

2018（平成 30）年度 修士学位論文

遷音速における翼まわりの圧縮性粘性流れに
適合した格子生成手法の構築

Development of Adapted Grid Generation Method to
Compressible Viscous Flow around a Transonic Wing

2019 年 3 月 11 日

高知工科大学大学院 工学研究科基盤工学専攻
知能機械システム工学コース

1215019 津村 篤志

指導教員 荻野 要介, 野崎 理

目次

第1章 緒論.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.1.1 航空機の開発と CFD.....	1
1.1.2 境界層適合.....	2
1.1.3 衝撃波適合.....	2
1.2 研究目的.....	3
1.3 本論文の構成.....	3
第2章 数値計算法.....	4
2.1 支配方程式.....	4
2.2 離散化.....	6
2.2.1 空間高次精度化.....	6
2.2.2 対流流束評価.....	7
2.2.3 時間積分法.....	8
2.3 境界層厚さのモデル化.....	8
2.4 衝撃波面位置のモデル化.....	9
第3章 格子適合（二次元翼）.....	11
3.1 初期計算格子.....	11
3.2 計算条件.....	12
3.2.1 主流条件.....	12
3.2.2 境界条件.....	12
3.3 初期格子による計算結果.....	13
3.4 境界層適合.....	14
3.4.1 境界層厚さのモデル化と格子移動.....	14
3.4.2 境界層適合結果.....	15
3.5 衝撃波面適合.....	19
3.5.1 衝撃波面位置のモデル化と格子移動.....	19
3.5.2 衝撃波面適合結果.....	21
3.5.3 格子適合手法比較.....	24
第4章 格子適合（三次元翼）.....	26
4.1 初期計算格子.....	26
4.2 計算条件.....	28
4.2.1 主流条件.....	28
4.2.2 境界条件.....	28
4.3 初期格子による計算結果.....	28
4.4 境界層適合.....	30
4.4.1 境界層厚さのモデル化と格子移動.....	30
4.4.2 境界層適合結果.....	31
4.5 衝撃波面適合.....	33
4.5.1 衝撃波面位置のモデル化と格子移動.....	33

4.5.2 衝擊波面適合結果	35
第 5 章 結論	40
参考文献	41
謝辭	43

第1章

緒論

1.1 研究背景

1.1.1 航空機の開発と CFD

航空機の誕生から一世紀以上が経ち、その高速・長距離輸送能力は今や人々の生活に欠かせないものとなっている。航空運賃の低価格化や環境規制の引き上げ、燃料費の高騰など省燃費性能が求められている。さらに、格安航空会社の台頭や新興国の人口増加などに伴い、航空機の需要は増加傾向にある。20年後には今の2倍以上の航空機が必要になると言われて[1]おり、航空機の量的・質的拡充に対する期待は年々大きくなっている。

旅客機の開発は、要求される様々な制約条件の下で行われ、計画から初号機の納入まで約10年の期間と数千億円の開発費を要する[1]。数年先の需要を予測し、市場競争力のある魅力的な機体をベストなタイミングで開発するためには、膨大な量の設計を正確に短時間で行わなければならない。空力設計においては、ライト兄弟の時代から行われている風洞試験や飛行試験に加え、90年代からは数値流体力学 CFD (Computational Fluid Dynamics) を用いることで設計の高度化、高効率化、低コスト化が図られている。近年では、計算機性能の向上と数値計算法の開発によって CFD の果たす役割はますます大きくなり、様々な形状まわりの流れ場に対して用いられ、設計開発や研究の場で欠かすことの出来ないツールとなっている[2]。

現代の旅客機の多くは巡航時には高空を遷音速で飛行する。航空機の空力設計を行うためには境界層と衝撃波面の高い予測精度が不可欠である。境界層領域の流体の運動量が損失することにより摩擦抵抗が生まれる。また、流体が衝撃波を形成するために消費した運動量が造波抵抗として現れる。これらの物理現象を正確にシミュレートすることは航空機の安全性や高性能を求める上で重要であるが、CFD の正確さと効率は計算格子の品質に大きく依存する。細かすぎる格子は正確な予測が得られるが計算時間が長くなり、粗すぎる格子は予測が不正確になることがある。そのため、境界層の厚さや衝撃波の位置を推定し、その現象を予測するのに必要な計算格子を機体の流れ場の変化に合わせて作成しなければならない。単純な流れではシミュレーションの前にそのような格子を理論的に作成することは可能であるが、一般的にはそのような格子を事前に作成することは困難である。そこで、予め流れ場を計算し得られた物理量を基に計算格子を再構築する解適合格子法が用いられている。

1.1.2 境界層適合

解適合格子法は CFD 計算によって得られた物理量に基づいて計算格子を再構築する手法のことである。均一な初期格子と比べると少ない格子数で効率的に解像度を高めることができる。解適合格子法は、 h 適合法(h -refinement), p 適合法(p -refinement), r 適合法(r -refinement)の3種類に分類できる。 h 適合法とは、解適合格子細分化法(Adaptive Mesh Refinement : AMR)とも呼ばれ、格子を局所的に細分化する方法である。 p 適合法は、格子の形状は変えずに、局所的にスキームの精度を高める方法である。 p 適合法は単独ではなく h 適合法と同時に h - p 適合法として使用される[3]。これらは初期の計算格子が粗すぎる場合、境界層や衝撃波などの解の特徴を捉えきれない可能性がある。 r 適合法(r -refinement)は、格子点を移動させる方法である。解の特徴を検出し、格子点数を増やすことなく必要な場所に計算格子を集めることで高解像を実現する。

図 1.1 に r 適合法を用いて NACA0012 翼型まわりの境界層に適合した格子を示す。Moro ら[4]は境界層の厚さを特定し、その部分の格子を小さくすることで少ない格子数で高解像の解を得ることに成功している。

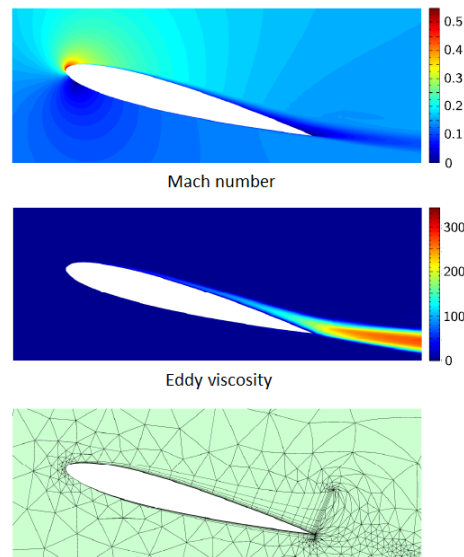


図 1.1 Mach 数分布(上図), 渦粘性係数 μ_t/μ_∞ 分布(中図), 境界層に適合した格子(下図)[4]

1.1.3 衝撃波適合

衝撃波に計算格子を適合させるためには、まず、衝撃波面を同定する必要がある。伝統的な手法は、物理量の勾配を用いる方法である。Nakahashi ら[5]は 1986 年に密度勾配とねじりばねアナロジーを用いて非定常に変化する衝撃波に自己適合する手法を提案した。また近年では、2018 年に Chen ら[6]によって圧力勾配と Point Rays 法を用いた衝撃波面の同定法が紹介されている。この方法は非常に単純な式で記述され、低計算量で衝撃波面を同定できる。一方、衝撃波を「物理量の急激な変化」という曖昧な現象論的な解釈ではなく、定量的な数理的解釈に基づいて、金森ら[7]は特性曲線理論に着目した。特性曲線が衝突する位置、すなわち、Riemann 不変量の保存関係が破綻する位置を

直接求めて衝撃波を検出した。しかし、この方法は Riemann 不変量の輸送方程式を扱うため衝撃波面の正確な位置が分かる反面、計算コストがかかる。

図 1.2 に Chen ら[6]が Point Rays 法によって円柱まわりの弧状衝撃波面を同定した結果を示す。衝撃波面を含む格子点の集合を圧力勾配により検出し、領域を分けて衝撃波の特徴点を決めることで、衝撃波面を滑らかなに近似することに成功している。

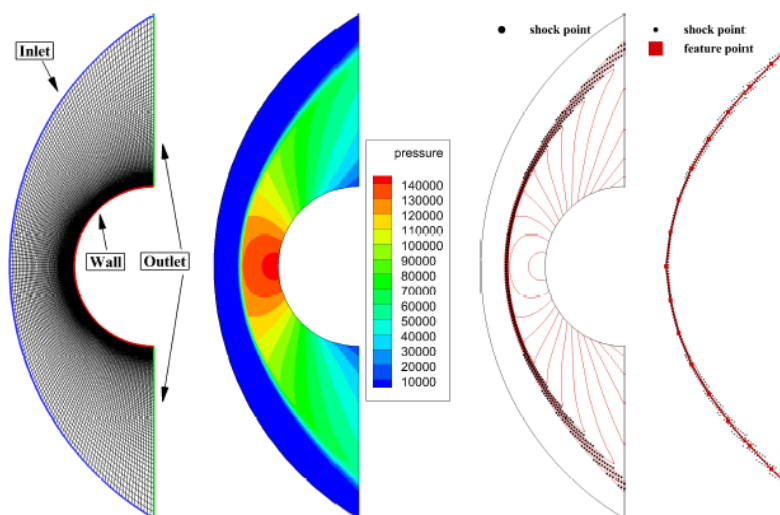


図 1.2 Point Rays 法を用いた衝撃波面の同定[6]

1.2 研究目的

以上のような背景から、本研究では遷音速域で飛行する航空機の主翼に焦点を当て、境界層と衝撃波面に適合した計算格子を生成する手法を構築することを目的とする。まず、初期格子による数値計算を行い、流れ場を求める。次に得られた流れ場の物理量から境界層厚さと衝撃波面の位置をモデル化する。そして、格子数を増やすことなく、それらに適合した計算格子を生成し、風洞実験や初期格子の結果との比較を行う。

1.3 本論文の構成

本論文の各章の概要、論文の構成は以下の通りである。

- 第1章 本研究の背景および目的を示した。
- 第2章 本研究で用いた流体計算コードの数値計算法及び境界層厚さと衝撃波面位置のモデル化方法を示す。
- 第3章 二次元翼の境界層及び衝撃波に計算格子を適合させた方法と結果を示す。
- 第4章 三次元翼の境界層及び衝撃波に計算格子を適合させた方法と結果を示す。
- 第5章 本研究で得られた結論をまとめる。

第2章

数値計算法

本章では、使用した数値計算法及び境界層厚さと衝撃波面位置のモデル化について述べる。

2.1 支配方程式

支配方程式は三次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式である。これを保存形で書くと、

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial (\mathbf{E} - \mathbf{E}_v)}{\partial x} + \frac{\partial (\mathbf{F} - \mathbf{F}_v)}{\partial y} + \frac{\partial (\mathbf{G} - \mathbf{G}_v)}{\partial z} = 0, \quad (2.1)$$

であり、保存量及び非粘性流束は、

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (e + p)u \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (e + p)v \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ (e + p)w \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

と表され、粘性流束は、

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_v &= \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xx}u + \tau_{xy}v + \tau_{zx}w + \kappa \frac{\partial T}{\partial x} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{F}_v &= \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yx} \\ \tau_{xy}u + \tau_{yy}v + \tau_{yz}w + \kappa \frac{\partial T}{\partial y} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{G}_v &= \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zz} \\ \tau_{zx}u + \tau_{yz}v + \tau_{zz}w + \kappa \frac{\partial T}{\partial z} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

である。ここで、 ρ は密度、 u , v , w はそれぞれ x , y , z 方向の主流速度であり、 e は単位体積あたりの全エネルギーで、次式で表される。

$$e = \frac{1}{\gamma - 1} p + \frac{\rho}{2} (u^2 + v^2 + w^2). \quad (2.5)$$

ここで、 γ は比熱比であり 1.4 とする。圧力 p は理想気体における状態方程式で全エネルギーと関係付けられる。

$$p = (\gamma - 1) \left(e - \frac{\rho}{2} (u^2 + v^2 + w^2) \right). \quad (2.6)$$

粘性応力の各成分は、

$$\tau_{xx} = \frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right), \quad (2.7)$$

$$\tau_{yy} = \frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad (2.8)$$

$$\tau_{zz} = \frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right), \quad (2.9)$$

$$\tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad (2.10)$$

$$\tau_{yz} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right), \quad (2.11)$$

$$\tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right), \quad (2.12)$$

である。分子粘性係数 μ は、Sutherland の式を用いて求める。

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{1 + 110.0/T_0}{(T + 110.0)/T_0}. \quad (2.13)$$

ここで、 T_0 , μ_0 は基準状態の温度・粘性係数を表しており、それぞれ 228.0[K], 1.7932×10^{-5} [Pa·s]の値を使用する。熱伝導係数 κ は次式を用いて求める。

$$\kappa = \frac{\mu C_p}{P_r}. \quad (2.14)$$

C_p は定圧比熱であり、 P_r はプラントル数で層流では 0.72, 乱流では 0.9 と定数で与える。

本研究では、二次元流れに対し Menter が発表した Menter SST モデル[8] [9]を用いる。このモデルは 2 方程式モデルであり、乱流運動エネルギー k と比散逸率 ω の 2 つの乱流量を導入する。輸送方程式は次式で表される。

$$\frac{D\rho k}{Dt} = P_k - \beta^* \rho \omega k + \nabla \cdot [(\mu + \sigma_k \mu_t) \nabla k], \quad (2.15)$$

$$\frac{D\rho \omega}{Dt} = \frac{\alpha}{\nu_t} P_k - \beta \rho \omega^2 + \nabla \cdot [(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \nabla \omega] + 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_\omega z}{\omega} \nabla k \cdot \nabla \sigma. \quad (2.16)$$

壁からの距離を用いて切り替え関数 F_1 を 1 から 0 に変化させることで、境界層の内層で k - ω モデル、外層で k - ε モデルに切り替わる。各項の定義や定数に用いた値は文献[8][9]と同じである。

三次元流れに対しては、0 方程式モデルである Baldwin-Lomax モデル[9][10]を用いる。輸送方程式を解かず、代数式のみを解くことで渦粘性係数を求めるため計算コストが低い。境界層を内層、外層の 2 つに分割する 2 層モデルである。

$$(\mu_t)_{inner} = \bar{\rho} l^2 |\omega|, \quad (2.17)$$

$$(\mu_t)_{outer} = \bar{\rho} K C_{CP} F_{WAKE} F_{Kleb}(\mathbf{y}), \quad (2.18)$$

$$\mu_t = \min[(\mu_t)_{inner}, (\mu_t)_{outer}]. \quad (2.19)$$

各項の定義や定数に用いた値は文献[9][10]と同じである。

2.2 離散化

離散化には、セル中心有限体積法を用いる。支配方程式(2.1)を任意のセル V について体積分すると次式が得られる。

$$\iiint_V \left(\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial(\mathbf{E} - \mathbf{E}_v)}{\partial x} + \frac{\partial(\mathbf{F} - \mathbf{F}_v)}{\partial y} + \frac{\partial(\mathbf{G} - \mathbf{G}_v)}{\partial z} \right) dV = 0. \quad (2.20)$$

また、流束ベクトルに対して Gauss の発散定理を用いると、

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \mathbf{Q} dV + \oint_{\partial V} \{(\mathbf{E} - \mathbf{E}_v)n_x + (\mathbf{F} - \mathbf{F}_v)n_y + (\mathbf{G} - \mathbf{G}_v)n_z\} dS = 0, \quad (2.21)$$

ここで、 n_x , n_y , n_z はそれぞれセル境界面の法線ベクトルの x , y , z 成分を表す。各セルでの値は、そのセル自身の体積を用いて平均化し、以下のように与えられる。

$$\hat{\mathbf{Q}} = \frac{\iiint_V \mathbf{Q} dV}{\iiint_V dV}. \quad (2.22)$$

離散化の際に、セルの体積 ΔV ($\iiint_V dV$)、セル境界の面積 ΔS ($= dS$)、時間刻み幅 Δt ($= dt$)をそれぞれ与え、離散化された式は以下のように表される。

$$\frac{\Delta \hat{\mathbf{Q}}}{\Delta t} \Delta V = - \sum_{k=1}^6 \{(\mathbf{E} - \mathbf{E}_v)n_x + (\mathbf{F} - \mathbf{F}_v)n_y + (\mathbf{G} - \mathbf{G}_v)n_z\} \Delta S_k. \quad (2.23)$$

2.2.1 空間高次精度化

MUSCL 法[11]を用いて空間高次精度化する。 i , j , k 方向それぞれに対し、一次元的に空間分布を考え、以下のように \mathbf{q}_L , \mathbf{q}_R を決定する。勾配を考える物理量には原始変数 $\mathbf{q} = (\rho, u, v, w, p)$ の組を用いた。

$$(\mathbf{q}_L)_{i+1/2} = \mathbf{q}_i + \frac{1}{4} \tilde{\Delta}_- + \frac{1}{4} \tilde{\Delta}_+, \quad (2.24)$$

$$(\mathbf{q}_R)_{i+1/2} = \mathbf{q}_{i+1} - \frac{1}{4} \tilde{\Delta}_+ - \frac{1}{4} \tilde{\Delta}_-. \quad (2.25)$$

ここで、 $\tilde{\Delta}_+$, $\tilde{\Delta}_-$ は制限関数を用いて修正された物理量の差であり、

$$\tilde{\Delta}_- = \text{limiter}(\Delta_-, \Delta_+), \quad (2.26)$$

$$\tilde{\Delta}_+ = \text{limiter}(\Delta_+, \Delta_-), \quad (2.27)$$

と記述される。ここで、 Δ_+ , Δ_- は、

$$\Delta_- = \mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{i-1}, \quad (2.28)$$

$$\Delta_+ = \mathbf{q}_{i+1} - \mathbf{q}_i, \quad (2.29)$$

と定義される。

制限関数には、次式で示す minmod 制限関数を用いた.

$$\begin{aligned} \text{limiter}(a, b) &= \text{minmod}(a, b) \\ &= \text{sgn}(a)\max(0, \min(|a|, \text{bsgn}(a))). \end{aligned} \quad (2.30)$$

2.2.2 対流流束評価

近似リーマン解法である Flux Vector Splitting(FVS)法に属する SLAU 法[12]を用い、セル境界における対流流束 $\mathbf{H} = (\mathbf{E}, \mathbf{F}, \mathbf{G})^t$ を決定する.

$$\mathbf{H} = \frac{\dot{m} + |\dot{m}|}{2} \Phi^L + \frac{\dot{m} - |\dot{m}|}{2} \Phi^R + \tilde{p} \mathbf{N}, \quad (2.31)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 \\ u \\ v \\ w \\ h \end{bmatrix}, \quad (2.32)$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{n}_x \\ \dot{n}_y \\ \dot{n}_z \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.33)$$

ここで、 \dot{m} 、 \tilde{p} はそれぞれセル境界で定義された質量流束、圧力を表す。 h は全エンタルピーであり、 $(e + p)/\rho$ に等しい。また、 \dot{n}_x 、 \dot{n}_y 、 \dot{n}_z は三次元セル境界面の単位法線ベクトル成分であり、次式で表される。

$$\dot{n}_x = \frac{n_x}{\sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}}, \quad (2.34)$$

$$\dot{n}_y = \frac{n_y}{\sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}}, \quad (2.35)$$

$$\dot{n}_z = \frac{n_z}{\sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}}. \quad (2.36)$$

圧力 \tilde{p} は以下のように求める。

$$\tilde{p} = \frac{p^L + p^R}{2} + \frac{\beta^+ + \beta^-}{2} (p^L - p^R) + (1 - \chi)(\beta^+ + \beta^- - 1) \frac{p^L + p^R}{2}. \quad (2.37)$$

ここで、上付き添え字 L 、 $+$ はセル境界の左、 R 、 $-$ はセル境界の右を意味する。

$$\beta^\pm = \begin{cases} \frac{1}{4}(2 \mp M^\pm)(M^\pm \pm 1)^2, & |M^\pm| < 1 \\ \frac{1}{2}(1 + \text{sign}(\pm M^\pm)), & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (2.38)$$

$$M^+ = \frac{V_n^L}{\bar{c}}, \quad (2.39)$$

$$M^- = \frac{V_n^R}{\bar{c}}, \quad (2.40)$$

$$V_n = u\dot{n}_x + v\dot{n}_y + w\dot{n}_z, \quad (2.41)$$

$$\chi(1 - \tilde{M})^2, \quad (2.42)$$

$$\tilde{M} = \min \left(1.0, \frac{1}{\bar{c}} \sqrt{\frac{V_n^{L2} + V_n^{R2}}{2}} \right), \quad (2.43)$$

$$\bar{c} = \frac{1}{2}(c^L + c^R). \quad (2.44)$$

質量流束は以下のように求める.

$$\dot{m} = \frac{1}{2} \left(\rho^L (V_n^L + |\bar{V}_n|^+) + \rho^R (V_n^R - |\bar{V}_n|^-) - \frac{\chi}{\bar{c}} \Delta p \right), \quad (2.45)$$

$$|\bar{V}_n|^\pm = (1 - g) |\bar{V}_n| + g |V_n|^\pm, \quad (2.46)$$

$$g = -\max(\min(M^+, 0), -1) \cdot \min(\max(M^-, 0), 1), \quad (2.47)$$

$$|\bar{V}_n| = \frac{\rho^L |V_n|^+ + \rho^R |V_n|^-}{\rho^L + \rho^R}. \quad (2.48)$$

2.2.3 時間積分法

時間積分には LU-SGS 陰解法[13]を用いる. この手法では, 行列反転の必要がなく大幅な計算コストの削減が可能となる.

乱流モデルとして Menter SST モデルを使用する場合, 生成項のヤコビアンを評価する必要がある. 本研究では, 文献[14]を参考にして, 対角項のみを考えることとし, 次式を用いて評価した.

$$\frac{\partial(P - \beta^* \rho \omega k)}{\partial(\rho k)} \cong -\frac{\partial(\beta^* \rho \omega k)}{\partial(\rho k)} = -\beta^* \omega, \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial}{\partial(\rho \omega)} \left[\frac{\gamma}{\nu_t} P - \beta^* \rho \omega^2 + C_\omega \right] \cong -\frac{|C_\omega| + 2\beta^* \rho \omega^2}{\rho \omega}. \quad (2.50)$$

2.3 境界層厚さのモデル化

まず, Drela[15]によって提案された方法で境界層厚さ δ_{BL} をモデル化する.

$$\delta_{BL} = \theta_k \left(A + \frac{B}{H_k - 1} \right) + C \delta_k^*, \quad (2.51)$$

$$A = 3.15, \quad B = 1.72, \quad C = 1.0. \quad (2.52)$$

ここで, δ_{BL} は境界層厚さの推定値であり, δ_k^* , θ_k , H_k はそれぞれ次式で定義された排除厚さ, 運動量厚さ, 形状パラメータである.

$$\delta_k^* = \int_0^{y_e} \left(1 - \frac{u}{u_e} \right) dy, \quad (2.53)$$

$$\theta_k = \int_0^{y_e} \left(1 - \frac{u}{u_e} \right) \frac{u}{u_e} dy, \quad (2.54)$$

$$H_k = \frac{\delta_k^*}{\theta_k}. \quad (2.55)$$

ここで, u は壁接線方向の速度, u_e は境界層の端の速度, y_e は壁法線方向の距離であり, u が u_e に漸近することを考えると y_e は境界層厚さオーダーの距離に切り捨てられる. 本

研究では y_e として境界層の99%厚さを用いた。式(2.51)及び定数 A , B , C は翼の風洞実験値を基に層流境界層から乱流境界層まで広範囲のせん断層分布について δ_{BL} の良好な推定値を与えるように設定されている[15]。

次に、境界層格子厚さ δ_h をMoroら[4]によって提案された次式を用いて求める。

$$\frac{\partial \delta_h}{\partial t} = \frac{k_\delta \delta_{BL} - \delta_h}{\tau_\delta}. \quad (2.56)$$

ここで、 k_δ は境界層メッシュ厚さ δ_h が実際の境界層より厚くなるようにする安全係数であり、乱流境界層を考慮して $k_\delta = 1.5$ の値を用いる。 τ_δ は流れ場の変化に対する格子の応答時間で、 $\tau_\delta = 2\Delta t$ とする。

2.4 衝撃波面位置のモデル化

衝撃波面の幾何学的形状をモデル化するためにPoint Rays法[6]を用いる。Point Rays法の概略を図1に示す。超音速流が円柱まわりに流れると弧状の衝撃波ができる(図1(a))。この流れ場から、まず、圧力勾配を次式によって検出する(図2.1(b))。

$$k_p = \frac{|\nabla p|}{|\nabla p|_{\max}}. \quad (2.57)$$

ここで、 k_p は圧力勾配比であり、分母は流れ場中の最大圧力勾配である。衝撃波の圧力勾配が周囲の流れ場の圧力勾配より大きいことを考慮して、閾値 k_p^s を設定し、

$$k_p > k_p^s, \quad (2.58)$$

を満たす格子点を、衝撃波を含む格子点集合(Shock Point)とする。次に、Shock Pointを光線 l_i によって任意の数の領域 A_m に分割する(図2.1(c))。分割したShock Pointを、最小二乗法を用いて区分的に直線近似し、線分 $P_i^r P_{i+1}^l$ を得る(図2.1(d))。ここで、点 P_i^l は部分領域 A_m 内の点集合を近似した線が光線 l_i と交差した点である。光線 l_i 上には P_i^l と P_i^r が存在し、2点が同じ座標であれば、そのまま特徴点 $Q(x, y)$ とし、2点がずれていれば中点の座標を点 $Q(x, y)$ とする(図2.1(f))。最後に、点 $Q(x, y)$ の集合を、最小二乗法によって高次多項式でモデル化し衝撃波面とする(図2.1(g))。

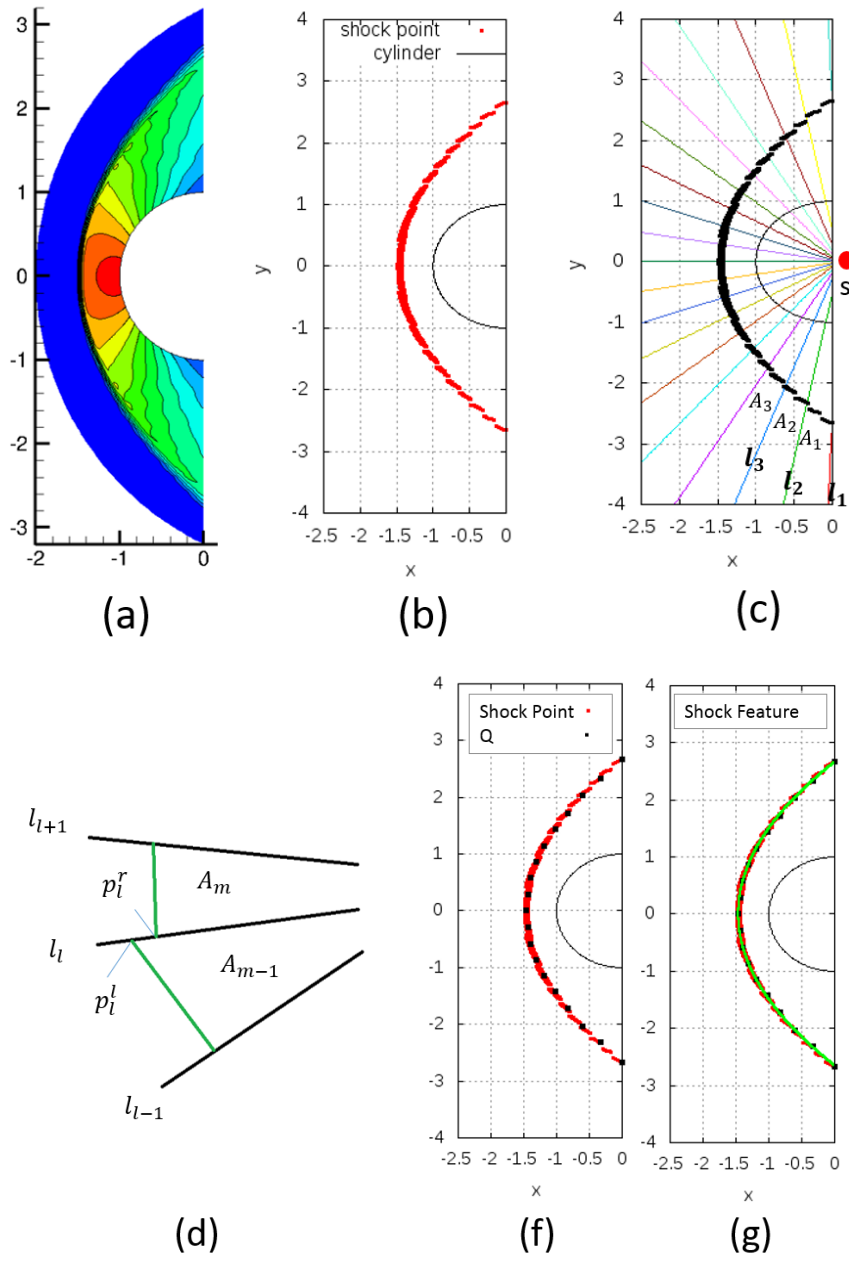


図 2.1 円柱まわりの Point Rays 法概略

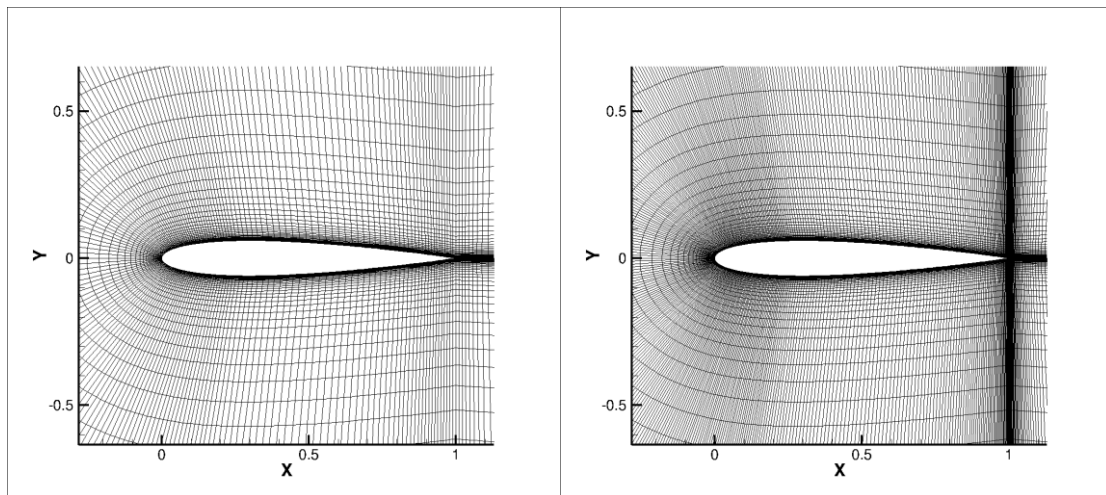
第3章

格子適合（二次元翼）

本章では二次元 NACA0012 翼型まわりの流れ場の数値計算を行い，境界層厚さと衝撃波面をモデル化する．そして，それらに計算格子を適合させた結果を示す．

3.1 初期計算格子

二次元 NACA0012 を計算対象とし，生成した初期格子を図 3.1 に示す．本研究では，格子適合を行う前の，翼の前後縁のみに計算格子が寄ったものを初期格子と呼ぶ．翼形状は FreeCAD を用いて作成し，格子生成には Pointwise Ver.18.2 を用いた．格子密度の影響を調べるため，初期格子は翼まわり方向に粗い格子と密な格子を C 型の構造格子で作成した．翼まわりの格子点数は，粗い格子で 200 点，密な格子で 400 点である．後流部の格子点数は粗い格子で 50 点，密な格子で 100 点である．粗い初期格子の計算領域全体を図 3.2 に示す．翼から外部境界までの距離は前縁部で $100c$ ，後流部で $150c$ である．それぞれの特徴を表 3.1 にまとめる．ここで， c は翼弦長であり， $c = 1.0$ である．また， Δs は最小格子幅であり， $y^+ = 1$ 以下になるように設定した．粗い格子と密な格子において，翼垂直方向の格子分布は同じである．



(a) 粗い格子

(b) 密な格子

図 3.1 初期格子

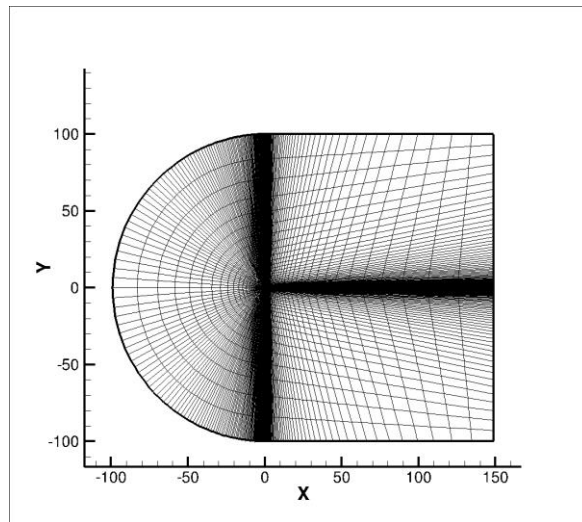


図 3.2 粗い格子の計算領域

表 3.1 NACA0012 の初期格子

	Coarse grid	Fine grid
External boundary	100c	100c
Cell number	300×100	600×100
Δs	1.0×10^{-6}	1.0×10^{-6}

3.2 計算条件

3.2.1 主流条件

主流条件は Harris が行った風洞実験[16]の条件に合わせる。主流条件を表 3.2 にまとめる。主流 Mach 数は $M = 0.799$ ，迎角は $\alpha = 2.86[\text{deg}]$ ，Reynolds 数は $Re_c = 9.0 \times 10^6$ である。ここで，迎角に対して Harris の推奨する補正を行うと，数値計算では実行迎角 $\alpha = 2.26[\text{deg}]$ となり，実験と同様の結果が得られる。乱流モデルは全面乱流を仮定した Menter SST モデルを用い，主流の渦粘性係数は $\mu_{t\infty} = 0.001\mu_{\infty}$ とした。

表 3.2 主流条件

Mach number [-]	0.799
Angle of attack [deg]	2.26
Re_c number [1/c]	9.0×10^6
$\mu_{t\infty}/\mu_{\infty}$	0.001

3.2.2 境界条件

境界条件を以下のように定める。翼表面では滑りなし・断熱壁条件を用いる。流入側では主流の値を用い，流出側では圧力のみ主流の値を用い，他の物理量は計算領域内部からの一次外挿とする。

Menter SST モデルの境界条件は文献[8]に基づき、以下のように定める。壁面においては、

$$k_{\text{wall}} = 0, \quad (3.1)$$

$$\omega_{\text{wall}} = 10 \frac{6\nu}{\beta_1(\Delta y_1)^2}, \quad (3.2)$$

である。ここで、 Δy_1 は最小格子幅である。外部境界においては、文献[8][17]を基に、

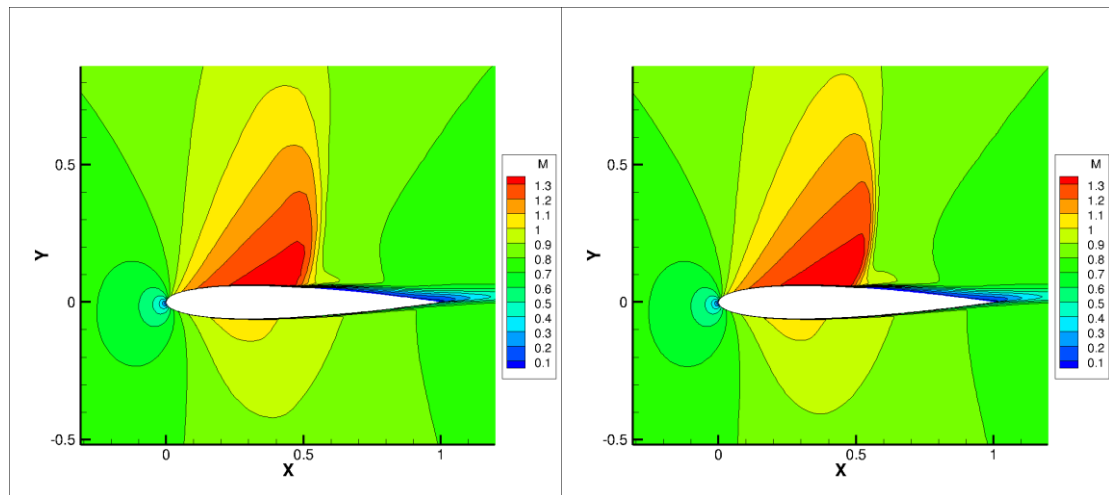
$$\omega_{\infty} = 5 \frac{U_{\infty}}{c}, \quad (3.3)$$

$$k_{\infty} = 0.05 \frac{U_{\infty}^2}{Re_c}, \quad (3.4)$$

とした。

3.3 初期格子による計算結果

初期格子を用いて計算した Mach 数分布を図 3.3 に示す。翼上面の流れが音速を超えたことによる衝撃波を確認することができる。また、境界層が非常に薄い領域と衝撃波によって剥離して厚くなっている領域ができていることが分かる。格子密度で比較すると、粗い格子では衝撃波面の勾配が鈍っているが、密な格子では鋭くなっている。このことは、翼表面の圧力係数 C_p 分布（図 3.4）からも確認できる。衝撃波付近に着目すると、粗い初期格子では格子点数が足りず C_p 線図の傾きが鈍っている。一方、密な初期格子では C_p 線図の傾きが鋭くなっており、実験値により近い結果が得られた。他の領域では格子密度による差は少ない。



(a) 粗い初期格子

(b) 密な初期格子

図 3.3 初期格子による Mach 数分布

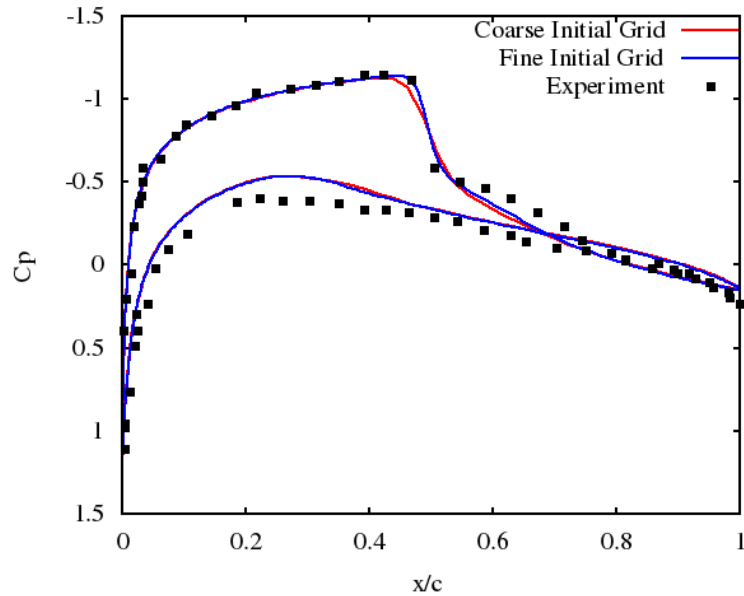


図 3.4 初期格子による圧力係数分布

3.4 境界層適合

3.4.1 境界層厚さのモデル化と格子移動

計算した境界層厚さ δ_{BL} 、及び、境界層格子厚さ δ_h を図 3.5 に、 δ_h を Mach 数分布に投影したものを図 3.6 に示す。流れ場から計算した δ_{BL} は、よどみ点付近から後縁にかけて徐々に成長している境界層を捉えていることが分かる。また、翼上面の剥離領域を含むように δ_{BL} を計算することができている。後縁付近で δ_{BL} と δ_h の傾きが異なっているのは後流部の格子と滑らかに接続させているためである。一方、よどみ点付近の非常に薄い境界層に対しては、 δ_h の最小値を定数 $\delta_{h,min} = 1.0 \times 10^{-3}$ と設定することで格子幅が最小格子幅を下回らないようにしている。

求めた δ_h を用いて境界層に適合した格子を図 3.7 に示す。以降、“粗い”または“密な”境界層適合格子とそれぞれ呼称する。最小格子幅は初期格子の値を保持し、壁面から δ_h までに格子点を 50 点配置するように適合格子を自動的に繰り返し生成するコードを作成した。移動回数は 10 回で計算ループ 5000 回毎に格子を移動させる。その後、境界層に適合した格子で再度、0 ステップから計算を行い適合格子の計算結果を得る。

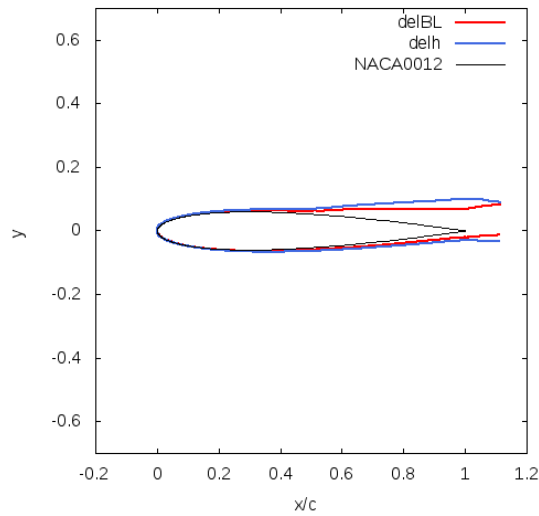


図 3.5 境界層厚さ δ_{BL} と境界層格子厚さ δ_h

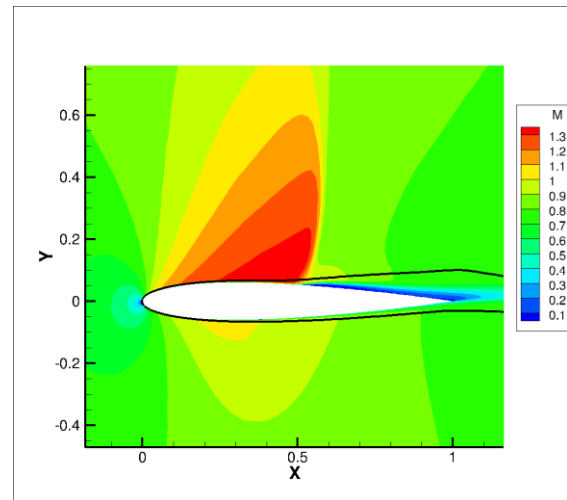
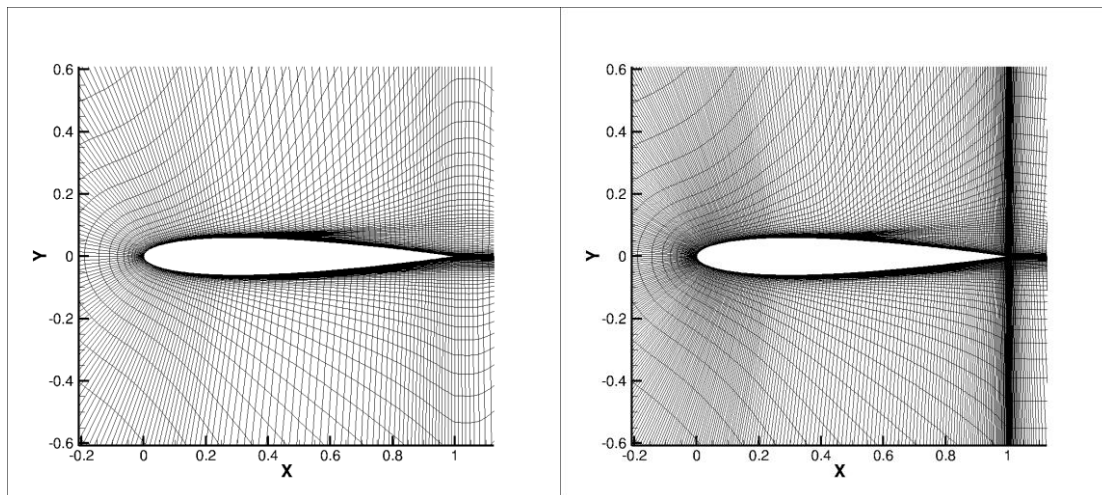


図 3.6 Mach 数分布と境界層格子厚さ δ_h



(a) 粗い境界層適合格子

(b) 密な境界層適合格子

図 3.7 境界層に適合格子

3.4.2 境界層適合結果

図 3.8 に粗い初期格子と適合格子の $x/c = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$ の位置における境界層内の速度分布と、壁面から 50 点目の格子点を示す。境界層適合格子において 50 点目の格子点は境界層格子厚さ δ_h の位置を表す。適合格子の 50 点目を見ると、どの位置においても境界層の外縁に位置しており、 δ_h の計算が成功していることが分かる。境界層内の格子密度は $x = 0.5$ 付近までは適合格子の方が多く、それ以降は初期格子が多くなっている。しかし、これには δ_h 内に設定する格子点数を増やすことで対応できる。

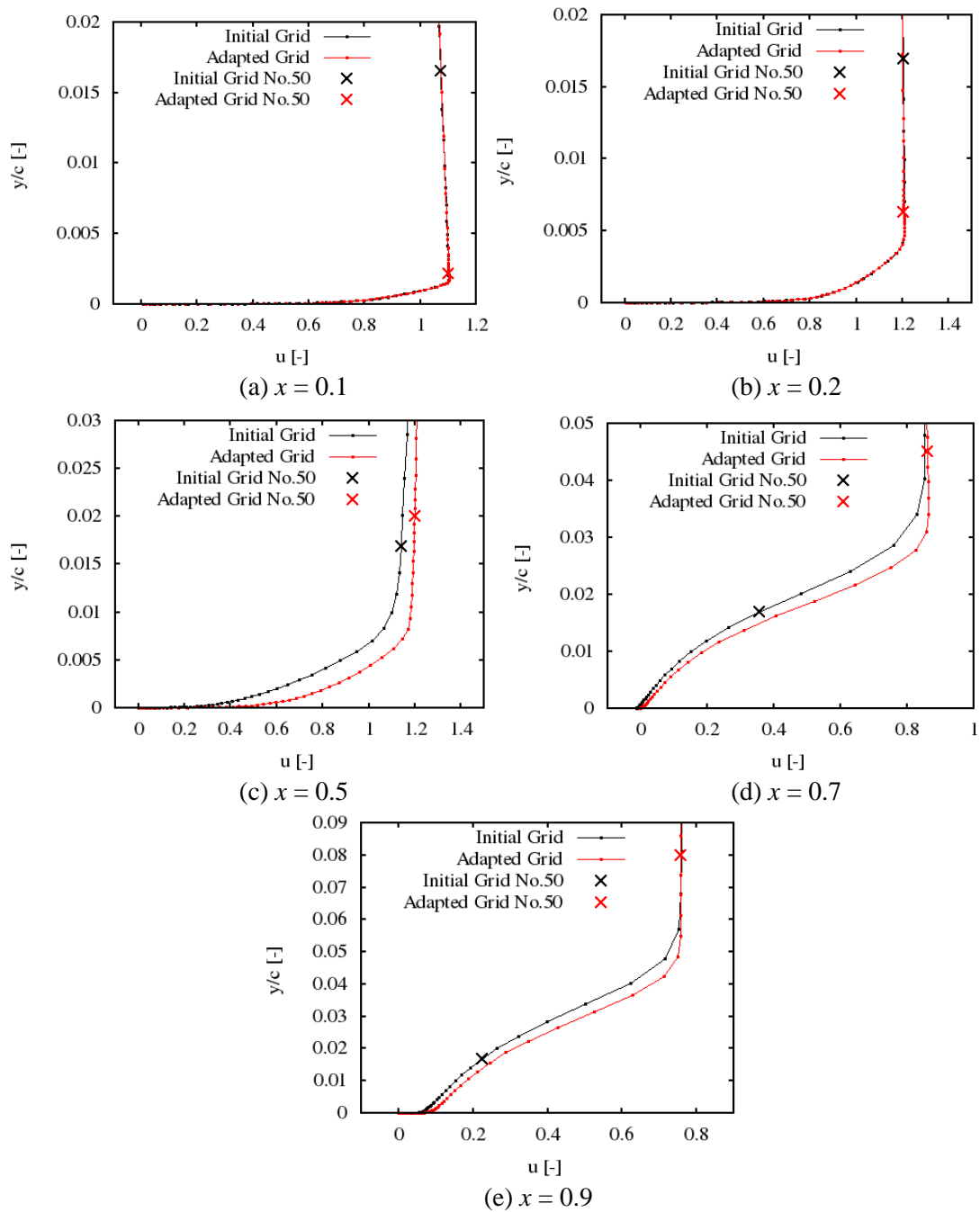


図 3.8 粗い格子の境界層内速度分布と格子分布

図 3.8 (c)-(e)に示したコード位置後半の速度分布において適合格子結果の境界層厚さが初期格子より薄くなった理由を考察する。図 3.9 に翼垂直方向(j 方向)の格子点数を初期格子の 2 倍にした格子の結果、及び 0.5 倍にした格子の結果を図 3.8 (d)に重ねた図を示す。また、図 3.10 に“粗い”初期格子と“粗い”適合格子の $x/c=0.7$ 付近の格子を示す。格子数を 2 倍にしたことで境界層は初期格子よりも薄くなり、境界層外縁の速度は適合格子に近い値となった。数値粘性によって境界層厚さが過大評価されていたことがわかる。また、初期格子は外縁付近の格子幅が大きく、速度変曲点の解像が不十分であ

ることも一因と考えられる。

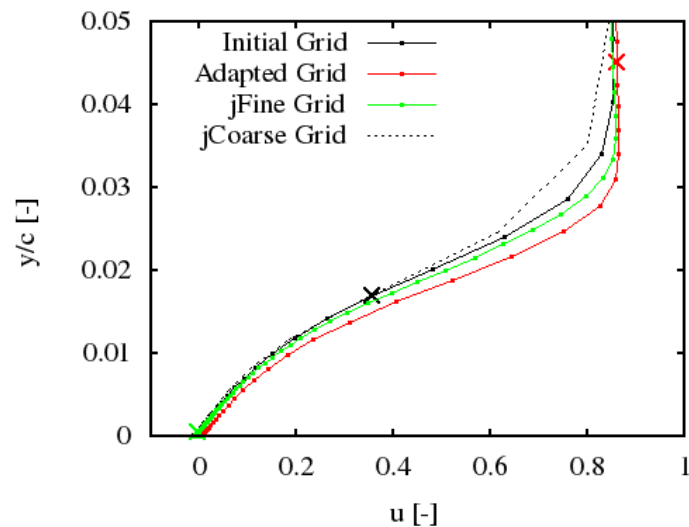
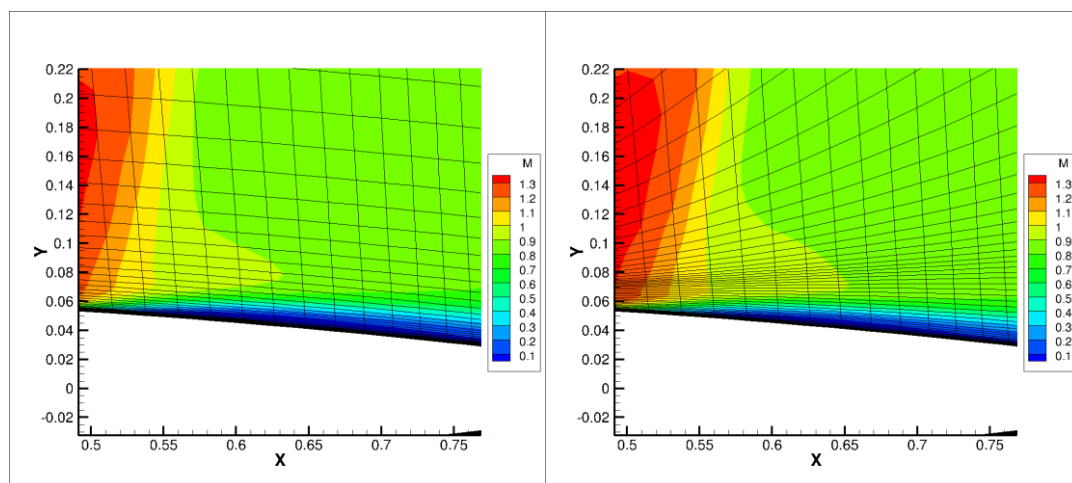


図 3.9 $x/c = 0.7$ 位置の境界層内速度分布



(a) 初期格子

(b) 適合格子

図 3.10 Mach 数分布と格子分布

次に、図 3.11 に、翼表面の圧力係数 C_p の分布を初期格子と適合格子、実験値の比較図を示す。図 3.11 (a), (b)のどちらも衝撃波面の位置が後縁側に移動している。適合格子衝撃波面位置で C_p の傾きは初期格子と同じであった。翼下面 $x/c = 0.3$ 付近では C_p 値が初期格子と比べ、わずかに大きくなり実験値に近づいている。図 3.12 に粗い適合格子と密な適合格子の C_p 分布の違いを示す。格子密度による違いは初期格子の結果(図 3.4)と同様の傾向を示している。

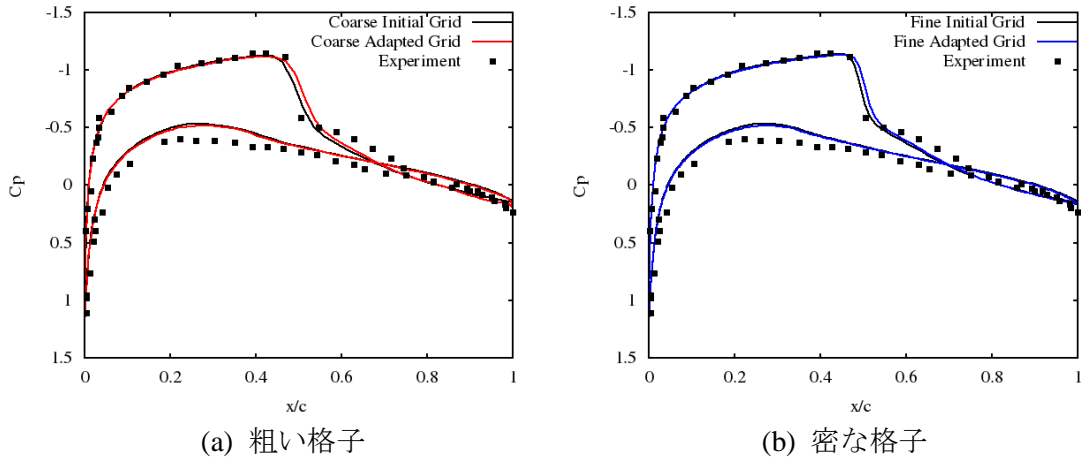


図 3.11 初期格子と境界層適合格子の C_p 分布比較

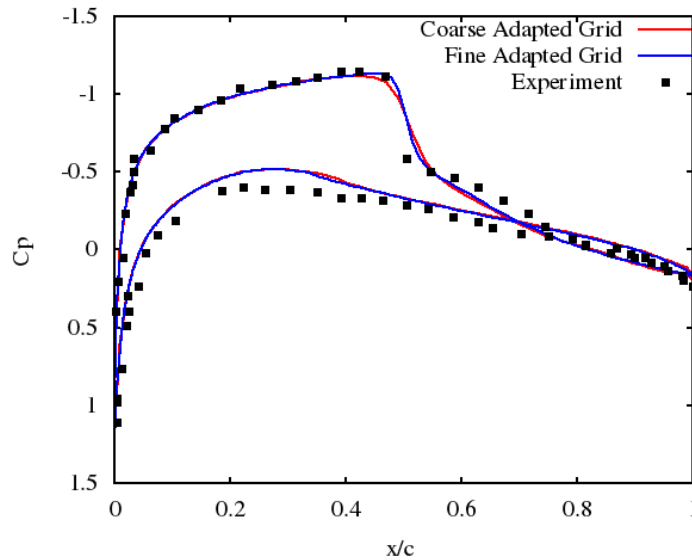


図 3.12 境界層適合格子の格子密度差比較

表 3.3 に初期格子と適合格子, 風洞実験値[16]の揚力係数 C_L 値と圧力係数 C_D 値を示す. また, 図 3.13 および図 3.14 にそれぞれの履歴を示す. 数値計算による C_L 値, C_D 値は 45 万ステップから 1 万ステップ毎に出した 5 ステップの値を平均して出した. 粗い格子と密な格子の両方とも, 境界層適合を行うことによって C_L 値と C_D 値は大きくなった. また, 初期格子において格子密度差は C_L 値で 0.014, C_D 値で 0.0006 (6 count) であったのに対し, 境界層適合格子では C_L 値で 0.005, C_D 値で 0.00001 (0.1 count) と格子密度差は小さくなった. 境界層適合をすることで格子点数が半分であっても, 密な格子と同等の結果が得られた. 実際の旅客機を考えた場合, 1 count の違いで飛行性能が大きく変わってくる. そのため, 正確な C_D 値の予測精度が必要になるが, 境界層適合を行うことで少ない格子数で予測が可能となる. つまり, 計算時間を大幅に短縮できることを示している.

図 3.15 に密度残差履歴を示す. 初期格子において密度残差は初期から 6 桁小さくなっており, 収束していることが分かる. 粗い格子の境界層適合格子では初期格子より 1 桁大きい, 残差の振幅は小さくなった. また, 密な格子の境界層適合格子においても,

初期格子より収束は遅いが，振幅が小さくなり，1桁小さくなっている。

表 3.3 揚力係数と抗力係数

	Coarse grid		Fine grid		Experiment ($\alpha = 2.86^\circ$)
	Initial grid	Adapted grid	Initial grid	Adapted grid	
C_L	0.281	0.304	0.295	0.309	0.390
C_D	0.0296	0.0316	0.0302	0.0316	0.0331

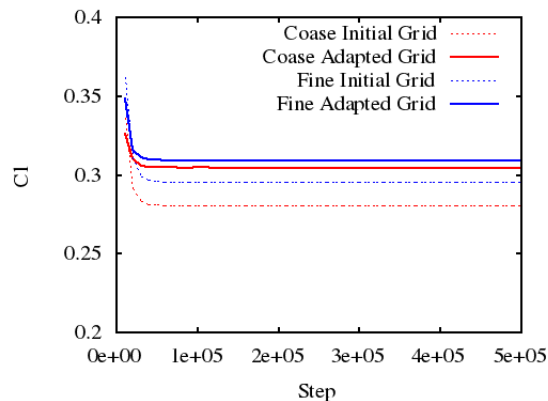


図 3.13 揚力係数履歴

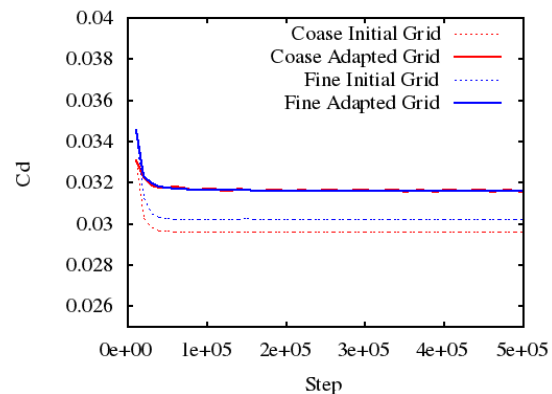


図 3.14 抗力係数履歴

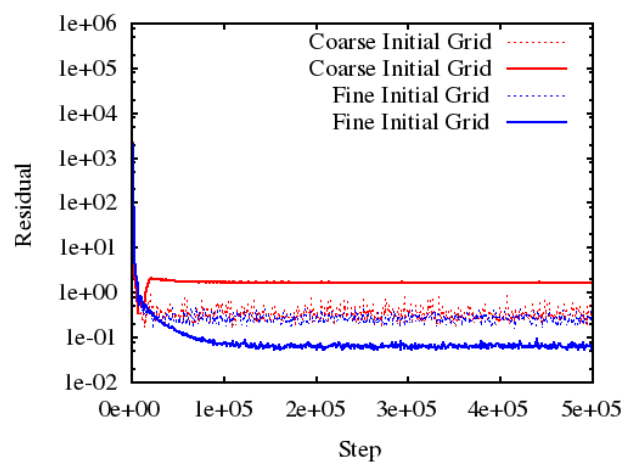


図 3.15 密度残差履歴

3.5 衝撃波面適合

3.5.1 衝撃波面位置のモデル化と格子移動

初期格子の圧力勾配比より検出した衝撃波面を含む格子点集合(Shock Point)を図 3.16 および図 3.17 にそれぞれ示す。また，閾値 k_p^s の設定を表 3.4 にまとめる。閾値は $k_p^s = 0.01$ ， 0.06 の値を初期値に設定し，検出面(x - y 面)において検出する格子点数が粗い格子で 50 点以下，密な格子で 80 点以下になるように自動的に変化させた。また，検出範囲は前縁と後縁の圧力勾配を除外し，翼上面の $x/c = 0.2$ から 0.9 とした。

次に，領域を分割し特徴点 Q_j を求める。二次元 NACA0012 翼では，検出した Shock

Point の位置座標 (x,y) を壁面接線方向(等 j 面)において平均し, 点 $Q_j(x,y)$ とした. 最後に, 最小二乗法によって, 点 $Q_j(x,y)$ を次式で表される 4 次多項式で補間し衝撃波面をモデル化した.

$$x_s = a_0 + a_1 y_s + a_2 y_s^2 + a_3 y_s^3 + a_4 y_s^4 \quad (0 \leq y_s \leq Q_{j,max}). \quad (3.5)$$

ここで, y 方向の検出範囲は $y = 0$ から $Q_{j,max}$ までとし, それ以降は $y = 3.0$ まで $x = Q_{j,max}$ とした. $y = 3.0$ 以降は外部境界に滑らかに接続させる.

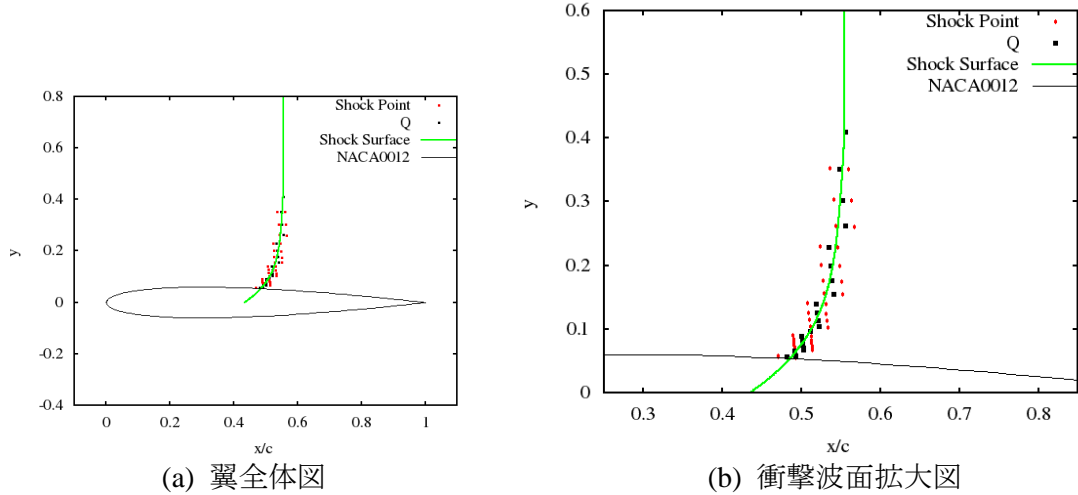


図 3.16 粗い初期格子による衝撃波面のモデル化

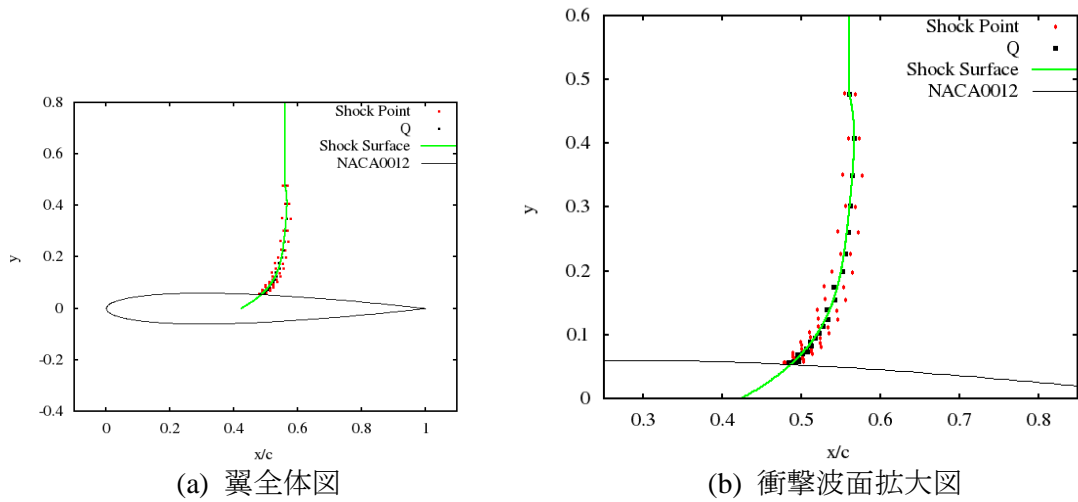


図 3.17 密な初期格子による衝撃波面のモデル化

表 3.4 閾値 k_p^s の初期値と最大検出格子点数

	Initial grid		Adapted grid	
	k_p^s	Maximum number of Shock Point (x-y plane)	k_p^s	Maximum number of Shock Point (x-y plane)
Coarse Grid	0.01	50	0.01	50
Fine Grid	0.06	80	0.01	80

格子移動には Pointwise の Glyph2 とシェルスクリプトを用いた。一度、手動でモデル化した衝撃波面に適合した格子を作成すると、以降は同じ作業を自動化できる。格子移動を 5 回行い、再度、適合格子で 0 ステップから計算するスクリプトを作成した。生成した適合格子を図 3.18 に示す。衝撃波面の格子とその前後の格子との間隔は粗い適合格子で 0.002、密な適合格子で 0.001 である。また、適合格子を生成する際、渦粘性係数 μ_t の分布を用いて後流にも格子を適合した。図 3.19 に粗い格子の μ_t 分布と適合格子を示す。後流部の格子が μ_t 分布に沿って右肩上がりに移動していることが分かる。

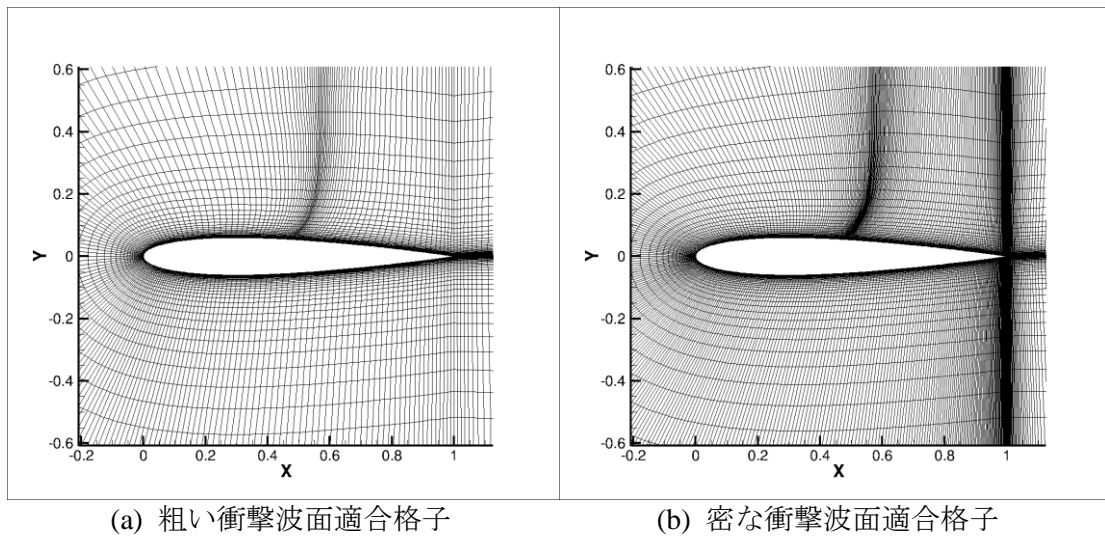


図 3.18 衝撃波面に適合した格子

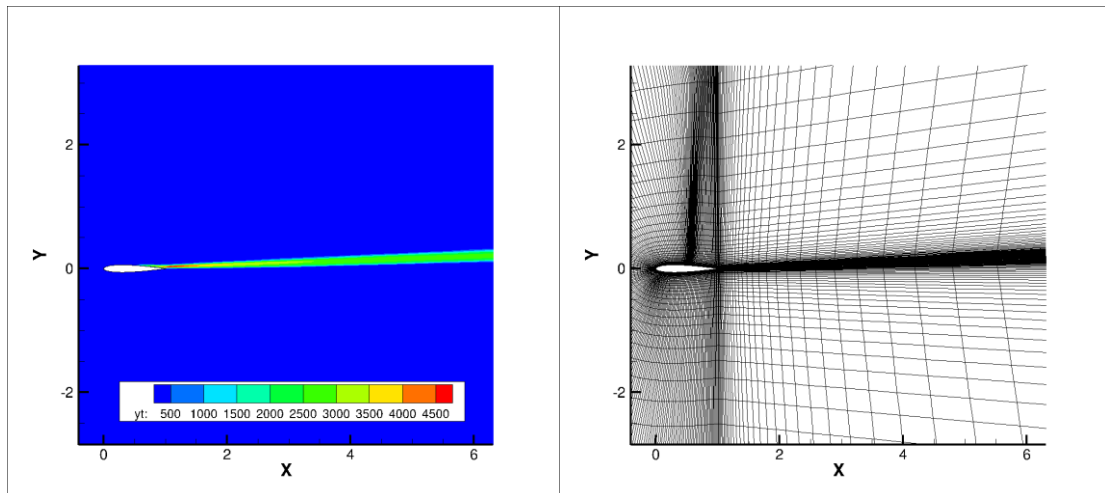
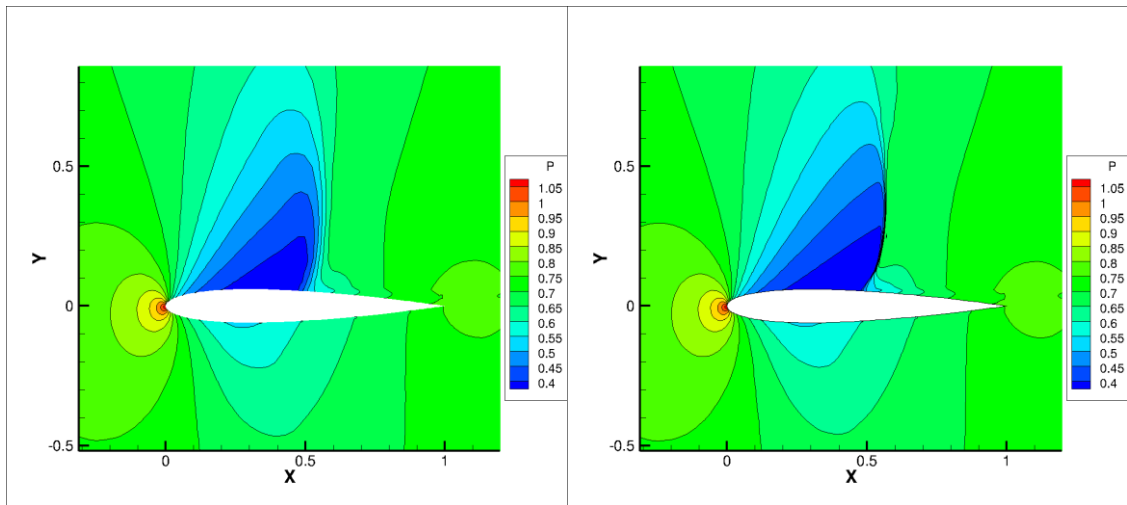


図 3.19 渦粘性係数分布と後流に適合した格子

3.5.2 衝撃波面適合結果

初期格子の結果と衝撃波面に格子適合を行った結果を比較する。図 3.20 に粗い格子、図 3.21 に密な格子の圧力分布を示す。図 3.20 の粗い格子で顕著であるが、初期格子では衝撃波面の圧力勾配が鈍り、厚みを持っていたのに対し、衝撃波面適合格子では衝撃

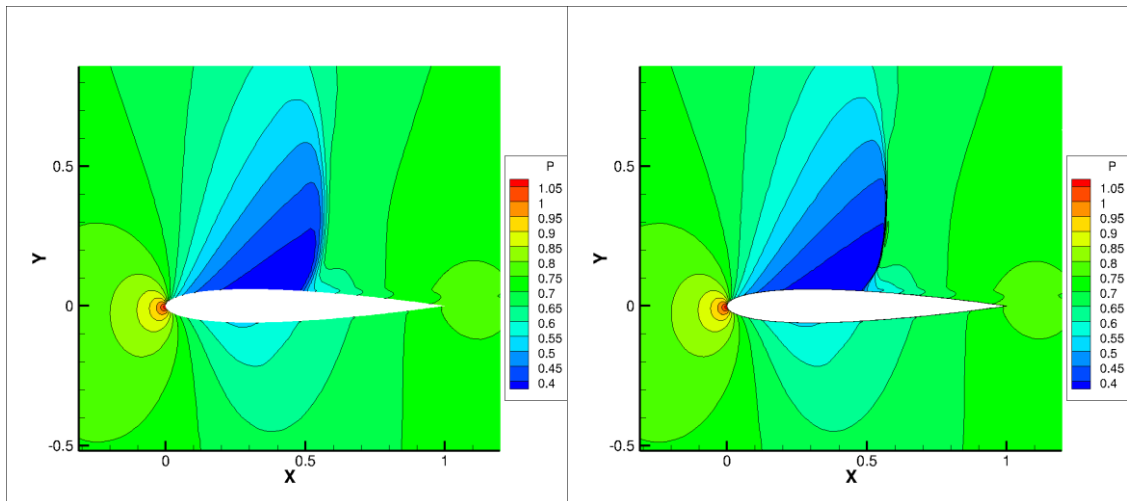
波面の解像度が高くなり厚みが非常に薄くなった。



(a) 初期格子

(b) 衝撃波面適合格子

図 3.20 粗い格子の適合前後の圧力分布



(a) 初期格子

(b) 衝撃波面適合格子

図 3.21 密な格子の適合前後の圧力分布

次に、初期格子と適合格子の翼表面の圧力係数 C_p 分布を、図 3.22 を用いて比較する。粗い格子、密な格子のどちらにおいても衝撃波面適合によって衝撃波面位置の C_p の傾きを鋭く捉えられている。また、衝撃波面背後の $x/c=0.6$ の位置において、 C_p が小さくなり実験値に近づいている。図 3.23 に示すように、衝撃波面適合を行うことによって格子密度差による C_p 分布への影響はなくなったと言える。

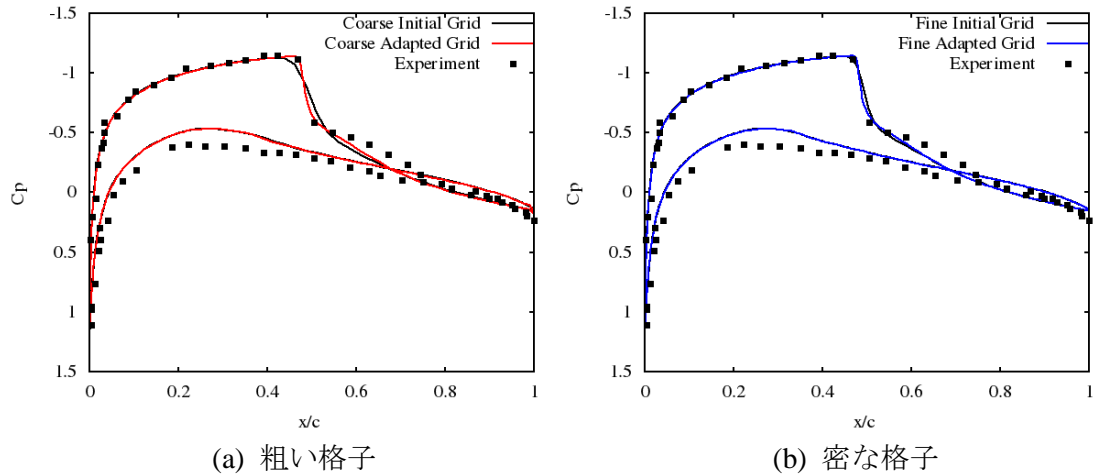


図 3.22 初期格子と衝撃波面適合格子の圧力係数比較

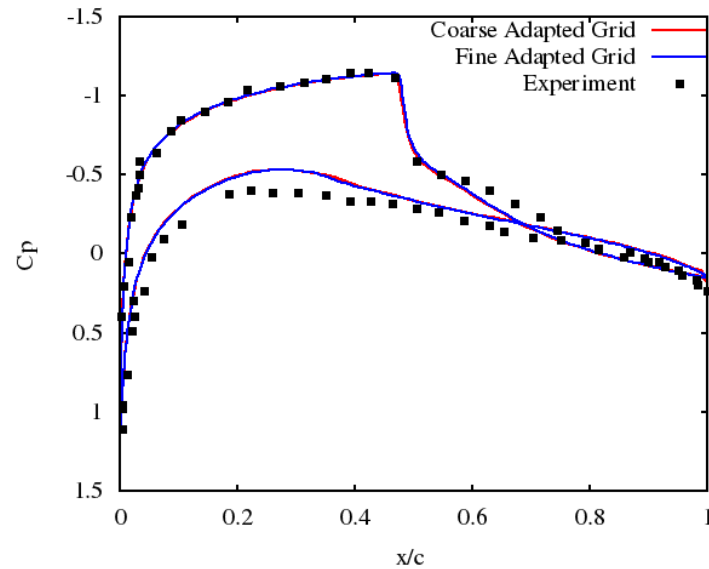


図 3.23 衝撃波面適合格子の格子密度差比較

表 3.5 に初期格子と適合格子，風洞実験値[16]の揚力係数 C_L 値と抗力係数 C_D 値を境界層適合の結果と合わせて示す．ここで，BLは境界層適合格子，Shockは衝撃波面適合格子の結果を表している．また，図 3.24 および図 3.25 にそれぞれの履歴を示す．境界層適合の場合と同様に，衝撃波面適合を行うことで初期格子の結果より大きくなったが，その差は小さい．このことから， C_L 値と C_D 値に大きく影響を与えるのは境界層の解像度であると言える．初期格子において格子密度差は C_L 値で 0.014， C_D 値で 0.0006 (6 count)であったのに対し，衝撃波面適合格子では C_L 値で 0.008， C_D 値で 0.00002 (0.2count)と格子密度差は小さくなった．

表 3.5 揚力係数と抗力係数

	Coarse grid			Fine grid			Experiment ($\alpha = 2.86^\circ$)
	Initial	BL	Shock	Initial	BL	Shock	
C_L	0.281	0.304	0.288	0.295	0.309	0.296	0.390
C_D	0.0296	0.0316	0.0305	0.0302	0.0316	0.0305	0.0331

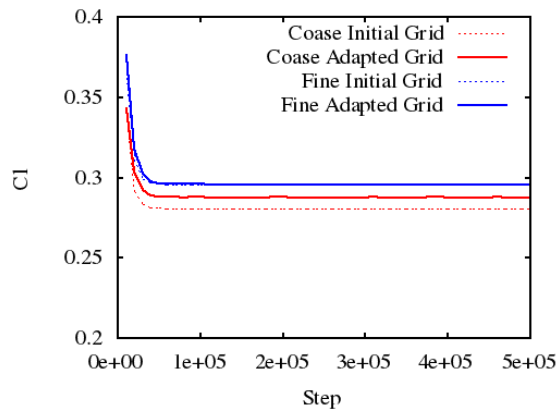


図 3.24 揚力係数履歴

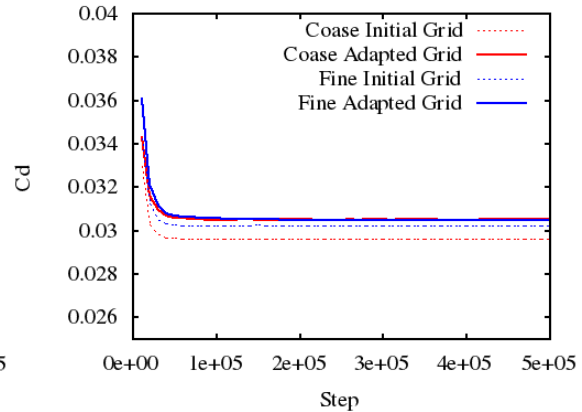


図 3.25 抗力係数履歴

図 3.26 に密度残差履歴を示す. どの格子においても初期から 6 桁小さくなっており, 収束していると言える. 格子密度差による違いは, わずかに密な格子の残差が小さい. 適合前後で比較すると, 粗い格子も密な格子も適合後は残差の振幅が小さくなっている.

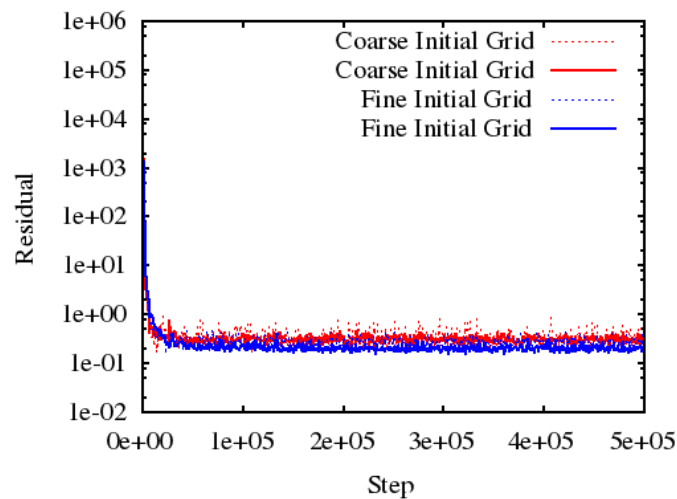


図 3.26 密度残差履歴

3.5.3 格子適合手法比較

図 3.27 に, 粗い初期格子を用いて流体計算し, 複数回の格子適合による結果と, 適合格子を用いて初期から流体計算をし直した結果を示す. 赤線で示す 0 start は 3.5.2 節で示した手法であり, 初期格子の流れ場を用いて 5 回格子適合を行った後, 0 time step から再計算した結果である. 緑線で示す restart は 5 回格子適合を行って得た結果である.

どちらの方法においても衝撃波面適合格子の C_p 分布はほぼ一致した。格子適合による流体計算結果への影響は微小である。また、0 start と比べ restart では時間更新 step を約半分に短縮が可能である。

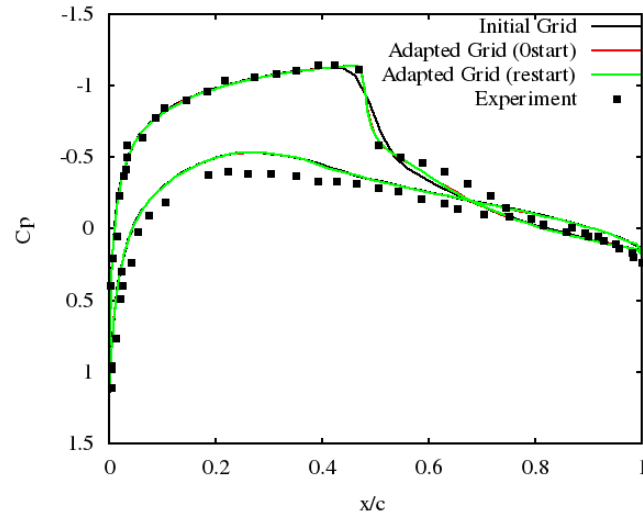


図 3.27 複数回の格子適合によって得た C_p 分布と適合格子を用いて初期から流体計算し直して得た C_p 分布の比較

第4章

格子適合（三次元翼）

本章では，三次元 ONERA M6 翼型まわりの流れ場の数値計算を行い，境界層厚さと翼上面にできる λ 形の衝撃波面をモデル化する．そして，それらに計算格子を適合させた結果を示す．

4.1 初期計算格子

初期格子は NASA で公開されている計算格子[18]の諸元を参考に作成した．計算領域全体を図 4.1 に，対称面と翼表面の計算格子を図 4.2 に示す．また，初期格子の特徴を表 4.1 にまとめる．C 型の構造格子であり，格子点数は翼まわりに 225 点，後流部に 33 点である．ONERA M6 翼型の諸元は文献[19]と同じであるが，初期格子ではスパン長を 1 単位としており，空力平均翼弦長は 0.54 [-]である．最小格子幅 Δs は 3.0×10^{-6} であり， y^+ は約 20 である．

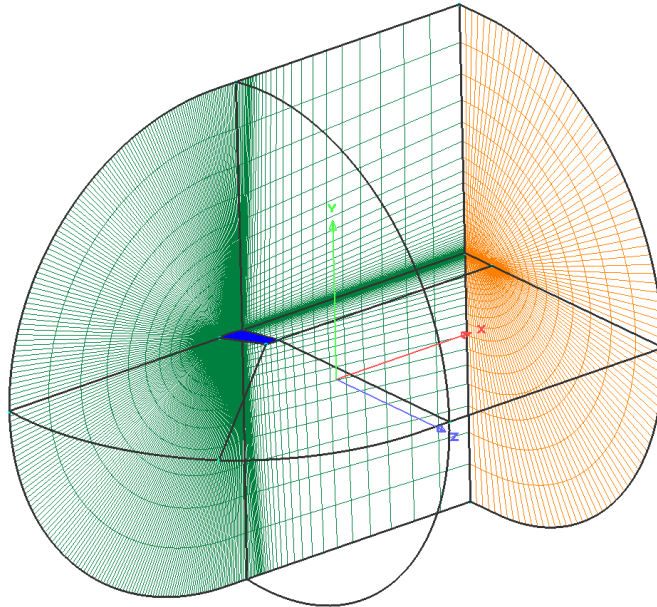


図 4.1 計算領域全体

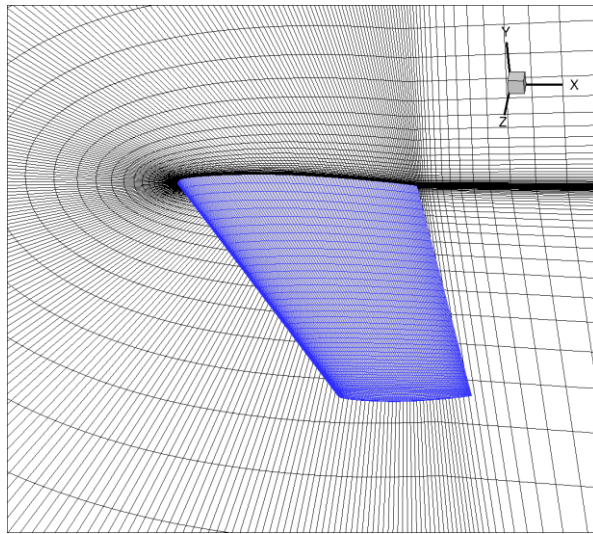


図 4.2 対称境界面と翼表面の格子

表 4.1 ONERA M6 の初期格子

External boundary	15c
Cell number	$289 \times 65 \times 49$
Δs	3.0×10^{-6}
Mean aerodynamic chord	0.5401
Wing span	1.0

Schmitt と Charpin が行った風洞実験[19] ではテストセクションとして、スパン長の 20%, 44%, 65%, 80%, 90%, 95%, 99%の断面を用いている。本研究においても、同じ断面をテストセクションとし、圧力係数 C_p を実験値と比較する。テストセクションの位置を図 4.3 に示す。

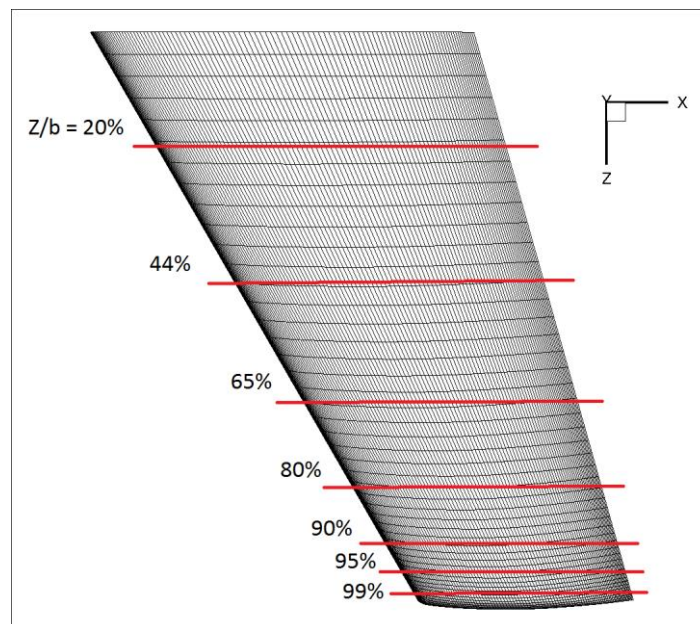


図 4.3 テストセクション

4.2 計算条件

4.2.1 主流条件

主流条件を表 4.2 にまとめる．条件は Schmitt と Charpin が行った風洞実験[19]の Test2308 に従う．主流 Mach 数は $M = 0.8395$ ，迎角は $\alpha = 3.06[\text{deg}]$ ，Reynolds 数は空力平均翼弦長に基づき $Re_c = 1.172 \times 10^7$ である．乱流モデルは Baldwin-Lomax モデルを用いる．全面乱流を仮定し，主流の渦粘性係数は $\mu_{t\infty} = 0.01\mu_{\infty}$ とした．

表 4.2 主流条件

Mach number [-]	0.8395
Angle of attack [deg]	3.06
Temperature [K]	460.0
Re_c number [1/c]	1.172×10^7

4.2.2 境界条件

境界条件を以下のように定める．翼表面では滑りなし・断熱壁条件を用いる．流入側では主流の値を用い，流出側では圧力のみ主流の値を用い，他の物理量は計算領域内部からの一次外挿とする．翼根側は面对称境界とする．

4.3 初期格子による計算結果

図 4.4 に初期格子を用いて計算した翼表面の圧力係数 C_p 分布と，図 4.5 に翼根の対称境界面および各テストセクションの Mach 数分布を示す．図 4.4，図 4.5 から特徴的な λ 型の衝撃波が確認できる．翼根付近から $z/b = 85\%$ の付近まで前方衝撃波と後方衝撃波の 2 本の衝撃波が見られ，その後は合わさり 1 本の強い衝撃波となる．

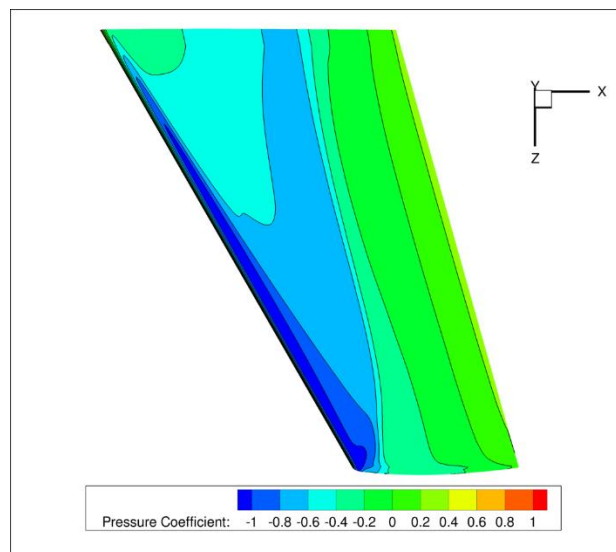


図 4.4 初期格子による翼表面の圧力係数分布

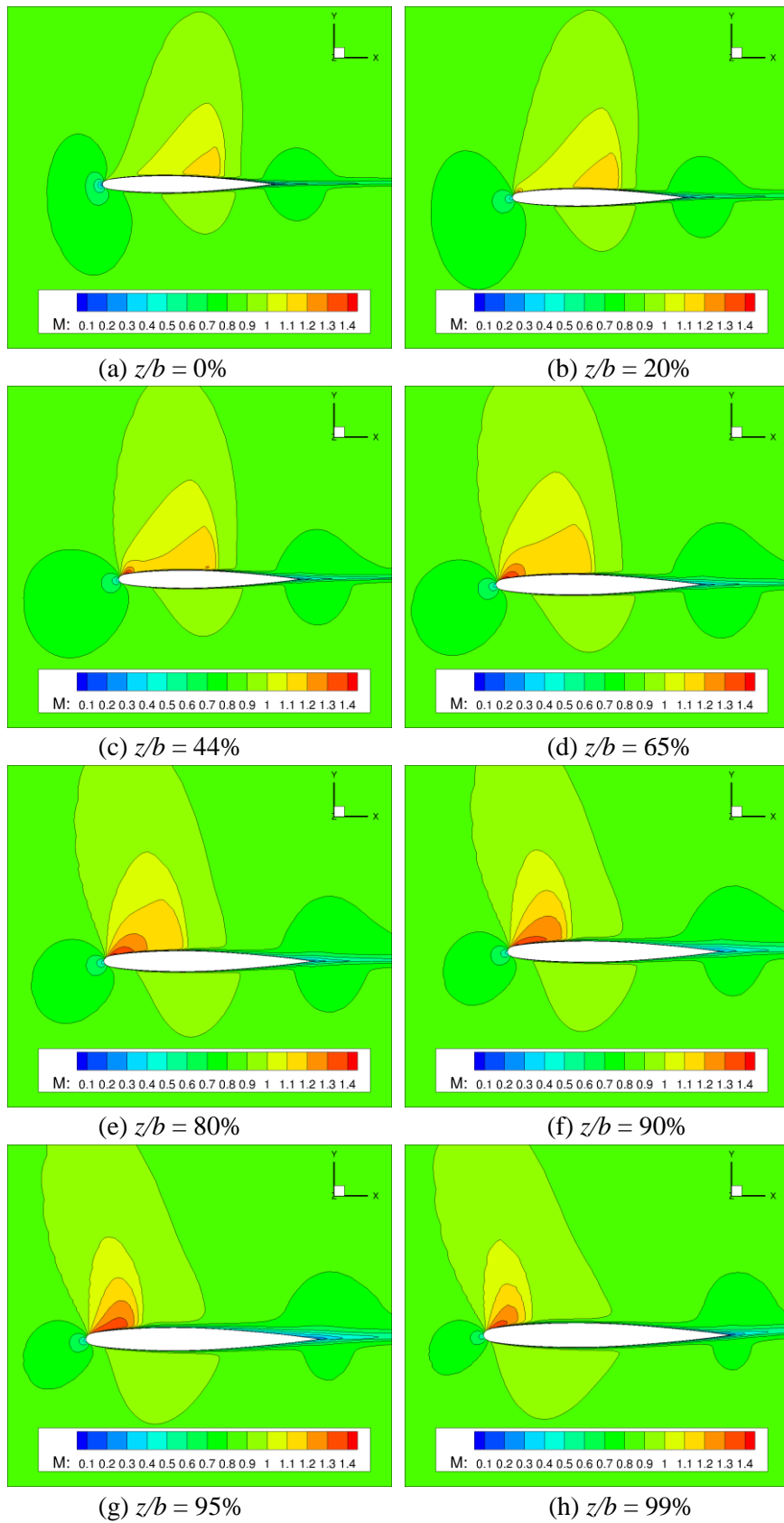


図 4.5 図 4.3 の各テストセクションにおける Mach 数断面分布

4.4 境界層適合

4.4.1 境界層厚さのモデル化と格子移動

各テストセクションにおける初期格子から求めた境界層厚さ δ_{BL} と境界層格子厚さ δ_h を図4.6に示す. 図4.6の縦横比は約7.5:1である. $x/c = 0.4$ 付近にある衝撃波背後の境界層が厚くなっている領域を捉えることができている. よどみ点において δ_{BL} の計算結果が流体の現象と乖離している. これは, よどみ点における境界層端の位置 y_e を主流の99%となる位置にしているため δ_{BL} 予測が外れている. そのため, よどみ点付近では δ_h を定数 $\delta_{h,min} = 5.0 \times 10^{-4}$ と設定することで補正している. 図4.6(f) $z/b = 99\%$ において, δ_h の予測結果の傾向が δ_{BL} と違うのは翼端渦の δ_{BL} への影響を除外したためであり, 97%位置の δ_h を用いた. 翼根から翼端にかけて δ_h を出すことで境界層端の面を得ることができる.

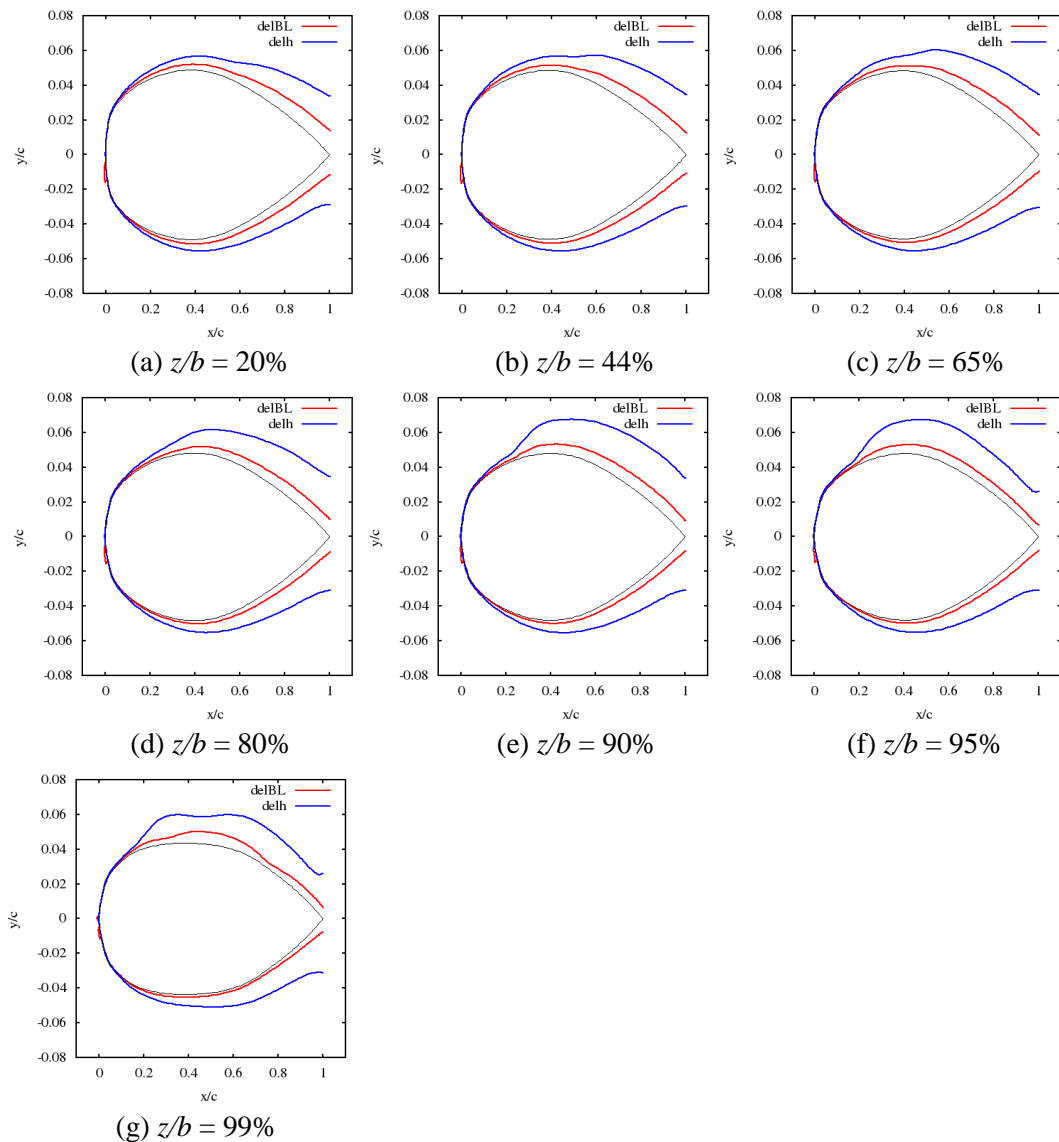
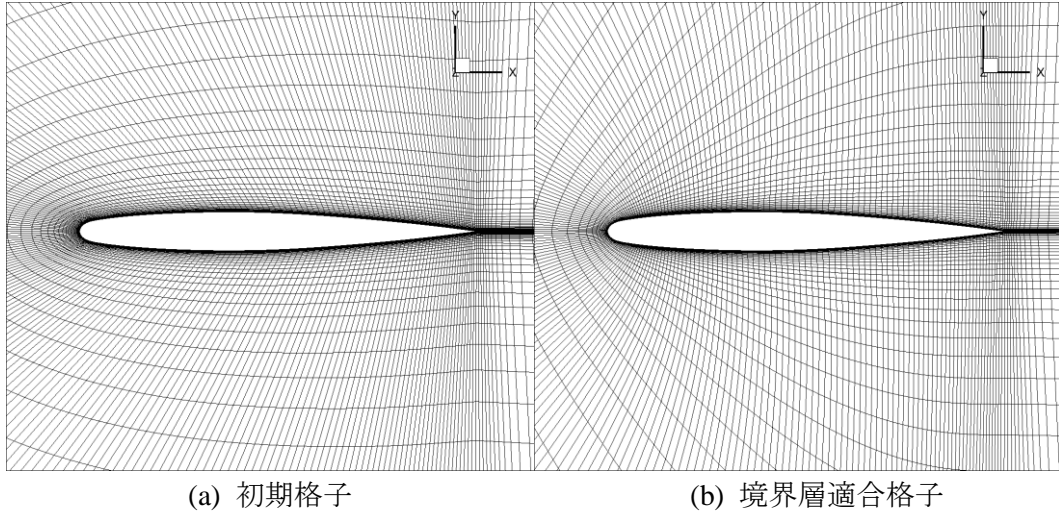


図 4.6 各テストセクションでの境界層厚さと境界層格子厚さ

$z/b=0\%$ の位置の初期格子と境界層適合格子を図 4.8 に示す. δ_h 内に格子点が 30 点入るように作成している. 境界層の成長に合わせて, 格子幅も変化していることが分かる. また, 初期格子では最小格子幅が $y^+ = 20$ 程度であったのに対し, 境界層適合格子では $y^+ = 1$ 以下になるように解像度を高めた.



(a) 初期格子

(b) 境界層適合格子

図 4.7 境界層適合前後の格子比較($z/b = 0\%$)

4.4.2 境界層適合結果

初期格子と境界層適合格子の翼表面の C_p 分布を図 4.8 に示す. 境界層適合によりどのテストセクションにおいても翼上面前縁の C_p が小さくなり実験値に近い値となった. また, 初期格子では前方衝撃波面位置の C_p の傾きが鈍っていたのに対し, 適合後はより鋭くなり, 実験値に近い値が得られた. これらは, 境界層の解像度が上がり数値粘性が減ったため流体の速度が減速せずに衝撃波がはっきり出たのではないかと考える. また, 図 4.7 から分かるように, 翼表面から境界層端の δ_h 面に向けて格子を生成することで流れに対して直交性が良くなったことが C_p 分布に影響したと考える.

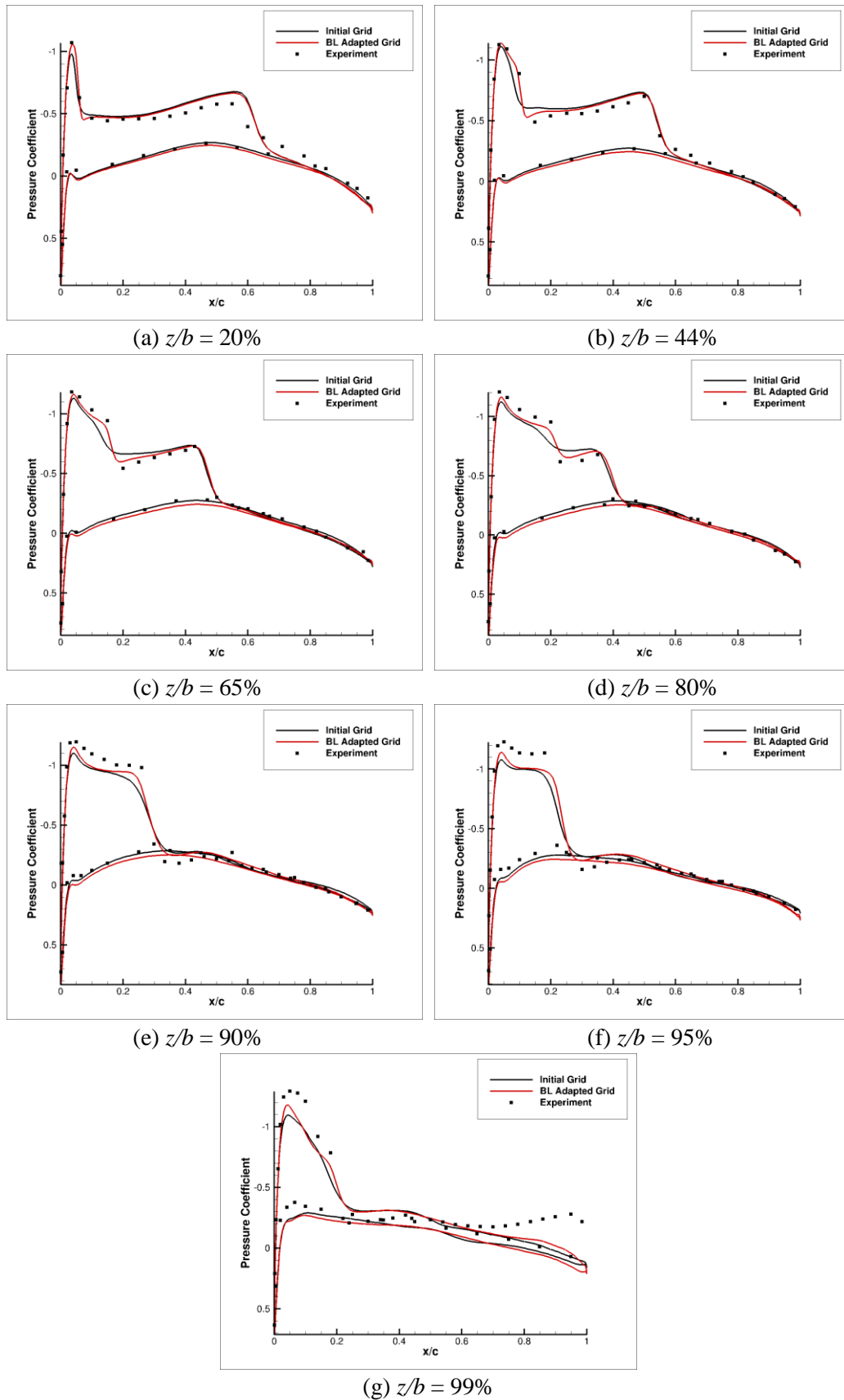


図 4.8 各テストセクションでの圧力係数分布比較

4.5 衝撃波面適合

4.5.1 衝撃波面位置のモデル化と格子移動

初期格子において圧力勾配比より検出した衝撃波面を含む格子点集合(Shock Point)を図 4.9 に示す. ONERA M6 翼では Shock Point の検出を x - z 面で行った. 検出範囲を前方衝撃波と後方衝撃波の 2 つに分け, それぞれで Shock Point を翼表面($j=1$)から翼垂直方向 45 点目($j=45$)の格子まで検出する. それぞれの等 j 面で検出した Shock Point の中から最大圧力勾配を持つ格子点を特徴点 $Q_{j,k}(x, y, z)$ とする. 閾値は $k_p^s = 0.1$ の値を初期値に設定し, 検出面(x - z 面)において検出する格子点数が 5 点以下になるように自動的に変化させた. 次に, x - y 面(等 k 面)で点 $Q_{j,k}(x, y, z)$ を最小二乗法によって次の 2 次多項式で衝撃波面をモデル化する.

$$x_s = a_0 + a_1 y_s + a_2 y_s^2 \quad (0 \leq y_s \leq Q_{45,k}(x, y, z)). \quad (4.1)$$

衝撃波面のモデル化をスパン方向に行うが, 翼端付近においては翼端渦の影響を除外するため, $z/b=95\%$ 位置の点 $Q_{j,k}(x, y, z)$ を用いた. また, 衝撃波が合わさった場所は検出した前後の衝撃波の点 $Q_{j,k}(x, y, z)$ の位置座標の差から判断する. 差が 0.02 以下の場合, 前方衝撃波の点 $Q_{j,k}(x, y, z)$ を前縁側に 0.01, 後方衝撃波の点 $Q_{j,k}(x, y, z)$ を後縁側に 0.02 移動させる.

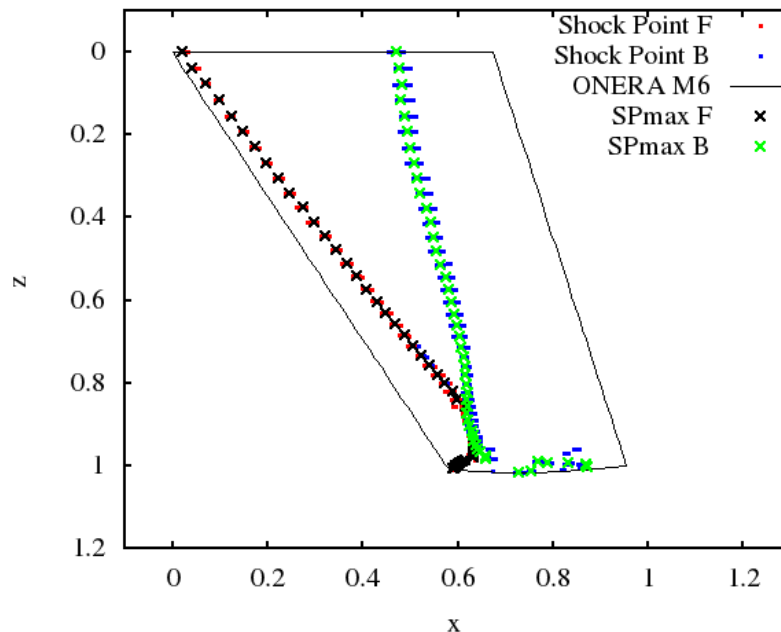


図 4.9 翼表面の Shock Point と特徴点

モデル化した衝撃波面を図 4.10 に, $z/b=44\%$, 65% , 90% , 99% の断面を図 4.11 に示す. 翼表面の衝撃波面位置を綺麗に捉えることができています. $z/b=0\%$ の断面では前方衝撃波がないため前縁の圧力勾配に沿ったモデル化が行われている. その他の断面では衝撃波面に沿った形状になっていることが分かる. 2 本の衝撃波が合わさる 90% 位置 (図 4.11 (c)) では, 衝撃波面を挟み込むように前後の衝撃波面をモデル化できている. また, 図 4.11 (d) では, 図 4.9 で見られた翼端渦の影響を除外できている, 衝撃波面の位置を捉えられている.

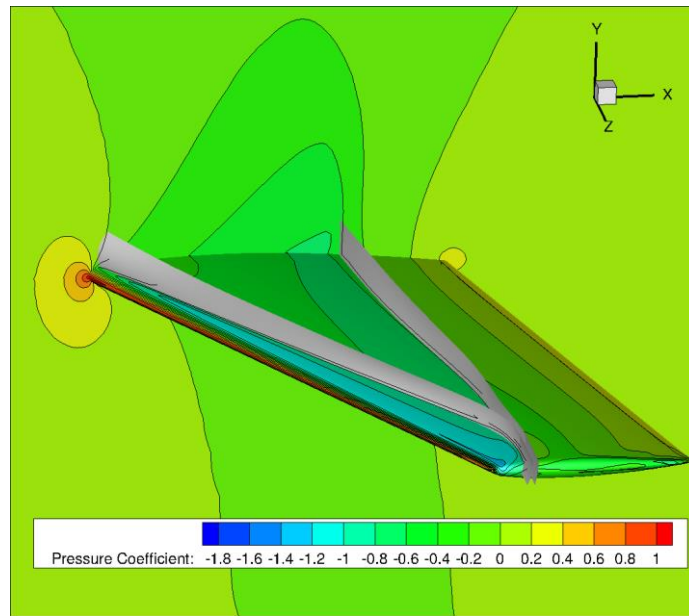


図 4.10 モデル化した衝撃波面と圧力係数分布($z/b = 0\%$)

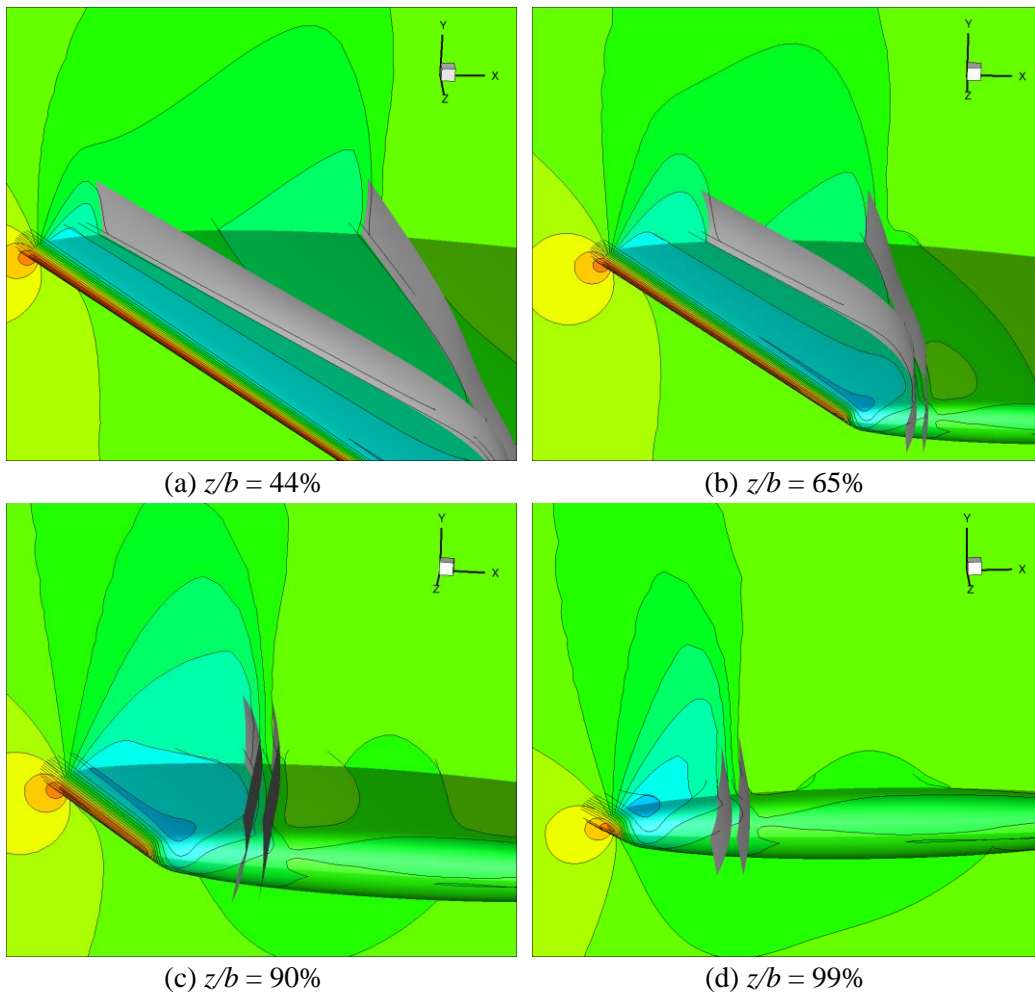


図 4.11 各断面でのモデル化した衝撃波面と圧力係数分布

衝撃波面適合格子を図 4.12 に示す。適合格子の生成には **Pointwise** を用いた。最小格子幅は初期格子と同じである。翼表面はモデル化した衝撃波位置を用い、翼垂直方向は格子分布の滑らかさを優先し、衝撃波面への忠実な適合は行っていない。結果として前縁側と衝撃波後方に格子点を残しやすくなる。

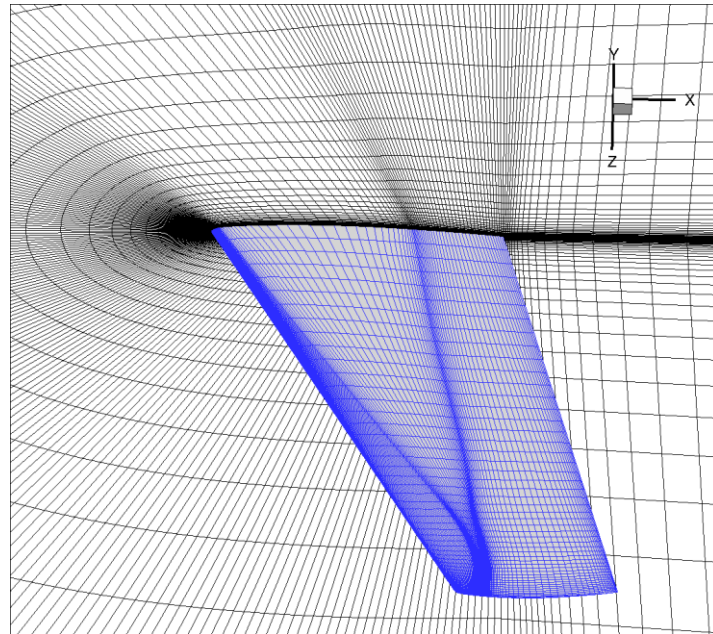
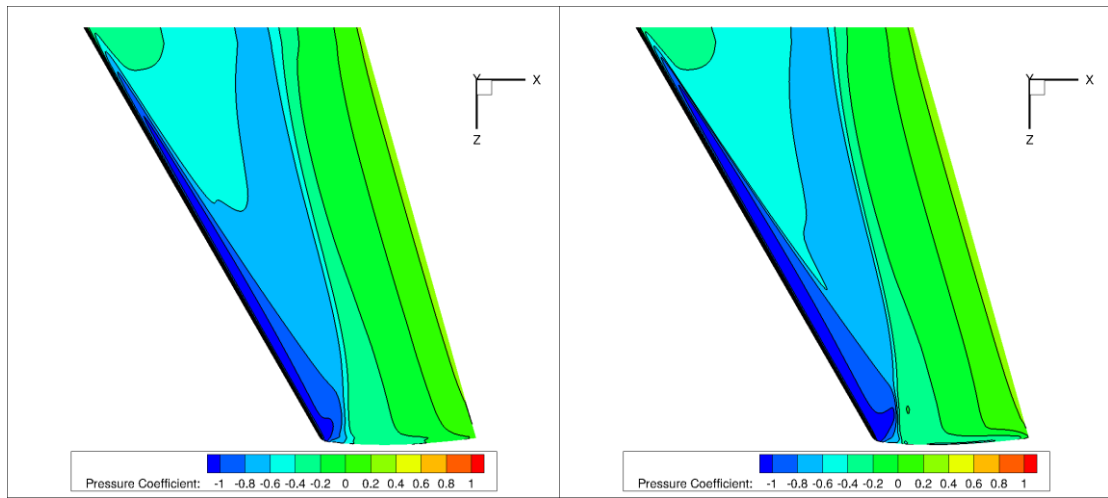


図 4.12 衝撃波面適合格子

4.5.2 衝撃波面適合結果

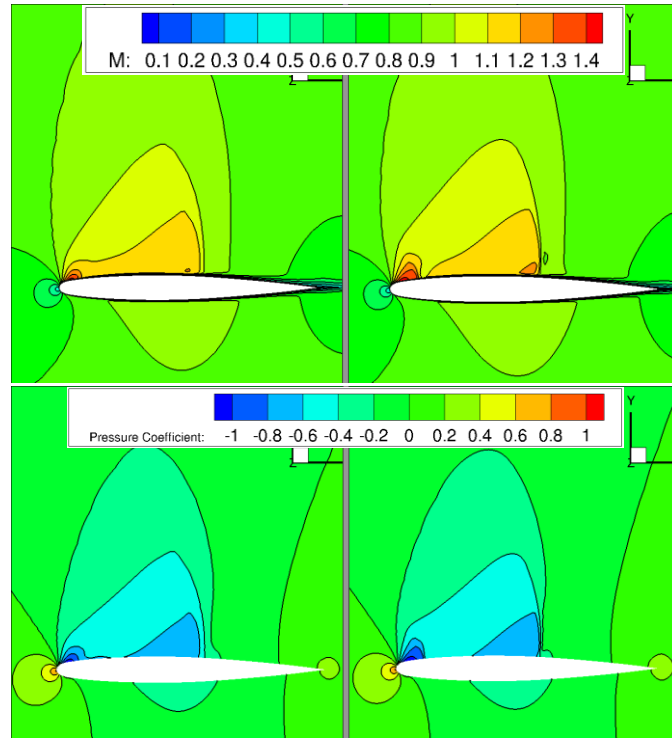
図 4.13 に初期格子と適合格子による翼表面 C_p 分布を示す。また、図 4.14 に $z/b = 44\%$ 、図 4.15 に $z/b = 90\%$ 位置断面の Mach 数分布と C_p 分布を示す。適合後は前後の衝撃波がはっきりと分かれている。また、衝撃波面付近に格子が集まったことで、波面を鋭く捉えることができている。図 4.13 において、衝撃波面位置の圧力係数勾配が初期格子とあまり変化がないのは図 4.14、図 4.15 に示すように、衝撃波と境界層の干渉によるものであり、衝撃波面の解像度が上がったことにより現れる。境界層内は Mach 数が低く衝撃波が起きないため翼表面付近の圧力勾配は緩くなる。この現象は図 3.20 および図 3.21 からも確認することができる。



(a) 初期格子

(b) 適合格子

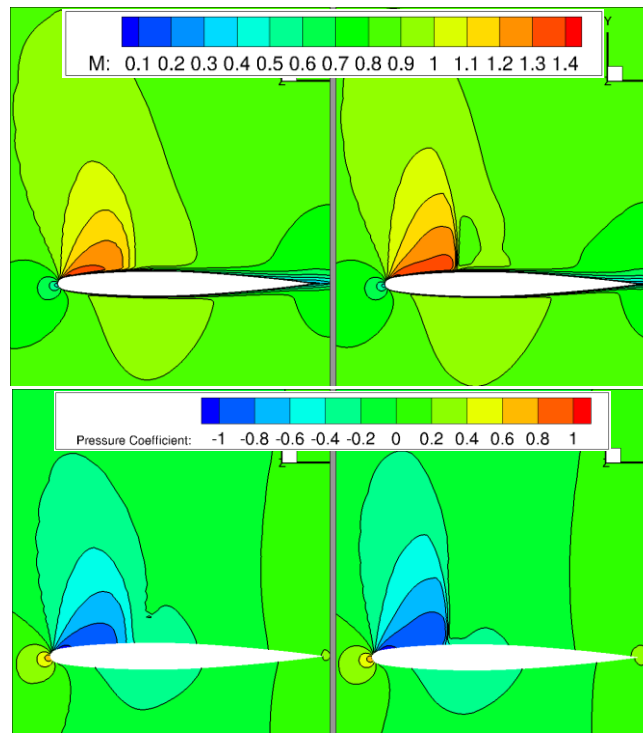
図 4.13 翼表面の C_p 分布比較



(a) 初期格子

(b) 衝撃波適合格子

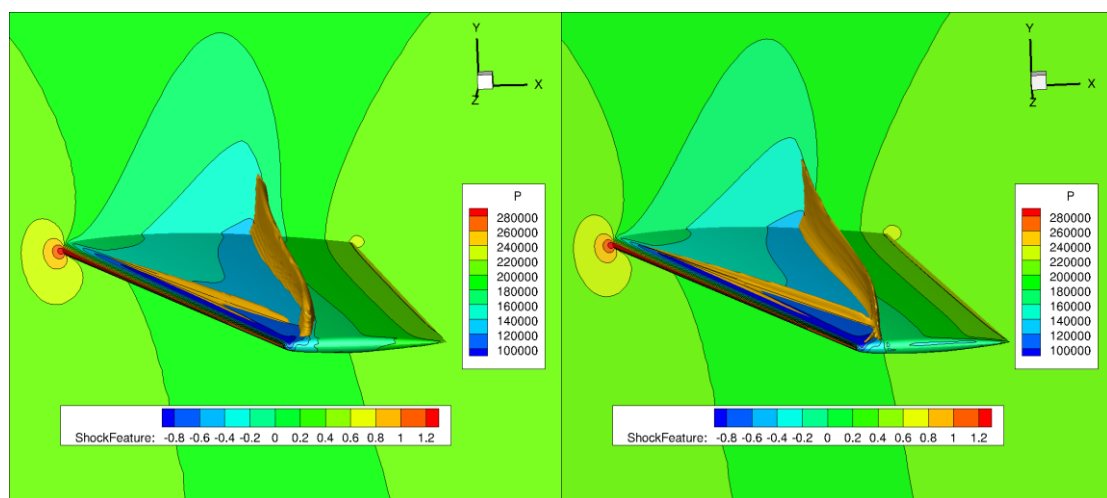
図 4.14 Mach 数分布(上)と C_p 分布(下)比較 ($z/b = 44\%$)



(a) 初期格子 (b) 衝撃波適合格子

図 4.15 Mach 数分布(上)と C_p 分布(下)比較 ($z/b = 90\%$)

可視化ソフト Tecplot を用いて圧力分布から計算した衝撃波面を図 4.16 に示す。初期格子では衝撃波面に厚みがあることが分かる。衝撃波面適合を行うことによって、波面が薄くなり、滑らかになっている。また、後方衝撃波では波面がより翼上方に伸びていることが分かる。これらより、三次元的にも衝撃波面の解像度が上がったことが見て取れる。



(a) 初期格子

(b) 衝撃波面適合格子

図 4.16 衝撃波面の可視化

各テストセクション断面での翼表面 C_p 分布を図 4.17 に示す．ここでは初期格子と衝撃波面適合格子に加え，境界層適合格子の結果も同時に比較する．衝撃波面適合ではどのテストセクション位置においても C_p 分布の改善が見られ，衝撃波面位置の傾きが鋭くなっていることが分かる．また，図 4.17 (e), (f)では衝撃波背後で C_p が大きくなる部分を捉えることができている．境界層適合では下面の C_p 分布が実験値よりも高めに出ているのに対し，衝撃波面適合ではより実験値に近い値となった．反対に，上面の前縁付近では境界層適合が実験値に近い値となった．境界層適合および衝撃波面適合の両者において初期格子よりも良好な C_p 分布を得ることができたと言える．

本研究では格子点数を増やさずに格子点を移動させる *r-refinement* を用いた．この方法では物理量の勾配が急峻な場所では格子幅を小さくし，その他の場所では格子幅を大きくすることで計算量をあまり増やすことなく高解像度を可能にしている．しかし，衝撃波面に格子を寄せたことで前縁や後縁の格子幅が初期格子より広くなり，その場所に数値粘性がより多く含まれてしまう．そこで，格子幅の大きい場所の格子点数を増やす *h-refinement* と組み合わせ *rh-refinement* とすることで流れに適合した格子をより柔軟に生成でき，かつ，解像度も上げることが可能である．

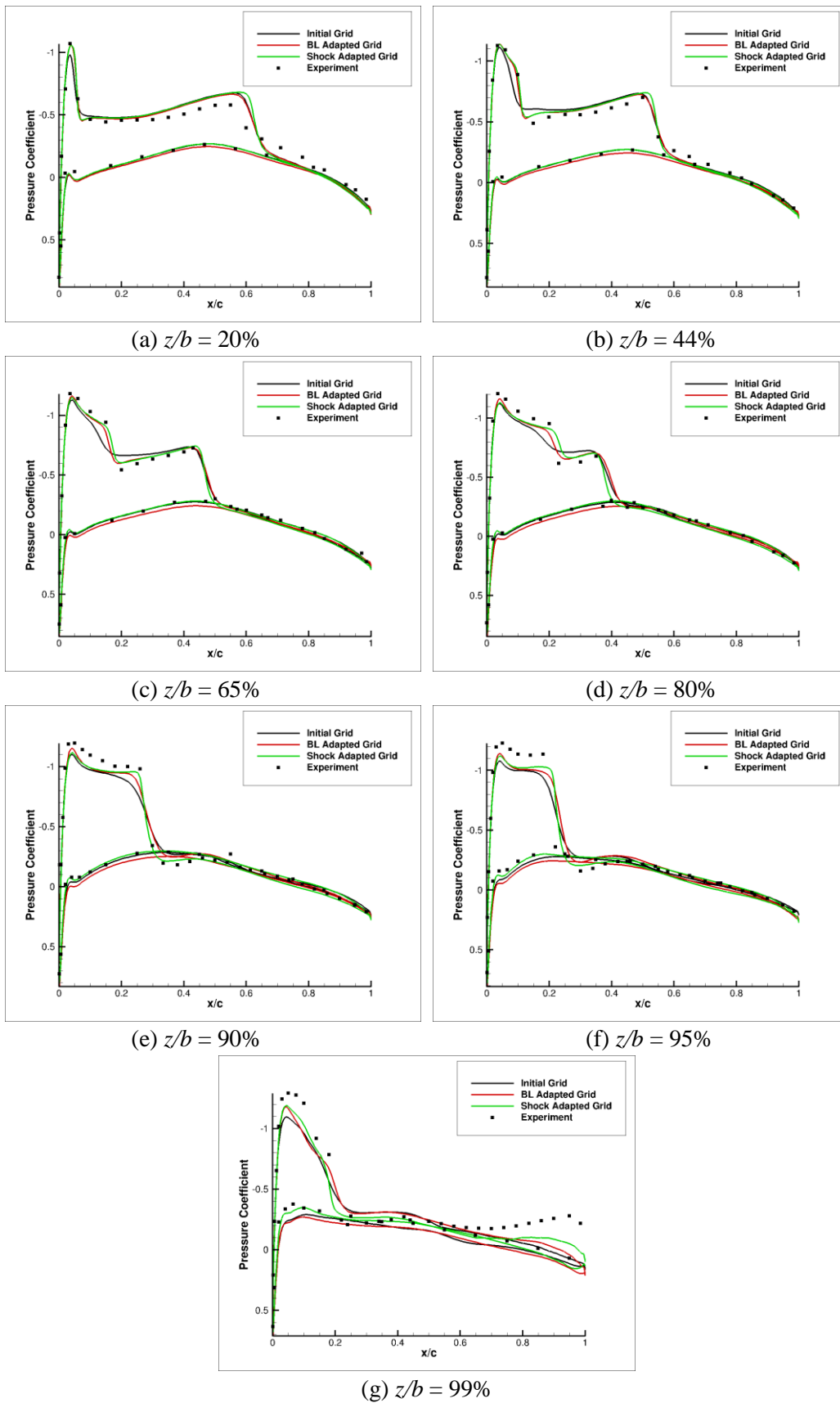


図 4.17 図 4.3 の各テストセクションでの圧力係数断面分布比較

第5章

結論

本研究では、数値計算の難しい非線形現象として境界層と衝撃波に焦点を当て計算格子を適合させた。まず、適合させる境界層厚さおよび衝撃波面位置のモデル化を行った。境界層厚さは排除厚さ、運動量厚さ、形状パラメータから計算でき、境界層厚さの約 1.5 倍となるように境界層格子厚さを設定した。衝撃波面位置は圧力勾配から衝撃波面を含む格子点集合を検出し、Point Rays 法によって領域を分割して特長点を出した。そして、最小二乗法を用いて衝撃波面位置を高次元多項式によってモデル化した。次に、モデル化した物理現象を元に格子を移動させる方法を示した。

二次元翼の境界層適合では計算コードに格子移動を組み込み自動化し、衝撃波面適合では Pointwise の Glyph を用いて半自動化した。境界層の解像によって C_L 値と C_D 値が増加し、格子密度差が少なくなった。また、衝撃波面適合では衝撃波面位置の C_p 分布の傾きがより鋭くなった。粗い格子では顕著であり、適合によって密な格子と同等の結果を得ることに成功した。

三次元翼の格子適合では、各テストセクション断面の翼表面 C_p 分布を比較した。境界層適合および衝撃波面適合の両方において初期格子よりも実験値に近い分布を得ることに成功した。特に、今回は格子全体の分布の滑らかさを優先し、翼表面のみ衝撃波面位置に適合し、波面形状には適合させず格子幅を狭くしただけの衝撃波適合の結果が良好だった。波面にも適合しながら滑らかな格子分布になるように計算格子を生成することで、さらに実際の流れ場の解に近づくとと言えるだろう。また、 r -refinement だけでなく、 h -refinement とも組合すことでより流れ場に適合した格子を生成できる。

先に述べたように、格子生成には多くの技術が要り計算結果の予測精度に大きく影響を与える。そのなかで、本研究では境界層厚さおよび衝撃波面位置をモデル化し、適合格子を生成する手法を示した。また、格子数を増やすことなく生成した適合格子によって高解像な解を得ることができた。今回示した手法は翼の境界層や衝撃波のみならず、様々な流体応用問題にも適用が可能である。

参考文献

- [1] 一般財団法人日本航空機開発協会, "民間航空機に関する市場予測 2018-2037", 2018.
- [2] 山本一臣, "航空機設計における CFD の現状と将来展望", サイエンティフィック・システム研究会 HPC フォーラム, 2006.
- [3] I. Babuska, and Q. B. Gou, "The h,p and h-p Version of the Finite Element Method; Basic Theory and Applications" *Advances in Engineering Software*, Vol. 15, No. 3-4, pp. 159-174, 1992.
- [4] D. Moro, N. C. Nguyen, J. Peraire, and M. Drela, "Mesh Topology Preserving Boundary-Layer Adaptivity Method for Steady Viscous Flows", *AIAA Journal*, Vol. 55, No. 6, 2017.
- [5] K. Nakahashi, and G. S. Deiwert, "Self-Adaptive-Grid Method with Application to Airfoil Flow", *AIAA Journal*, Vol. 25, No. 4, 1986.
- [6] Z. Chen, D. Zou, F. Zhang and J. Liu, "A Flow Feature Extraction Method for Shock-Fitting Computation", *ICCFD10*, Vol. 15, 2018.
- [7] 金森正史, 鈴木宏二郎, "特性曲線理論を用いた CFD 解析結果からの衝撃波同定", 第 41 回流体力学講演会/航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム, 2009.
- [8] F. R. Menter, "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications", *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 8, pp. 1598-1605, 1994.
- [9] 吉澤徹, 松尾裕一, "航空工学におけるレイノルズ平均乱流モデルの概観と時間スケールによる物理的意味の考察", JAXA Research and Development Report, 2015.
- [10] B. Baldwin, and H. Lomax, "Thin layer approximation and algebraic model for aerodynamic flows", *AIAA Paper 78-257*, 1978.
- [11] B. Leer, "Towards the Ultimate Conservation Difference Scheme V. A Second-Order Sequel to Goudnov's Method", *Journal of Computational Physics*, Vol. 32, pp. 101-136, 1979.
- [12] E. Shima, and K. Kitamura, "On New Simple Low-Dissipation Scheme of AUSM-Family for All Speeds", *AIAA Paper 2009-136*, 2009.
- [13] A. Jameson, and S. Yoon, "Lower-Upper Implicit Schemes with Multiple Grids for the Euler Equation", *AIAA Journal*, Vol. 25, No. 7, pp. 929-935, 1987.
- [14] F. R. Menter, "Zonal Two Equation k-omega Turbulence Models for Aerodynamics Flows", *AIAA Paper 2906*, 1993.
- [15] G. Drela, and M. Giles, "Viscous-Inviscid Analysis of Transonic and Low Reynolds Number Airfoils", *AIAA Journal*, Vol. 25, No. 10, pp. 1347-1355, 1987.

- [16] D. C. Harris, "Two-Dimensional Aerodynamic Characteristics of the NACA0012 Airfoil in the Langley 8-Foot Transonic Pressure Tunnel", NASA TM 81927, 1981.
- [17] N. L. R. Center, "Turbulence Modeling Resource", <http://turbmodels.larc.nasa.gov/sst>.
- [18] NASA, "NPARC Alliance Validation Archive",
<https://www.grc.nasa.gov/www/wind/valid/m6wing/m6wing01/m6wing01.html>.
- [19] V. Schmitt, and F. Carpin, "Pressure Distributions on the ONERA-M6-Wing at Transonic Mach Numbers", AR 138, AGARD, 1979.
- [20] A. Salahuddin, "Computation of turbulent flow about unconventional airfoil shapes", Iowa State University Capstones, Theses and Dissertations, No. 9100414, 1990.

謝辞

本研究を行うにあたり、高知工科大学大学院工学研究科基盤工学専攻、荻野要介 講師には多くのご指導を賜りました。毎週の研究班ミーティングでは様々な観点からご助言を頂き、研究を導いて下さいました。大変感謝致します。また、荻野先生の研究に対する姿勢からも多くのことを学ばせていただきました。時には研究者として厳しい意見もあり、また、時には一緒に悩んで下さいました。研究の厳しさも楽しさも身に沁みて感じました。荻野先生の学生一期生として本大学院を修了できることを誇りに思います。

高知工科大学大学院工学研究科基盤工学専攻、野崎理 教授には学部生の頃からご指導を頂き、研究者としてのベースを作ってくださいました。また、全体報告会においては様々なご指摘を頂き、本研究がより深いものとなりました。厚く御礼申し上げます。

本研究では、東北大学大学院工学研究科 OB の前田洋平さんをはじめ多くの方の計算コードを使わせていただきました。心より感謝いたします。

航空エンジン超音速研究室の超音速班メンバーの河端恭平 君、唐澤颯人 君、廣原和希 君、豊田有里 さん、砂辺一行 君、青景壮真 君、田村北斗 君には日頃から互いの研究のことを議論し、問題解決の糸口を掴むこともありました。また、研究だけでなく日頃から多くの刺激を受け、大変楽しい時間を過ごせました。先輩として至らないことも多々あったと思いますが一緒に研究ができて良かったです。本当にありがとうございました。

同期の河端恭平 君、中地愛香 さん、松本巧 君、水野佑樹 君、和田展忠 君には研究のことはもちろん、研究以外の時間も共に時を過ごし大変楽しい時間となりました。ありがとうございました。

研究室の他のメンバーにおいても、全体ゼミをはじめたくさんの意見交換を行い、学ぶところが多くありました。感謝いたします。

最後に、私の意志を尊重し、大学院まで行かせてくれて、支えてくれた両親ならびに兄には心から感謝いたします。本当にありがとうございました。