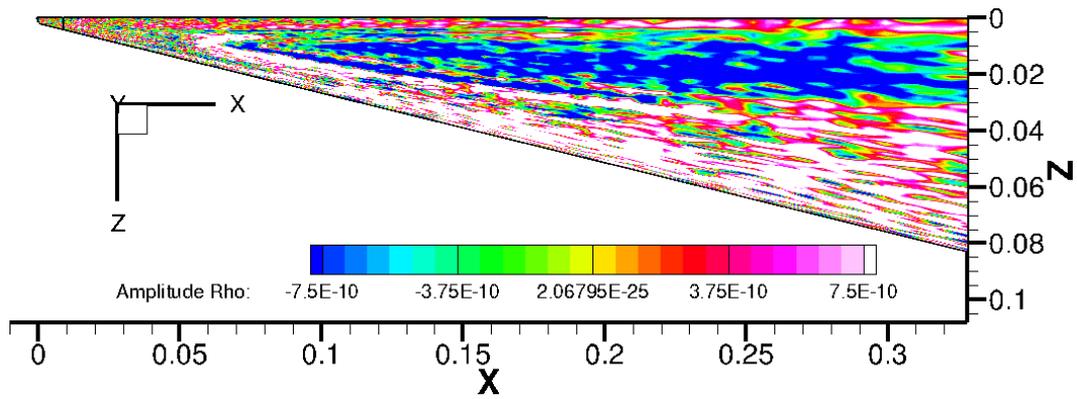


図 4.28 境界層厚さ約 100%における最大固有値に対応する密度の固有モード

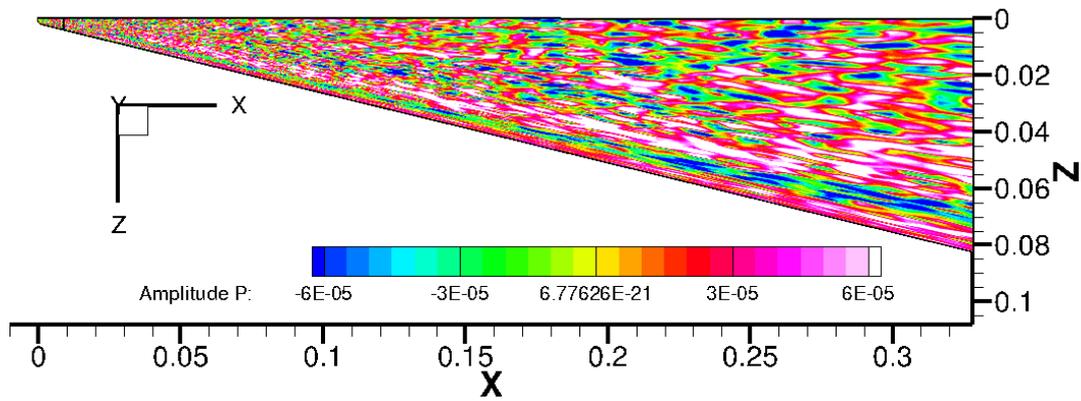


図 4.29 境界層厚さ約 40%における最大固有値に対応する圧力の固有モード

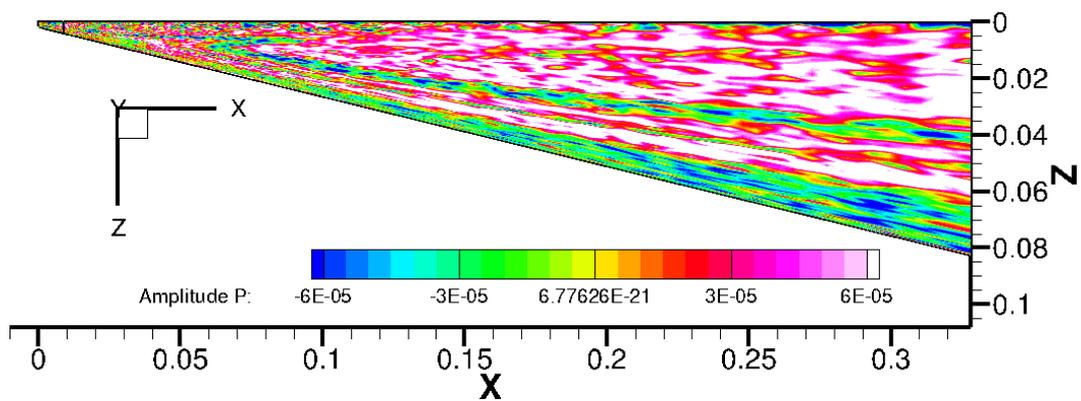


図 4.30 境界層厚さ約 75%における最大固有値に対応する圧力の固有モード

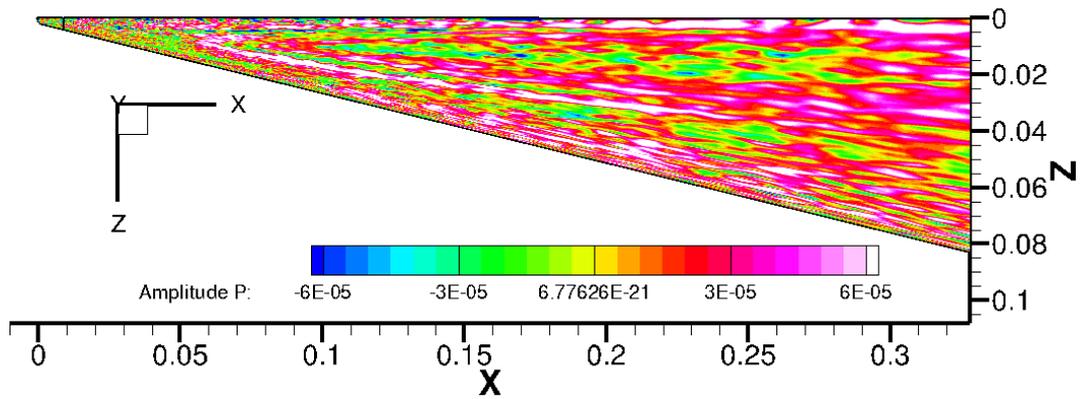


図 4.31 境界層厚さ約 100%における最大固有値に対応する圧力の固有モード

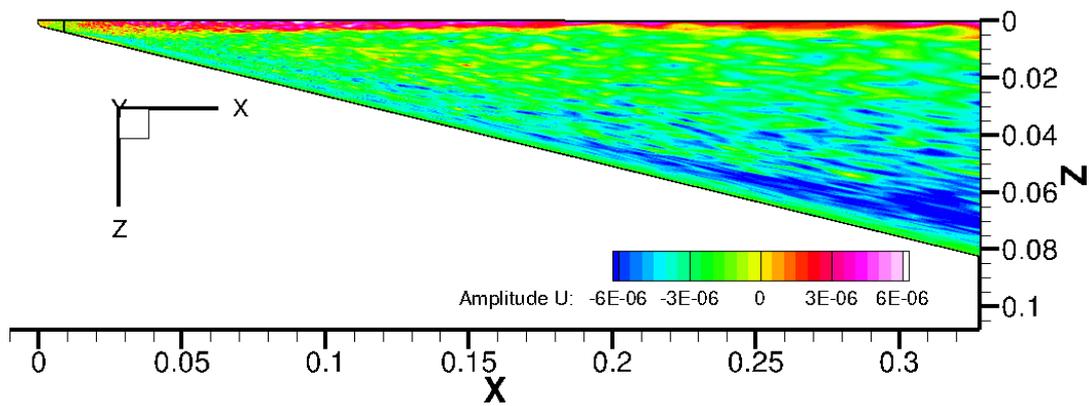


図 4.32 境界層厚さ約 40%における最大固有値に対応する x 方向速度の固有モード

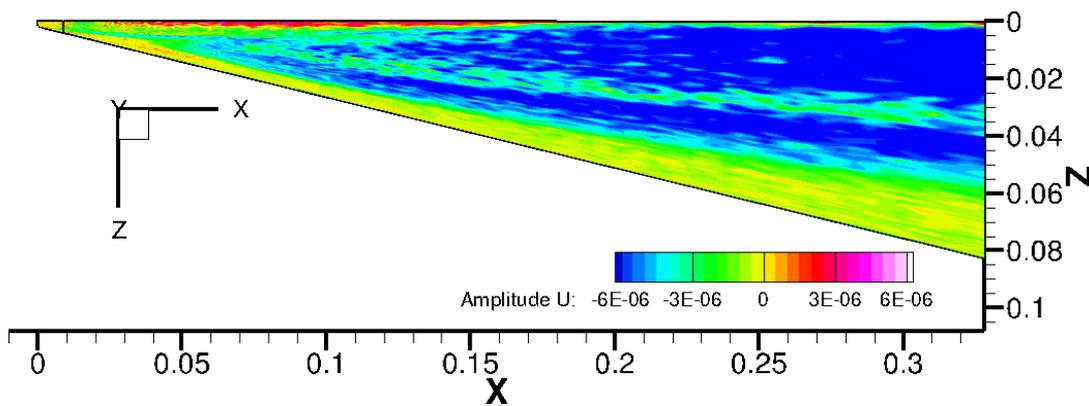


図 4.33 境界層厚さ約 75%における最大固有値に対応する x 方向速度の固有モード

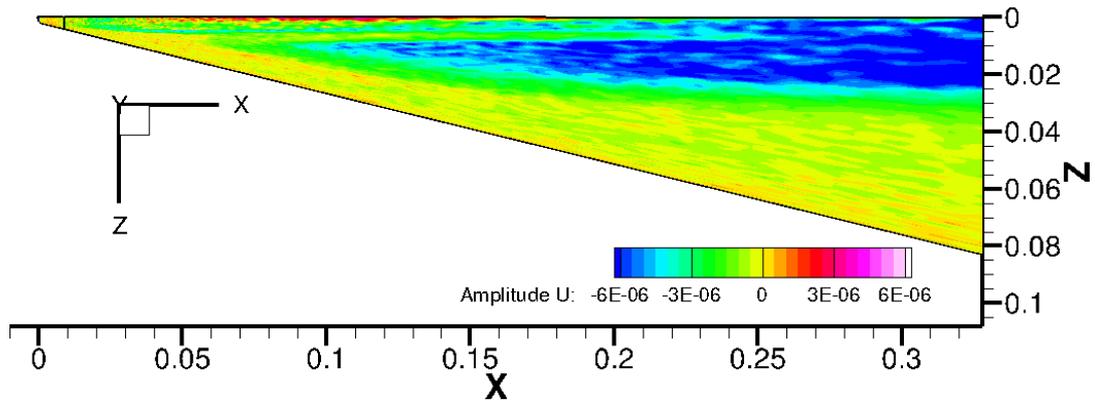


図 4.34 境界層厚さ約 100%における最大固有値に対応する x 方向速度の固有モード

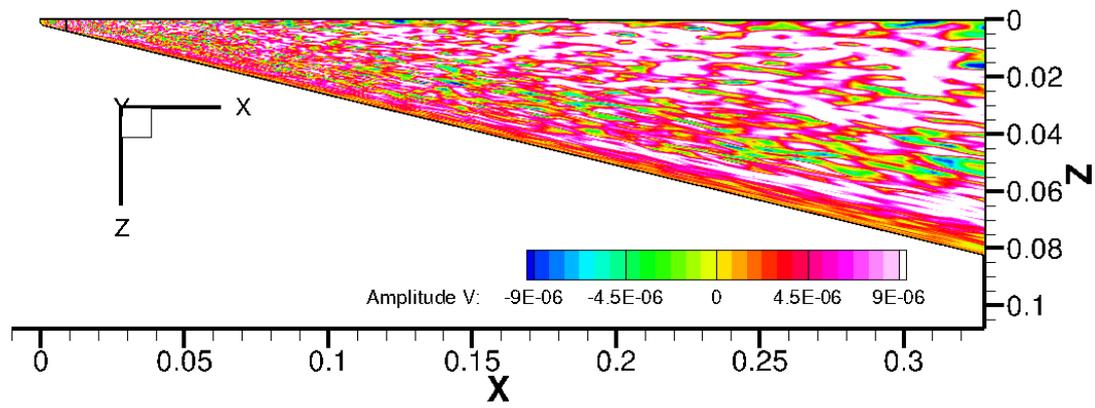


図 4.35 境界層厚さ約 40%における最大固有値に対応する y 方向速度の固有モード

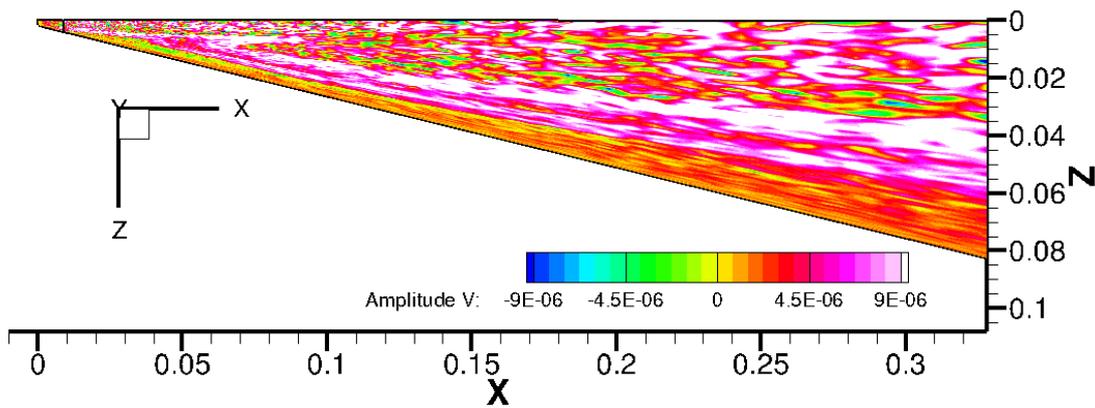


図 4.36 境界層厚さ約 75%における最大固有値に対応する y 方向速度の固有モード

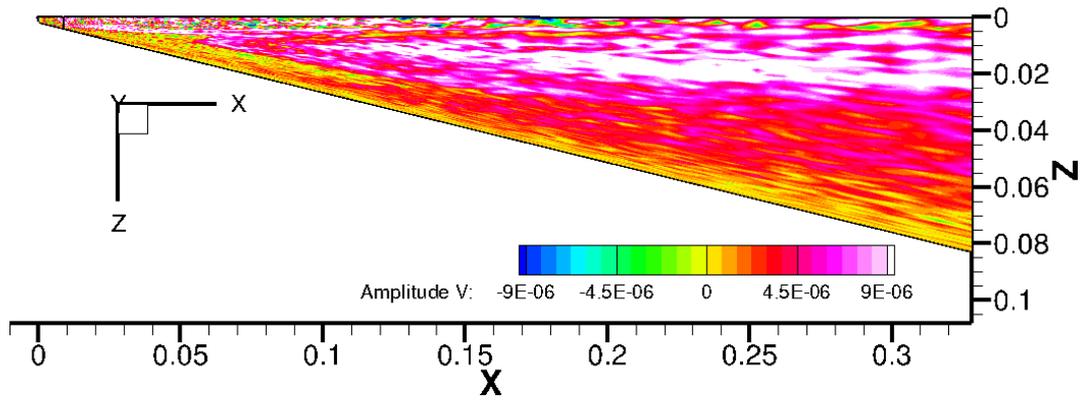


図 4.37 境界層厚さ約 100%における最大固有値に対応する y 方向速度の固有モード

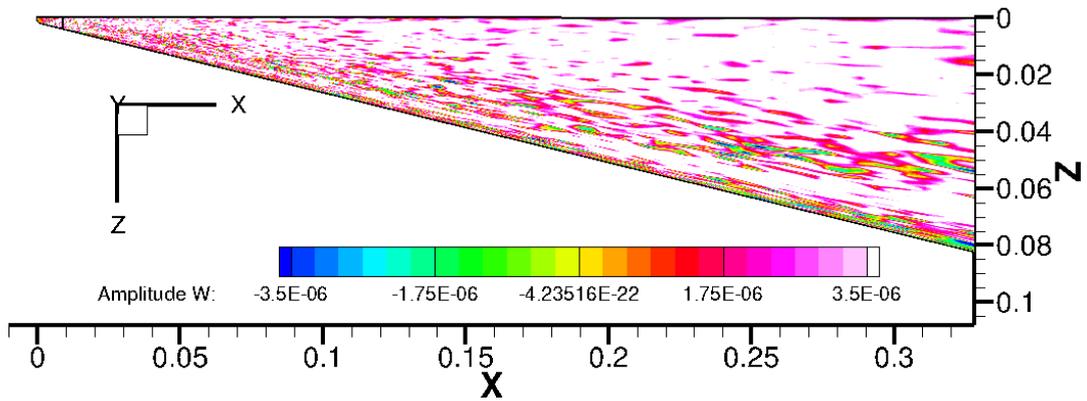


図 4.38 境界層厚さ約 40%における最大固有値に対応する z 方向速度の固有モード

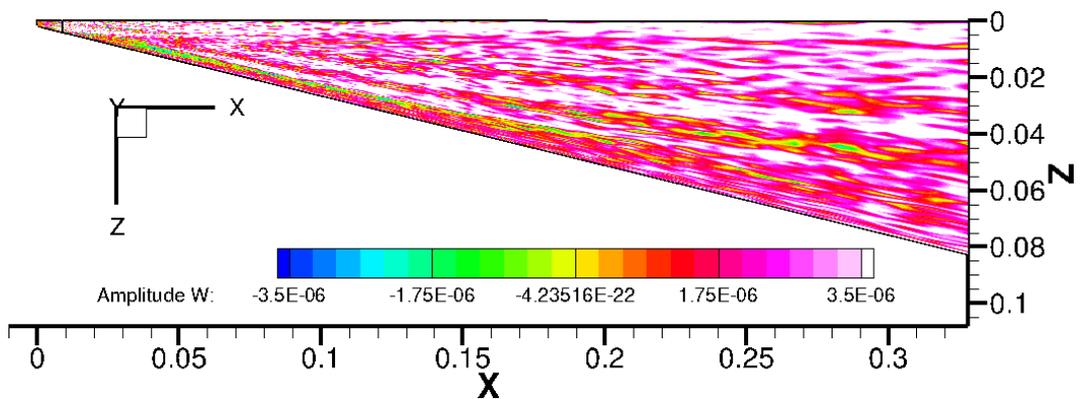


図 4.39 境界層厚さ約 75%における最大固有値に対応する z 方向速度の固有モード

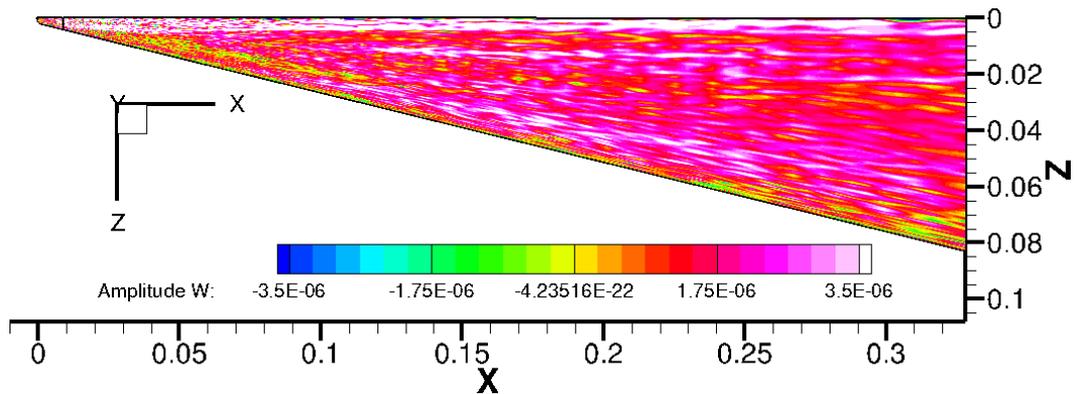


図 4.40 境界層厚さ約 100%における最大固有値に対応する z 方向速度の固有モード

4.2.5 クロスフロー不安定性の支配因子

$x/L=0.2, 0.35, 0.5, 0.75, 1.0$ の位置の断面における壁面垂直方向 110 層までの最大実固有値に対応する密度, 圧力, x 方向速度, y 方向速度, z 方向速度の固有モードをそれぞれ図 4.41 - 4.45 に示す. 境界層厚さ約 40%, 75%, 100%位置の格子断面で密度の最大固有モードと同傾向のクロスフロー不安定性分布を示した圧力, y 方向速度, z 方向速度の最大固有モードに着目する. 図 4.44, 4.45 より y 方向速度, z 方向速度の最大固有モードは境界層厚さ約 1%から境界層外縁付近まで全域で不安定になっている. 一方, 図 4.42 より圧力の最大固有モードは境界層厚さ約 40%から境界層外にかけて不安定になっている. 境界層内では渦度の x 方向成分 ω_x に対応する擾乱が強め合っており, 境界層外縁付近では音波に対応する擾乱が強め合っていることからクロスフロー不安定性の支配因子は, 渦度 ω_x と圧力の擾乱成長であると考えられる.

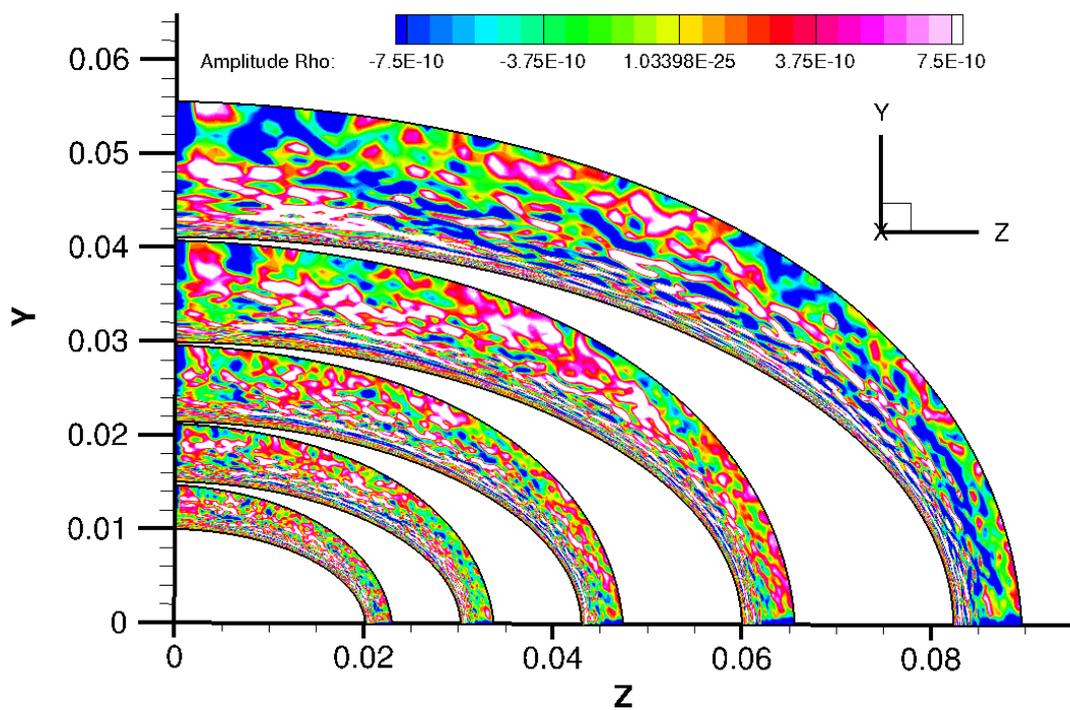


図 4.41 最大実固有値に対応する密度の固有モード ($x/L=0.2, 0.35, 0.5, 0.75, 1.0$ 断面)

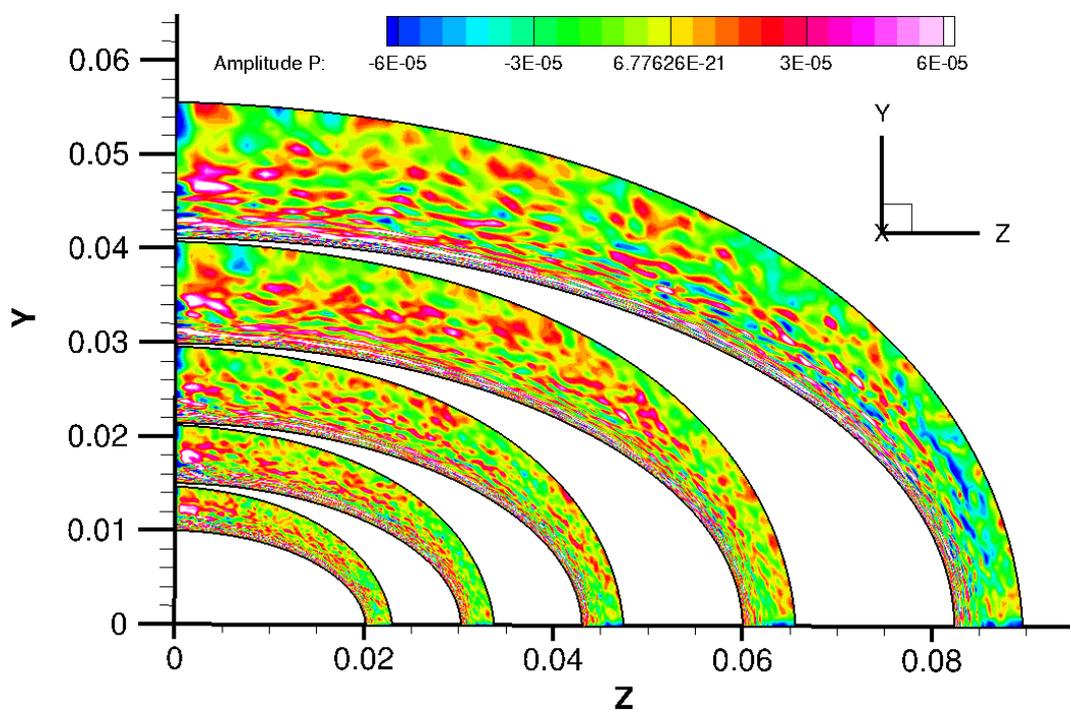


図 4.42 最大実固有値に対応する圧力の固有モード ($x/L=0.2, 0.35, 0.5, 0.75, 1.0$ 断面)

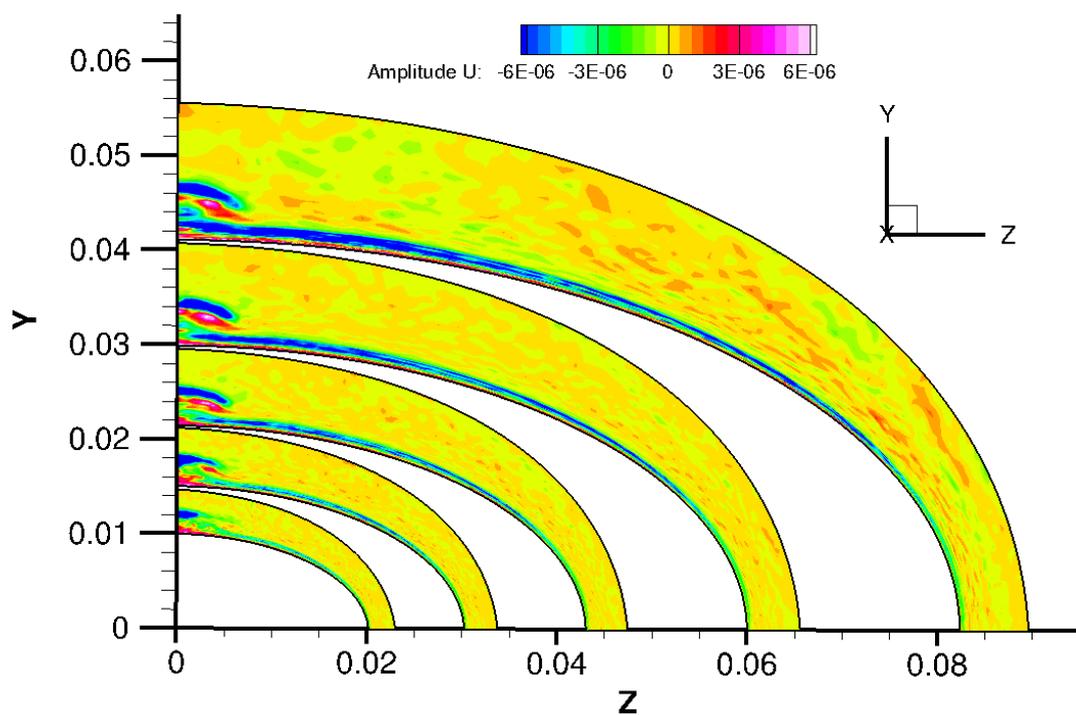


図 4.43 最大実固有値に対応する x 方向速度の固有モード
($x/L=0.2, 0.35, 0.5, 0.75, 1.0$ 断面)

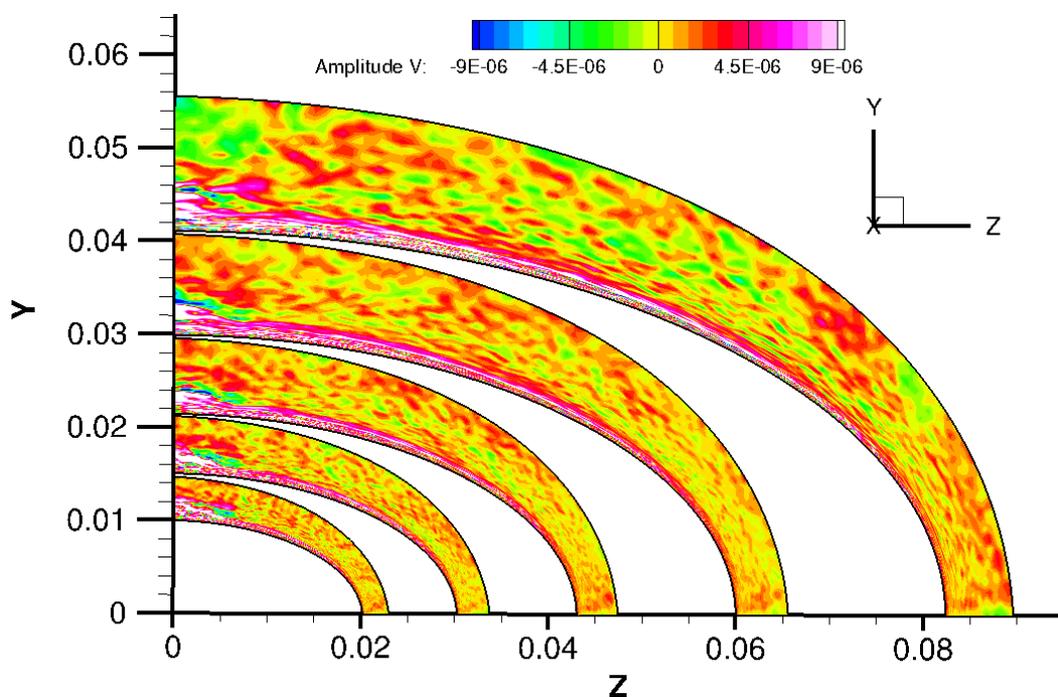


図 4.44 最大実固有値に対応する y 方向速度の固有モード
($x/L=0.2, 0.35, 0.5, 0.75, 1.0$ 断面)

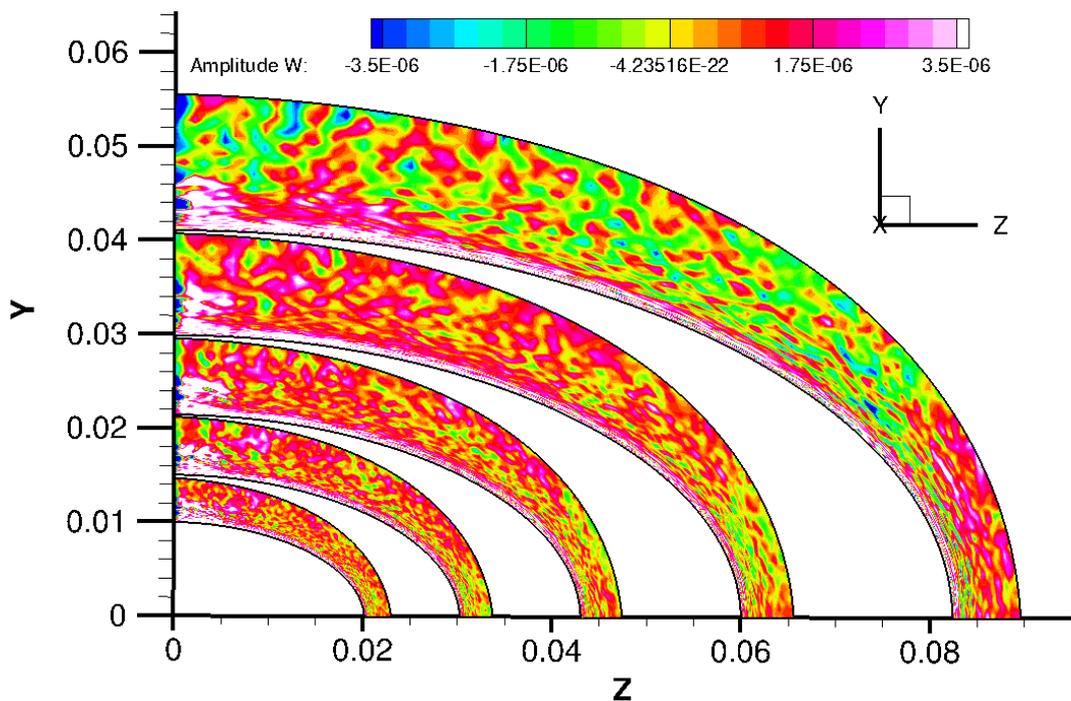


図 4.45 最大実固有値に対応する z 方向速度の固有モード
($x/L=0.2, 0.35, 0.5, 0.75, 1.0$ 断面)

4.2.6 乱流遷移位置の予測

クロスフロー不安定性の支配因子である渦度 ω_x と圧力の最大固有モードをそれぞれ流線に沿って積分する。境界層厚さ約 75%の格子断面における圧力の最大固有モードで見られるクロスフロー不安定性分布上に 5 本の流線を引く(図 4.46)。それぞれの流線上の渦度 ω_x と圧力の最大固有モードの値を抽出し平均する。平均した渦度 ω_x と圧力の最大固有モードの値を図 4.47, 4.48 に示す。図 4.47, 4.48 より渦度 ω_x と圧力の最大固有モードは楕円錐底面部に近づくにつれ、大きくなっていることが分かる。図 4.49, 4.50 にそれぞれ渦度 ω_x と圧力の最大固有モードの積分結果を示す。図 4.49 より渦度 ω_x の積分値は約 0.19[m]から、図 4.50 より圧力の最大固有モードの積分値は約 0.21[m]から急激に上昇していることが分かる。図 4.51 に積分値が急激に増加する点を実験結果にプロットした図を示す。図 4.51 より、渦度 ω_x と圧力の最大固有モードそれぞれのプロットは筋状の加熱率分布の先端付近(0.2[m]付近)に位置している。まず約 0.19[m]の境界層内で渦度 ω_x に対応する擾乱が強め合い、次に約 0.21[m]の境界層外縁付近で音波に対応する擾乱が強まり、最終的に壁面加熱につながっていると考えられる。

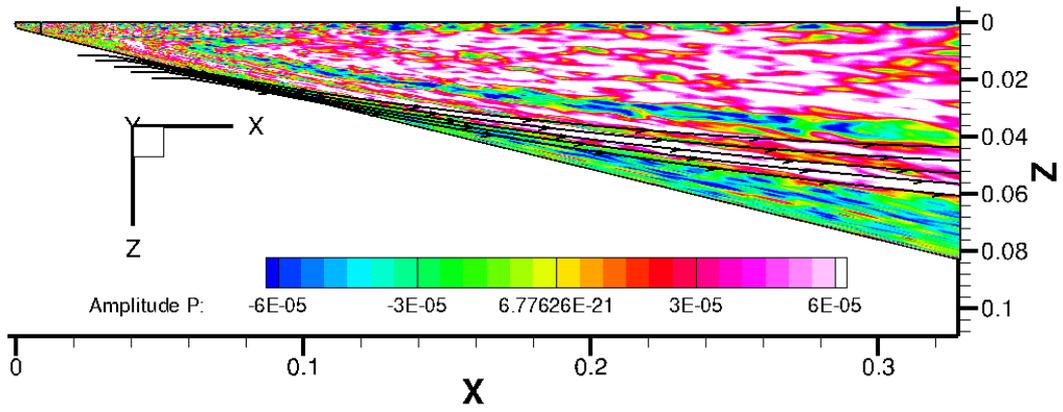


図 4.46 圧力の最大固有モードにおける筋状分布上の流線

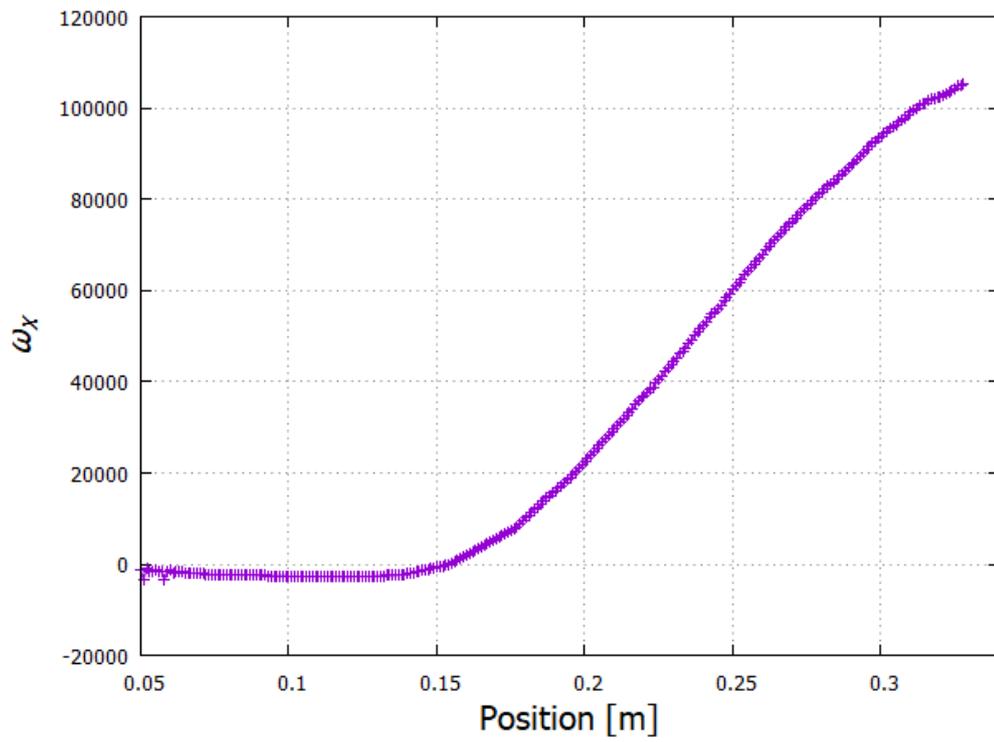


図 4.47 平均した渦度 ω_x

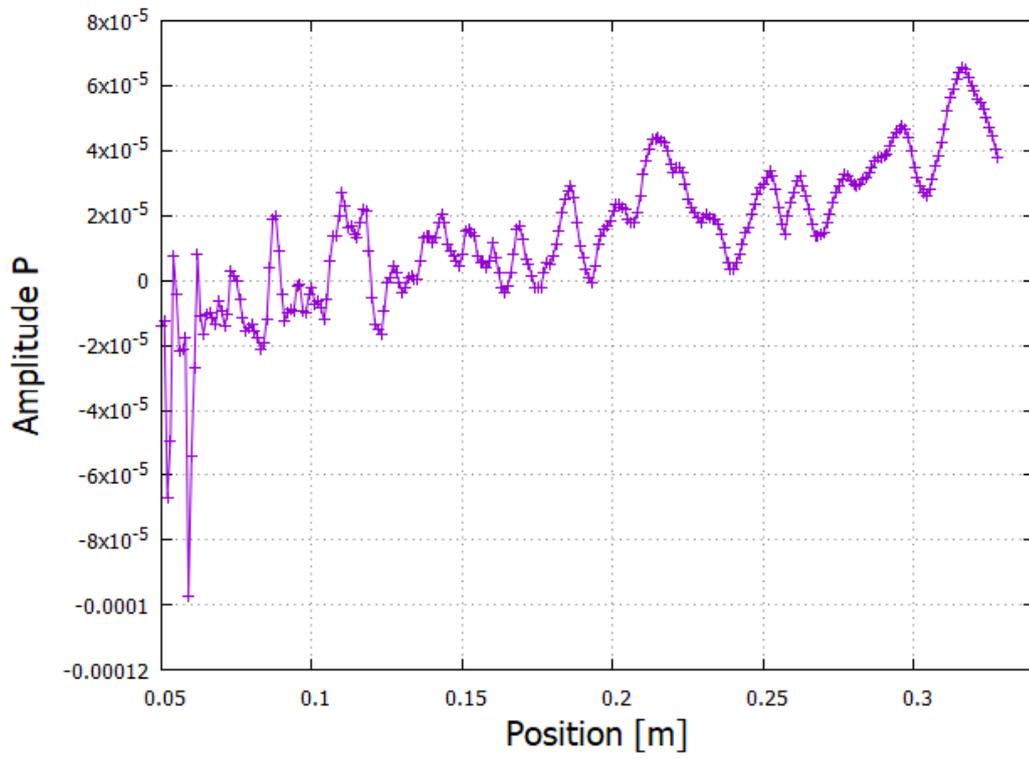


図 4.48 平均した圧力の最大固有モード

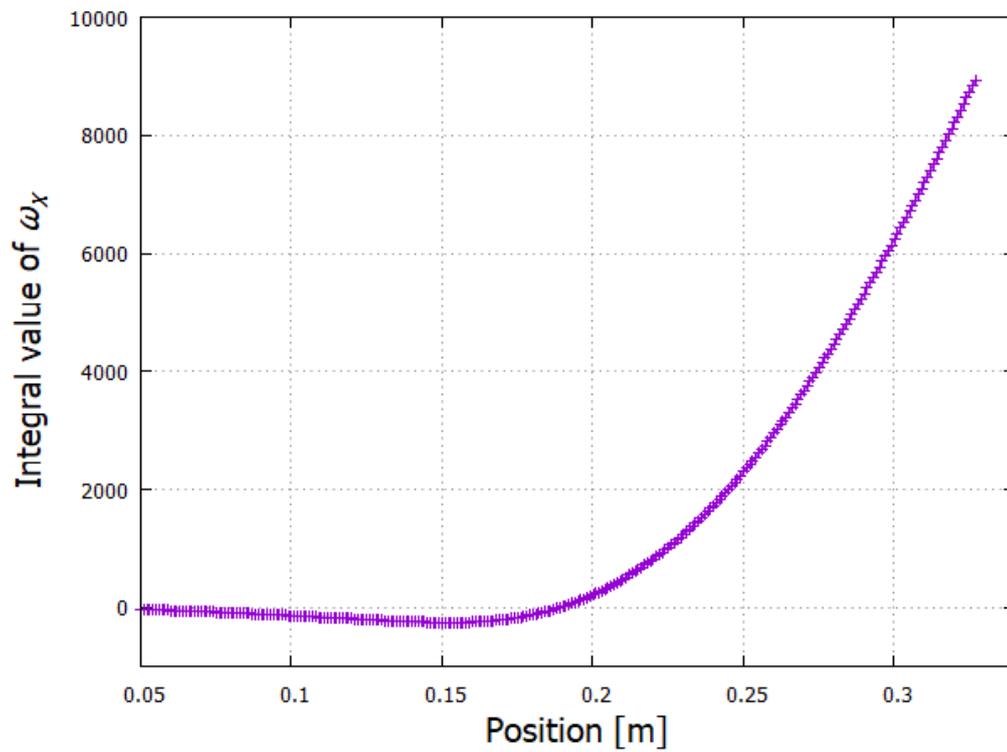


図 4.49 渦度 ω_x の積分値

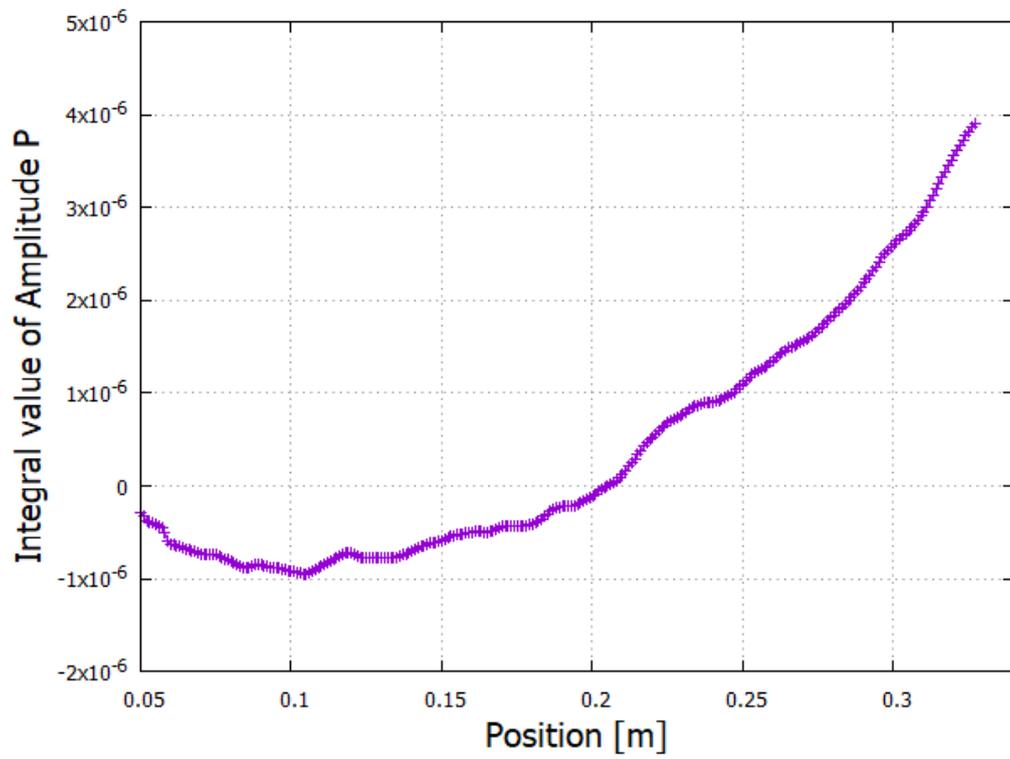


図 4.50 圧力の最大固有モードの積分値

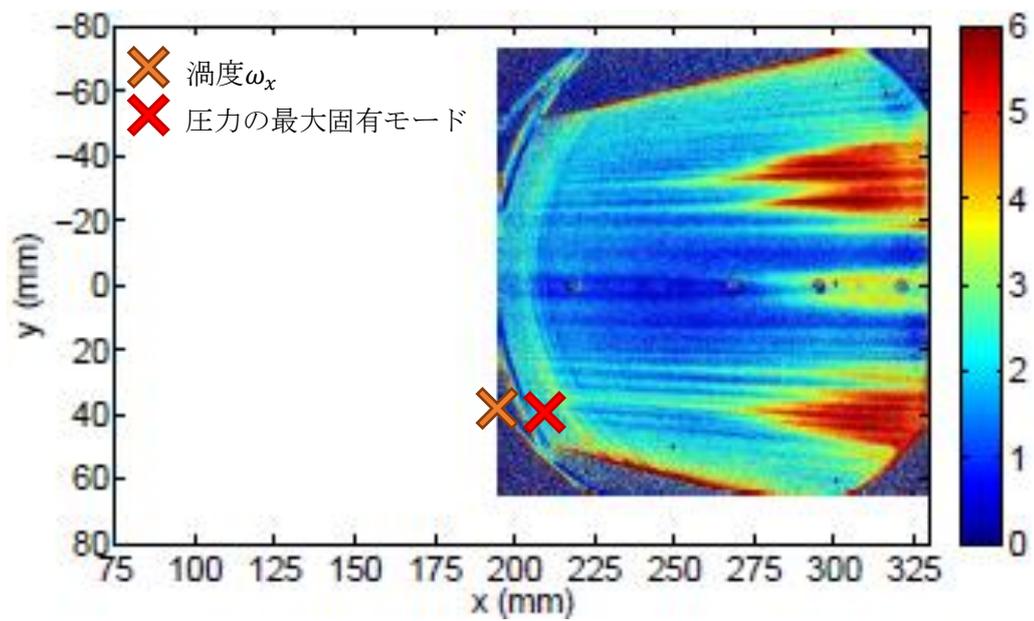


図 4.51 同主流条件の実験結果上の積分値のプロット

第5章

結論

本研究では、極超音速流における楕円錐模型周りの乱流遷移位置の予測を目指し、全体安定性解析を用いて流れ場の不安定モードを調査した。

まず、楕円錐模型周りの流れ場計算を行った。衝撃波面の形成、短径側の対称境界面付近に先端から伸びるキノコ雲状の縦渦が確認できた。境界層外縁付近には、速度ベクトルが変曲点を持ち、クロスフローが確認できた。

次に、楕円錐模型周りの流れ場に対して全体安定性解析を行った。最大実固有値に対応する密度の固有モードを確認すると、境界層外縁付近および壁面と衝撃波の間(短径側および長径側対称境界面付近)で擾乱が強め合っていることが分かった。境界層外縁付近で見られるクロスフロー不安定性分布は、T. J. Juliano と S. P. Schneider の実験で得られた筋状の壁面加熱率分布と同様の傾向が得られた。

最大実固有値に対応する密度の固有モードと 2 番目に大きい固有値に対応する固有モードを比較すると、同傾向の結果が得られたが、筋状分布が確認できたのは最大実固有値に対応する固有モードのみであった。固有値の実部は固有モードの成長率を表しているため、固有値が大きいほど早く流れ場が不安定になる。つまり、最大実固有値が不安定性の主因となる。

原始変数において最大実固有値に対応する固有モードを確認した。圧力、 y 方向速度、 z 方向速度の最大固有モードにおいて、密度の最大固有モードと同様の傾向の筋状分布が得られた。 y 方向速度、 z 方向速度の最大固有モードでは境界層内に擾乱の強め合いを確認でき、圧力の最大固有モードでは境界層外縁付近に擾乱の強め合いを確認できた。クロスフロー不安定性は、境界層内では渦度の x 方向成分 ω_x に対応する擾乱が強め合っており、境界層外縁付近では音波に対応する擾乱が強め合っていると考える。このことからクロスフロー不安定性の支配因子は渦度 ω_x と圧力の擾乱成長であると考えられる。

クロスフロー不安定性の支配因子が渦度 ω_x と圧力の擾乱成長であるとみられ、渦度 ω_x と圧力の最大固有モードを流線に沿って積分した。渦度 ω_x の積分値は 0.19[m]付近で、圧力の最大固有モードの積分値は 0.21[m]付近で急激に上昇しており、0.2[m]付近から乱流遷移が始まっていると考える。また、実験結果にプロットすると筋状の加熱率分布

の先端付近に位置しており，まず境界層内で渦度 ω_x に対応する擾乱が強め合い，次に境界層外縁付近で音波に対応する擾乱が強まる．

本研究では，全体安定性解析を行うことにより，筋状のクロスフロー不安定性を確認した．さらに，原始変数の最大固有モードを調査することにより渦度の x 方向成分 ω_x と音波に対応する擾乱成長が確認でき，クロスフロー不安定性の発端であることを示した．渦度 ω_x と圧力の最大固有モードを流線に沿って積分することにより乱流遷移位置を評価した．

謝辞

本研究の遂行にあたり，高知工科大学 荻野要介講師には熱心なご指導を賜りました。研究を始め，毎週のミーティング，様々なゼミ，発表練習など懇切丁寧にご指導を頂きました。心から感謝いたします。

高知工科大学 野崎理教授には研究に関することから就活指導まで，多大なるご助言，ご指導を頂きました。心から感謝いたします。

高知工科大学スーパーコンピュータ高度計算研究プロジェクト(IACP)を使用するにあたり，高知工科大学 松崎公紀教授には多大なるご支援を頂きました。心から感謝いたします。

同期の中地愛香さん，津村篤志くん，松本巧くん，水野佑樹くん，和田展忠くん並びに高知工科大学航空エンジン超音速流研究室の皆様には研究を始め，様々なご協力，ご助言を頂きました。心から感謝いたします。

最後に，学生生活を不自由なく過ごさせて頂いた両親と兄に感謝いたします。ありがとうございました。

参考文献

- (1) J. J. Bertin, and R. M. Cummings, “Fifty years of hypersonics: where we’ve been, where we’re going,” *Prog. Aerosp. Sci.*, Vol. 39, (2003), pp. 511-536.
- (2) D. J. Dolvint, “Hypersonic International Flight Research and Experimentation (HIFiRE) Fundamental Science and Technology Development Strategy,” AIAA Paper 2008-2581, (2008).
- (3) T. J. Juliano, D. Adamczak and R. L. Kimmel, “HIFiRE-5 Flight Test Results,” *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 52, (2015), pp. 650-663.
- (4) M. P. Borg and R. L. Kimmel, “Simultaneous Infrared and Pressure Measurements of Crossflow Instability Modes for HIFiRE-5,” AIAA paper 2016-0354, (2016).
- (5) R. L. Kimmel, D. W. Adamczak, D. Hartley, H. Alesi, M. A. Frost, R. Pietsch, J. Shannon and T. Silvester, “Hypersonic International Flight Research Experimentation-5b Flight Overview,” *AIAA J.*, Vol. 55, (2018), pp. 1303-1314.
- (6) M. P. Borg and R. L. Kimmel, “Ground Test of Transition for HIFiRE-5b at Flight-Relevant Attitudes,” *AIAA J.*, Vol. 55, (2018), pp. 1329-1340.
- (7) R. L. Kimmel, D. Adamczak, K. Berger and M. Choudhari, “HIFiRE-5 Flight Vehicle Design,” AIAA Paper 2010-4985, (2010).
- (8) T. J. Juliano, J. Poggie, K. M. Porter, R. L. Kimmel, J. S. Jewell and D. Adamczak, “HIFiRE-5b Heat Flux and Boundary-Layer Transition,” *AIAA J.*, Vol. 55, (2018), pp. 1315-1328.
- (9) J. B. Edelman and S. P. Schneider, “Secondary Instabilities of Hypersonic Stationary Crossflow Waves,” *AIAA J.*, Vol. 56, (2018), pp. 182-192.
- (10) D. J. Dinzl and G. V. Candler, “Analysis of Crossflow Instability on HIFiRE-5 using Direct Numerical Simulation,” AIAA Paper 2015-0279, (2015).
- (11) D. J. Dinzl and G. V. Candler, “Direct Simulation of Hypersonic Crossflow Instability on an Elliptic Cone,” *AIAA J.*, Vol. 55, (2017), pp. 1769-1782.
- (12) A. J. Moyes, T. S. Kocian, D. Mullen and H. L. Reed, “Boundary-Layer Stability Analysis of HIFiRE-5b Flight Geometry,” *AIAA J.*, Vol. 55, (2018), pp. 1341-1355.
- (13) A. Viladegut, Jean-Etienne Durand, F. Pinna and O. Chazot “Hypersonic Boundary-Layer Duplication Methodology Downstream of the Stagnation Point,” *AIAA J.*, Vol. 55, (2018), pp. 1393-1400.

- (14) T. J. Juliano and S. P. Schneider, “Instability and Transition on the HIFiRE-5 in a Mach-6 Quiet Tunnel,” AIAA Paper 2010-5004, (2010).
- (15) S. P. Schneider, “Developing mechanism-based methods for estimating hypersonic boundary-layer transition in flight: The role of quiet tunnels,” *Prog. Aerosp. Sci.*, Vol. 72, (2015), pp. 17-29.
- (16) 鈴木宏二郎, 安倍賢一, 亀田正治, 一般社団法人 日本航空宇宙学会編, “粘性流体力学,” 丸善出版, (2017), pp. 151-152.
- (17) S. P. Schneider, “Hypersonic laminar–turbulent transition on circular cones and scramjet forebodies,” *Prog. Aerosp. Sci.*, Vol. 40, (2004), pp. 1-50.
- (18) P. Paredes, R. Gosse, V. Theofilis and R. Kimmel, “Linear modal instabilities of hypersonic flow over an elliptic cone,” *J. Fluid Mech.*, Vol. 804, (2016), pp. 442-466.
- (19) M. W. Tufts, R. C. Gosse and R. L. Kimmel, “Parabolized Stability Equation Analysis of Crossflow Instability on HIFiRE-5b Flight Test,” *AIAA J.*, Vol. 55, (2018), pp. 1369-1378.
- (20) F. Gomez, S. L. Clainche, P. Paredes, M. Hermanns and V. Theofilis, “Four Decades of Studying Global Linear Instability: Problems and Challenges,” *AIAA J.*, Vol. 50, (2012), pp. 2731-2743.
- (21) 松瀬祐二, “円錐形状周りにおける極超音速流れの全体安定性解析,” 東北大学大学院修士学位論文, (2016).
- (22) Defense Advanced Research Projects Agency(DARPA), Falcon Technology Vehicle 2(HTV-2) Program.
- (23) Y. Wada and M. S. Liou, “A Flux Splitting Scheme with High-Resolution and Robustness for Discontinuities,” AIAA Paper 94-0083, (1994).
- (24) B. van Leer, “Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme. V. A Second-Order Sequel to Godunov’s Method,” *J. Comput. Phys.*, Vol. 32, (1979), pp. 101-136.
- (25) W. E. Arnoldi, “The Principle of Minimized Iterations in the Solution of the Matrix Eigenvalue Problem,” *Q. Appl. Math.*, Vol. 9, (1951), pp. 17-29.
- (26) 千葉賢, “円柱を過ぎる流れの全体不安定性に関する研究,” 日本流体力学会会誌「ながれ」, Vol. 15, (1996), pp. 295-307.
- (27) 谷口英夫, 渡邊喬, 加藤景一, “横流れ不安定特性に影響を及ぼす三次元層流境界層の要因について,” 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 72, No. 702, (2005), pp. 459-466.