

2019（令和元）年度 修士学位論文

実機形状適用を目指した線形オイラー方程式を
用いた音響計算コードの開発

Development of a Computational Aeroacoustics
Code for Aircrafts using Linear Euler Equation
Toward its Practical Applications

2020 年 3 月 9 日

高知工科大学大学院 工学研究科基盤工学専攻
知能機械システム工学コース

1225046 廣原 和希

指導教員 荻野 要介, 野崎 理

目次

| | | |
|-------|-------------------------|----|
| 第1章 | 緒言 | 1 |
| 1.1 | 研究背景..... | 1 |
| 1.2 | 研究目的..... | 2 |
| 第2章 | 数値計算法 | 3 |
| 2.1 | 質量保存則 | 3 |
| 2.2 | 運動量保存則 | 4 |
| 2.3 | エネルギー保存則 | 5 |
| 2.4 | 保存則のベクトル表記 | 6 |
| 2.5 | ファールブル平均..... | 6 |
| 2.6 | LEE と単極子音源..... | 7 |
| 2.7 | 支配方程式の離散化..... | 8 |
| 第3章 | Pulse 波の音響計算 | 9 |
| 3.1 | 吸収領域なしでの計算結果..... | 9 |
| 3.1.1 | 計算対象 | 9 |
| 3.1.2 | 計算条件 | 9 |
| 3.1.3 | 計算結果・考察..... | 10 |
| 3.2 | 吸収領域を設けた音響計算 | 14 |
| 3.2.1 | 計算対象 | 14 |
| 3.2.2 | 計算条件 | 15 |
| 3.2.3 | 計算結果・考察..... | 15 |
| 第4章 | cylinder まわりの音響計算 | 22 |
| 4.1 | 計算対象..... | 22 |
| 4.2 | 計算条件..... | 22 |
| 4.3 | 計算結果・考察..... | 23 |
| 第5章 | NACA0012 まわりの音響計算 | 30 |
| 5.1 | 計算対象..... | 30 |
| 5.2 | 計算条件..... | 30 |
| 5.3 | 計算結果・考察..... | 31 |
| 第6章 | 結言 | 37 |
| 参考文献 | | 38 |
| 謝辞 | | 40 |

第1章 緒言

1.1 研究背景

世の中にある輸送機器，例えば自動車，航空機，新幹線などは，時に人命を預かる場合には厳密な安全性や，エネルギー効率に基づく経済性を求められることから，信頼できるデータや理論解析をもとに開発，設計され私たちの暮らしに反映されている．その中でも特に飛行機のような大掛かりな機械製品の開発の現場においては，飛行試験を行う前に，風洞試験のデータと数値流体計算 CFD（Computational Fluid Dynamics）による流れの予測が行われている．風洞試験には，実験が短期間で済み，得られるデータの信頼度が高いというメリットがあり，CFD 計算には，任意空間の流れ諸量を把握できるメリットがある．それらの特性を相互補完的に利用し，開発が進められる．そのおかげもあり，航空機は発展を遂げてきた．^[1] 航空機の需要は増加傾向にあり，20 年後には今の 2 倍以上の航空機が必要になると言われており，航空機の量的・質的拡充に対する期待は年々大きくなっている．その一方で，航空機の増加に伴い空港周辺における騒音値の規制が厳格化されている．1973 年に制定された「航空機騒音に係る環境基準」によって，空港周辺の居住環境維持の為に航路の変更や離発着便数の制限など空港側が各航空会社に規制を行うことで騒音対策を行ってきた．^[2] 航空機における騒音とはジェット噴流由来のエンジン騒音と脚や flap 周りから発生する機体騒音に大別できる．離発着時には機体騒音が支配的になることから，騒音問題の根本的な解決には低機体騒音機体の設計が求められている．

音の発生メカニズムは渦によるものや圧縮膨張によるものなど様々あるが，機体騒音においては渦音が主流である．^[3] 渦音は非定常な流体運動の副産物として発生するものであり，微小な圧力擾乱を扱うことになるため，非定常かつ細かな渦を考慮する必要がある．時間刻み幅や格子は非常に細かくする必要がある．一方で伝搬する音波を追跡するためには，反射や回折などの物理現象も考慮する必要がある．それらを厳密に解くためには高次精度での空間離散化手法が必要となる．膨大な計算規模となってしまう．そこで空気音響力学 CAA (Computational Aeroacoustics) では音の発生と伝搬を分離する分離解法が広く用いられており，中でも計算コストの点から Curle の式^[4]を用いた計算が主流となっている．しかし Curle の式には，流れ場の一様性，音源のコンパクト性を仮定するという近似が含まれることから機体騒音を計算する手法として適していない．一方で，圧縮性オイラー方程式を音波成分において線形化した線形オイラー方程式 LEE (Linearized Euler Equation) ^{[5],[6]}を用いた計算法が注目されている．LEE は反射や回折などの現象を考慮することもでき，非一様流の計算が可能である．機体騒音の音源が計算領域に対して非コンパクトであっても計算できるという強みがある．

LEE の研究は CAA の workshop^{[7]~[9]}が開催されるほど盛んに研究が行われている．主な研究目的は高次精度差分スキームを用いて単純形状周りを正確に計算することであったが，差分スキームを用いるため計算領域の座標変換が必要となることや，計算のロバスト性が低く複雑形状の計算は不得意という問題を抱えている．音響計算を空力設計の現場で用い

るためには計算コストを抑え、ワークステーションレベルでの計算が可能で、複雑形状でも計算の破綻しにくいロバスト性の高い計算コードが必要となる。今村たち^[10]は Kobayashi によって提案された 6 次精度コンパクトスキーム^[11]や Gaitonde-Visbal の提案した 10 次精度 filter^[12]を用いて高精度の UPACS-LEE コードを作成し高揚力装置まわりに適用させ、機体騒音の音響解析に成功している。

1.2 研究目的

騒音低減に向けた音響計算を行うことで、更なる低騒音旅客機の開発を実現できれば、今後の航空業界に大きく貢献できる。そこで、機体騒音低減に向けた航空機まわりの音響解析コード開発を行うことを本研究における目的とする。圧縮性 CFD コードを基に、流れ場諸量の擾乱成分の伝播を数値計算できるよう拡張する。

第2章 数値計算法

2.1 質量保存則

流体中に検査体積 Ω を取る． Ω の表面を $\partial\Omega$ とする． Ω は仮想的な検査領域であり，流体は $\partial\Omega$ を自由に出入りする． $\partial\Omega$ の外向き単位法線ベクトルを \vec{n} とする．この時，図 1 より $\partial\Omega$ の微小面積 dS を通って単位時間に流出する流体の占める仮想的な体積は $u_n dS$ であり，この微小体積内部に含まれる流体の質量は $\rho u_n dS$ で与えられる．ただし， $u_n = \vec{u} \cdot \vec{n} = un_x + vn_y + wn_z$ は， $\partial\Omega$ における流速ベクトル \vec{u} の \vec{n} 方向速度成分を表す． $\rho u_n dS$ を $\partial\Omega$ で積分すると，単位時間に Ω から流出する正味の質量は

$$\iint_{\partial\Omega} \rho u_n dS, \quad (2.1.1)$$

となる．

Ω の内部にわき出しや吸い込みはないとする．この時， Ω に含まれる質量の単位時間当たりの増分は，単位時間に $\partial\Omega$ から流入する正味の質量に等しい．式 (2.1.1) が単位時間に流出する正味の質量を与えることから符号に注意すると，質量保存則は

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} \rho dV + \iint_{\partial\Omega} \rho u_n dS = 0, \quad (2.1.2)$$

で与えられる．

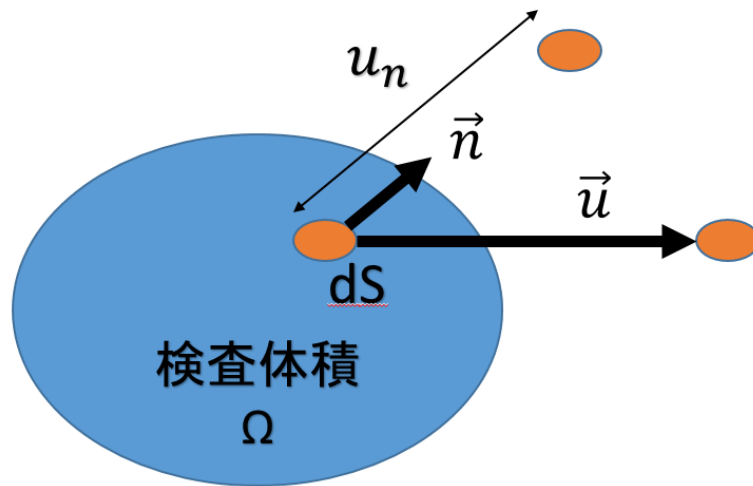


図 1 検査体積と表面から流出する検査体積

2.2 運動量保存則

次に運動量保存則を考える． Ω 内部の流体が持つ運動量の単位時間当たりの増分と，単位時間に $\partial\Omega$ から流出する正味の運動量の和(全運動量の単位時間当たりの変化)は，単位時間に Ω に加わる力と等しい．簡単のため x 成分のみ考えると，単位時間に Ω 内部の流体に働く体積力の x 成分は

$$\iiint_{\Omega} \rho k_x dV,$$

であり，一方，単位時間において $\partial\Omega$ に働く表面力の x 成分は

$$\iint_{\partial\Omega} \tau_{jx} n_j dS,$$

で与えられる． k_n は単位質量当たりの流体に作用する体積力の x 成分であり， n_j は \vec{n} の成分を表す．また， τ_{jx} の添え字 j は $j=1,2,3$ の値を取り，順に x, y, z を表す． τ_{jx} は j 軸に垂直な面に働く応力の x 成分を表す．式中の重複する添え字はアインシュタインの総和規約にもとづいて和を取る．例えば $\tau_{jx} n_j = \tau_{1x} n_1 + \tau_{2x} n_2 + \tau_{3x} n_3$ となる．

単位時間に Ω 内部の流体に加わる体積力と表面力の和が， Ω 内部の流体の持つ運動量の単位時間当たりの増分と単位時間に Ω から流出する正味の運動量の和に等しいことから，運動量保存則は x 成分について

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} \rho u dV + \iint_{\partial\Omega} \rho u u_n dS = \iint_{\partial\Omega} \tau_{jx} n_j dS + \iiint_{\Omega} \rho k_x dV, \quad (2.2.1)$$

を得る．同様に， y, z 成分は

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} \rho v dV + \iint_{\partial\Omega} \rho v u_n dS = \iint_{\partial\Omega} \tau_{jy} n_j dS + \iiint_{\Omega} \rho k_y dV, \quad (2.2.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} \rho w dV + \iint_{\partial\Omega} \rho w u_n dS = \iint_{\partial\Omega} \tau_{jz} n_j dS + \iiint_{\Omega} \rho k_z dV, \quad (2.2.3)$$

で与えられる．

上式の表面応力 τ_{ij} は

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right), \quad (2.2.4)$$

で与えられる．上式においても重複する添え字 k は $k=1,2,3$ の和を取る． δ_{ij} はクロネッカー

のデルタであり， μ は分子粘性を表す． $\mu \rightarrow 0$ として非粘性流れ場を考える場合， $\partial\Omega$ に働く表面力は圧力の寄与だけとなり

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij},$$

となる．体積力を無視すると式(2.2.1), (2.2.2), (2.2.3)はそれぞれ

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} \rho u dV + \iint_{\partial\Omega} (\rho u u_n + p n_x) dS = 0, \quad (2.2.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} \rho v dV + \iint_{\partial\Omega} (\rho v u_n + p n_y) dS = 0, \quad (2.2.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} \rho w dV + \iint_{\partial\Omega} (\rho w u_n + p n_z) dS = 0, \quad (2.2.7)$$

と書ける．

2.3 エネルギー保存則

流体の持つエネルギーは内部エネルギーと運動エネルギーからなる．単位質量当たりの内部エネルギーを ϵ で表すと，単位体積当たりの全エネルギーは

$$e = \rho \left(\epsilon + \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \right), \quad (2.3.1)$$

で与えられる． Ω 内部の流体が持つ全エネルギーの単位時間当たりの増分と， $\partial\Omega$ の微小面積 dS を通って単位時間に流出する流体が運び去る正味の全エネルギーは，表面力や体積力が単位時間に Ω 内部の流体に加える仕事と釣り合う．この時エネルギー保存則は

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} e dV + \iint_{\partial\Omega} e u_n dS = \iint_{\partial\Omega} \tau_{ij} u_i n_j dS + \iiint_{\Omega} \rho k_j u_j dV - \iint_{\partial\Omega} Q_j n_j dS,$$

で与えられる．右辺第3項は $\partial\Omega$ を通して流入する熱エネルギーを表す．運動量保存則では $\mu \rightarrow 0$ の極限を考えた．エネルギー保存則においては $\mu \rightarrow 0$ に加えて熱伝導係数 $k \rightarrow 0$ の極限を考える．外力が無視できる場合，上式は

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} e dV + \iint_{\partial\Omega} (e + p) u_n dS = 0, \quad (2.3.2)$$

となる．

2.4 保存則のベクトル表記

最後に、2次元での非粘性流体の質量保存則、運動量保存則とエネルギー保存則をまとめてベクトル形式で表現する。 \mathbf{Q} を保存変数、 \mathbf{E} 、 \mathbf{F} 、を流束関数とおくと保存則は

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} = 0, \quad (2.4.1)$$

と表せる。

ただし、各変数は

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (E + p)u \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (E + p)v \end{bmatrix}, \quad (2.4.2)$$

であり、第1成分が質量保存則、第2から第4成分が運動量保存則の各成分、第5成分がエネルギー保存側を与える^[13]。

式(2.4.1)の従属変数は \mathbf{Q} の各成分に圧力 p を加えた計6個である。一方、式(2.4.1)は5本の独立した方程式を与えるだけであり、このままでは解けない。この方程式を閉じるために気体の状態方程式を導入し、

$$p = (\gamma - 1)\rho\epsilon, \quad (2.4.3)$$

の関係式を与える。ここで、 γ は比熱比である。

2.5 ファーブル平均

密度で重み付けしたレイノルズ平均（密度荷重平均）をファーブル平均^[14]という。

$$\tilde{f} = \frac{\overline{\rho f}}{\bar{\rho}}. \quad (2.5.1)$$

ここで、 $\overline{}$ はレイノルズ平均の平均量、 \sim はファーブル平均量を示す。

ファーブル平均は、レイノルズ平均同様に、ある物理量 f をファーブル平均量 \tilde{f} とファーブル平均の変動量 f'' の和として分解する。

$$f = \tilde{f} + f''. \quad (2.5.2)$$

これらファーブル平均の定義を列記すると、次のように書ける。

$$\begin{cases} f = \tilde{f} + f'' \\ \overline{\rho f} = \tilde{f} \bar{\rho} \\ fg = \tilde{f} \tilde{g} + f'' g'' \\ \tilde{\tilde{f}} = \tilde{f} \\ \widetilde{\tilde{f} g} = 0 \end{cases} \quad (2.5.3)$$

特に次の性質が成り立つことで、圧縮性乱流を非圧縮性乱流と同様に取り扱うことが出来る。

$$\overline{\rho f g} = \bar{\rho} \tilde{f} \tilde{g} + \bar{\rho} \widetilde{f'' g''}. \quad (2.5.4)$$

また、その他、ファールブル平均の性質として下記のものがある。

$$\overline{\rho f''} = 0. \quad (2.5.5)$$

$$\widetilde{f''} \neq 0. \quad (2.5.6)$$

2.6 LEE と単極子音源

オイラー方程式の保存量 \mathbf{Q} 平均流れ成分 $\bar{\mathbf{Q}}$ と変動成分 \mathbf{Q}' の和として定義する。

$$\mathbf{Q} = \bar{\mathbf{Q}} + \mathbf{Q}' \quad (2.6.1)$$

式(2.6.1)を式(2.4.1)に示したオイラー方程式に作用させると次のようになる^{[15]~[17]}。

$$\frac{\partial \mathbf{Q}'}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}'}{\partial y} = \mathbf{S}. \quad (2.6.2)$$

$$\mathbf{Q}' = \begin{bmatrix} \rho' \\ (\rho u)' \\ (\rho v)' \\ E' \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}' = \begin{bmatrix} (\rho u)' \\ \bar{v}(\rho u)' - \bar{u}\bar{v}\rho' + p'\delta_{ij} \\ \bar{u}(\rho v)' - \bar{u}\bar{v}\rho' \\ -\bar{u}\bar{H}\rho' + \bar{u}(\rho H)' + (\rho u)'\bar{H} \end{bmatrix}. \quad (2.6.3)$$

$$\mathbf{F}' = \begin{bmatrix} (\rho v)' \\ \bar{v}(\rho u)' - \bar{u}\bar{v}\rho' \\ \bar{u}(\rho v)' - \bar{u}\bar{v}\rho' + p'\delta_{ij} \\ -\bar{v}\bar{H}\rho' + \bar{v}(\rho H)' + (\rho v)'\bar{H} \end{bmatrix}. \quad (2.6.4)$$

ただし、圧力変動成分に関しては、

$$p' = (\gamma - 1) \left[E' + \frac{1}{2} \rho' \bar{u}_k^2 - \bar{u}_k (\rho u_k)' \right], \quad (2.6.5)$$

$$(\rho H)' = E' + p', \quad (2.6.6)$$

である。 H は全エンタルピーを表す。また、式(2.6.2)の右辺に示す生成項を音源項と置き換えて計算条件に与え、変動成分 \mathbf{Q}' を時間更新する。本研究においては音波の伝播の様子を計算することを目的としているので SNGR 法^[6]等はいずれに仮想単極子音源として \sin 波を与えた。単極子音源 S は次の正規分布を持った関数

$$S = A \exp \left[-(\ln 2) \left(\frac{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2}{b^2} \right) \right] \sin \omega t, \quad (2.6.7)$$

とする. $A, b, (x_s, y_s), \omega$ はそれぞれ振幅, ガウス分布の半値幅, 音源座標, 各振動数とする. 音源ベクトル \mathbf{S} は

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_\rho \\ S_{\rho u} \\ S_{\rho v} \\ S_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S \\ \bar{u}S \\ \bar{v}S \\ \left(\frac{c^2}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \bar{u}_k^2 \right) S \end{bmatrix}, \quad (2.6.8)$$

とする.

2.7 支配方程式の離散化

空間離散化手法にはセル中心有限体積法^[13]を用いる. 支配方程式(2.6.2)を任意のセル体積 V について体積分すると次式が得られる.

$$\iiint_V \left(\frac{\partial Q'}{\partial t} + \frac{\partial E'}{\partial x} + \frac{\partial F'}{\partial y} \right) dV = 0, \quad (2.7.1)$$

また, 流束ベクトルに対して Gauss の発散定理を用いると,

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V Q' dV + \oint_{\partial V} (E' n_x + F' n_y) dS = 0, \quad (2.7.2)$$

ここで, n_x, n_y はそれぞれセル境界面の法線ベクトルの x, y 方向成分を示しており, 各セルでの値は, そのセル自身の体積を用いて平均化し, 以下のように与えられている.

$$\bar{Q}' = \frac{\iiint_V Q' dV}{\iiint_V dV}, \quad (2.7.3)$$

離散化の際に, セルの体積 $\Delta V \left(\iiint_V dV \right)$, セル境界の面積 $\Delta S (= dS)$, 時間刻み幅 $\Delta t (= dt)$ をそれぞれ与え, 離散化された式は以下のように表される.

$$\frac{\Delta \bar{Q}'}{\Delta t} \Delta V = - \sum_{k=1}^4 (E' n_x + F' n_y) \Delta S_k, \quad (2.7.4)$$

本研究では, 数値流束には Lax-Friedrich を用い空間精度は WENO 法^[19]を用いて 5 時精度化した. 制限関数には minmod 関数を用いた. また, 時間積分に 3rd-order TVD Runge-Kutta 法^[20]を用いた.

第3章 Pulse 波の音響計算

3.1 吸収領域なしでの計算結果

3.1.1 計算対象

Pulse 波での音響解析を行うにあたって，使用する計算格子を図 2 に示す．計算領域は無次元空間に $-50 \leq X, Y \leq 50$ の正方形面上に格子点数 $(i_{\max}, j_{\max}) = 200 \times 200$ をとり，等間隔構造格子とした．

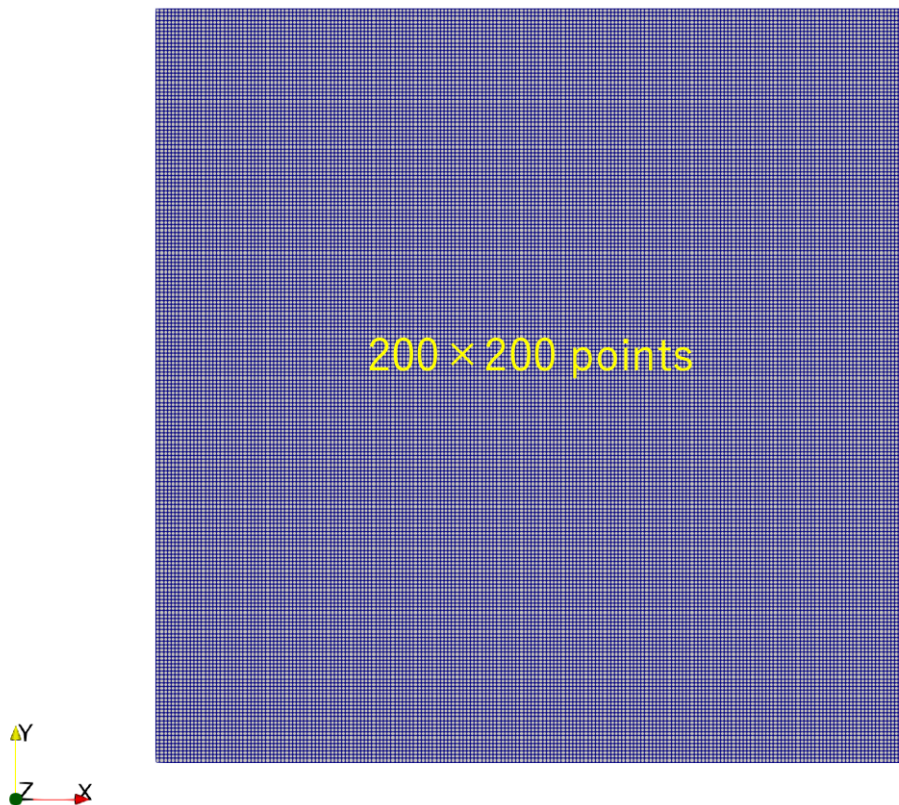


図 2 音響計算に用いる計算格子

3.1.2 計算条件

音響計算では，数値誤差による波の分散や散逸を最小限に抑える必要があり，DRP(Dispersion-Relation-Preserving)スキーム⁽⁷⁾のような計算手法が広く用いられている．本研究では，航空機まわりの流体計算に従来用いてきた研究実績のある計算コードを用いる．詳細は 2.7 節に記載した通りである．主流は一様な平均流れでマッハ数を 0.5 とした．また，初期条件として式(2.6.7)を， $A=0.03$ ， $b=0.05$ ， $(x_s, y_s) = (100, 100)$ とし，以下のように設定した．初期条件を設定した様子を図 3 に示す．

$$\begin{bmatrix} \rho' \\ u' \\ v' \\ p' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \exp[-\ln 2(x^2 + y^2)/b^2] \\ 0 \\ 0 \\ \rho' c^2 \end{bmatrix}. \quad (3.1.1)$$

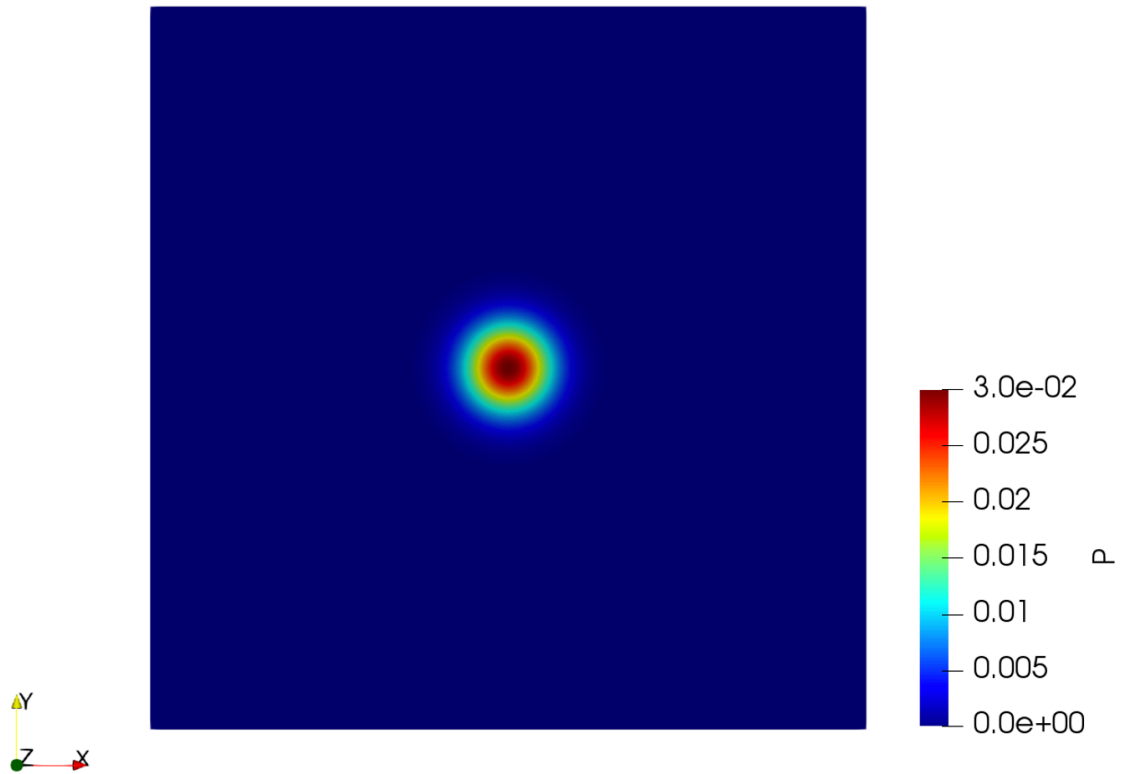


図 3 初期条件を与えた圧力分布

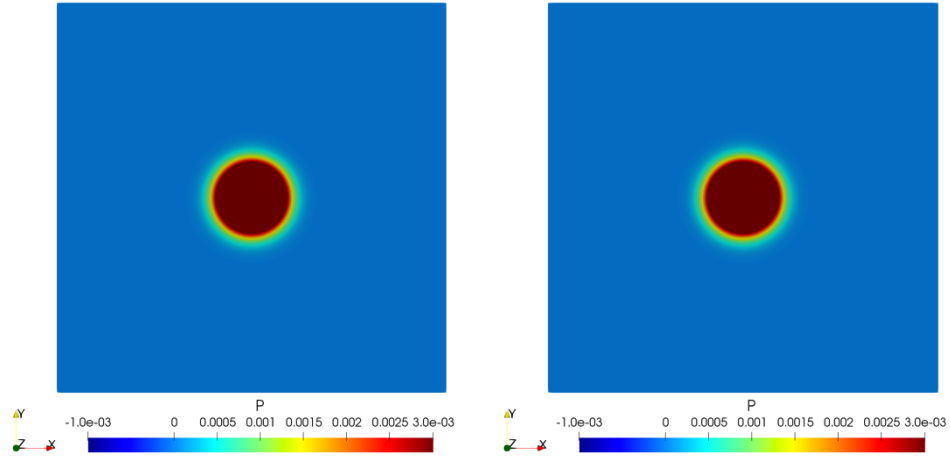
境界上条件は X 軸方向に風上側を流入境界条件とし，その他の境界面は流出境界条件とした．式(3.1.1)で与えたものが主流によって移流されながら領域内を伝搬していく様子を観察した．

3.1.3 計算結果・考察

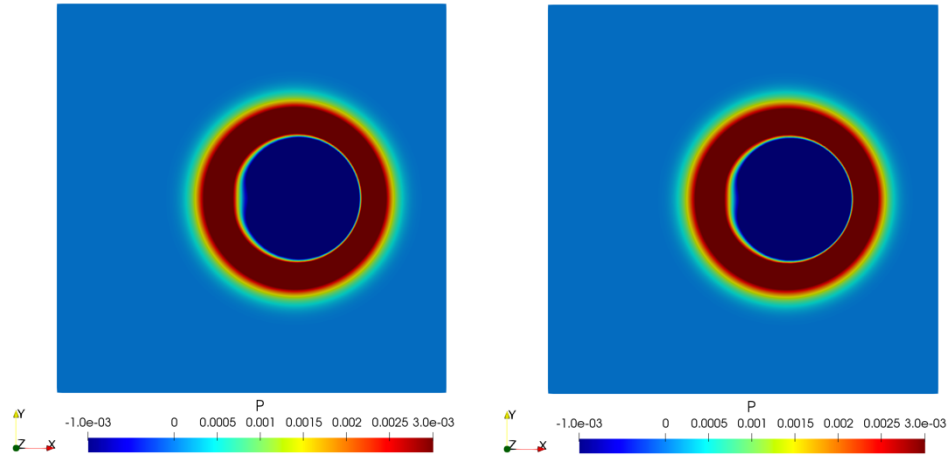
はじめに空間離散化手法の違いによる計算結果を比較する．手法は MUSCL 法での 2 次精度と WENO 法での 5 次精度の計算結果を無次元時間で 20 ごとに示す．

MUSCL 法 2 次精度

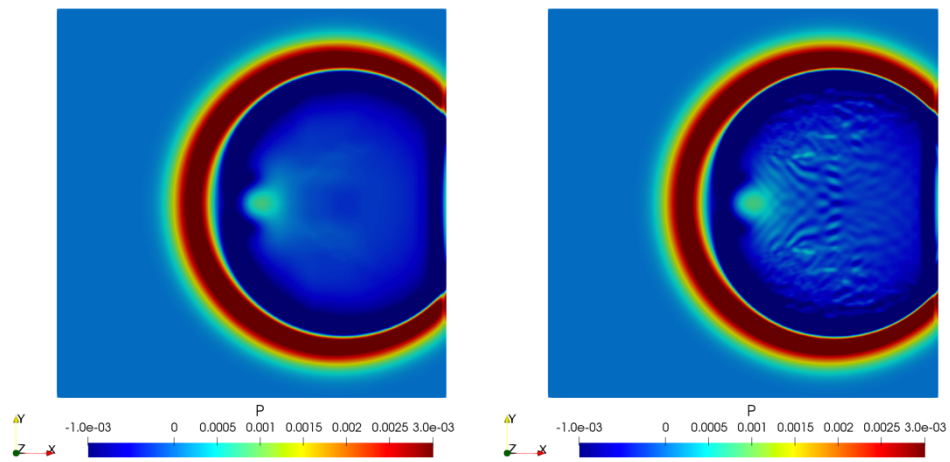
WENO 法 5 次精度



(a)time=1



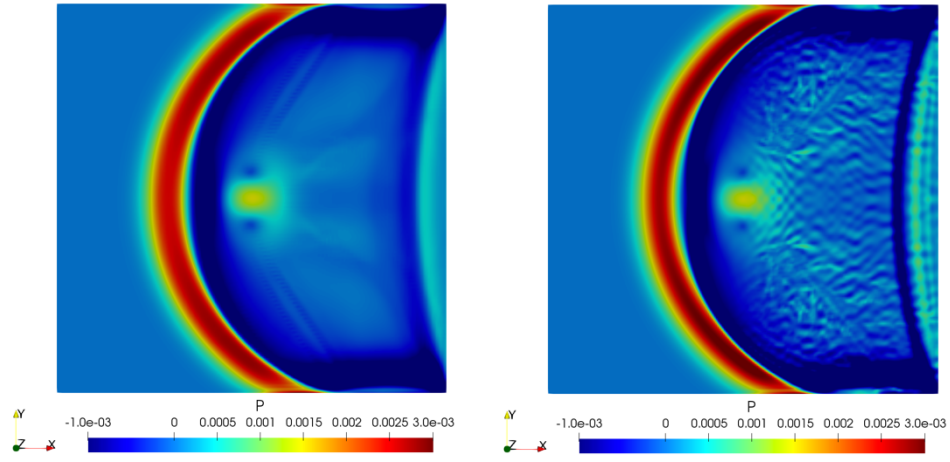
(b)time=20



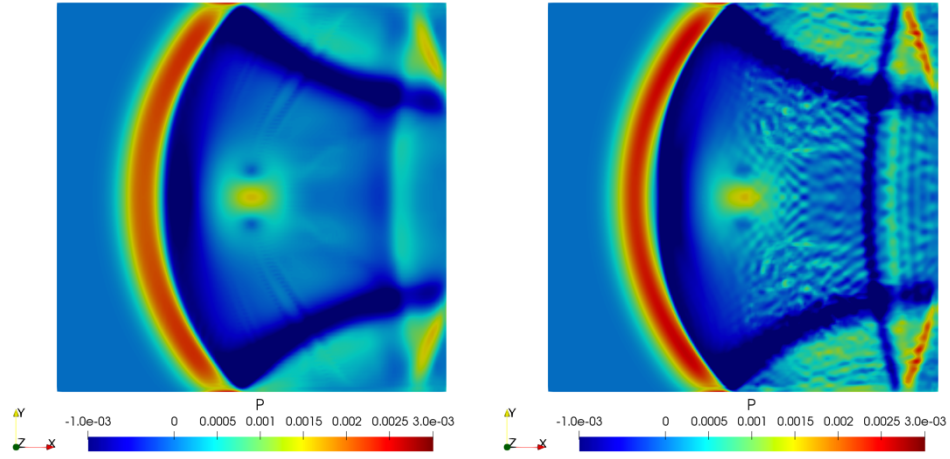
(c)time=40

MUSCL 法 2 次精度

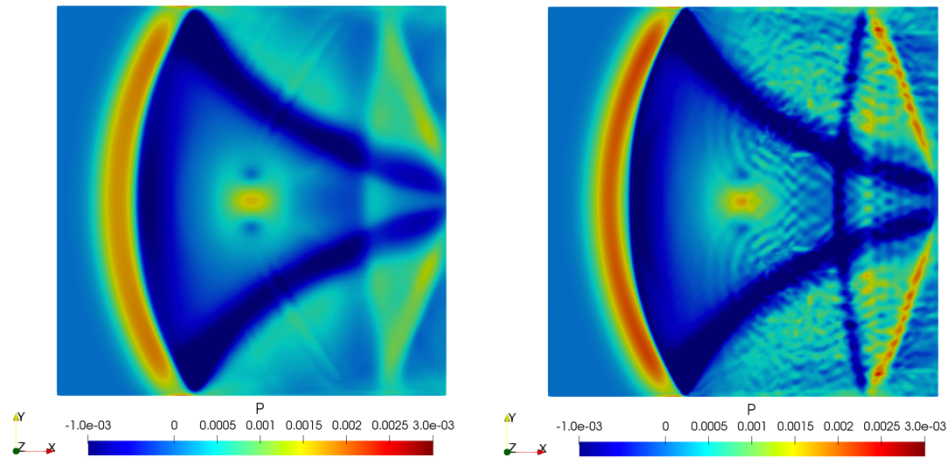
WENO 法 5 次精度



(d)time=60



(e)time=80



(f)time=100

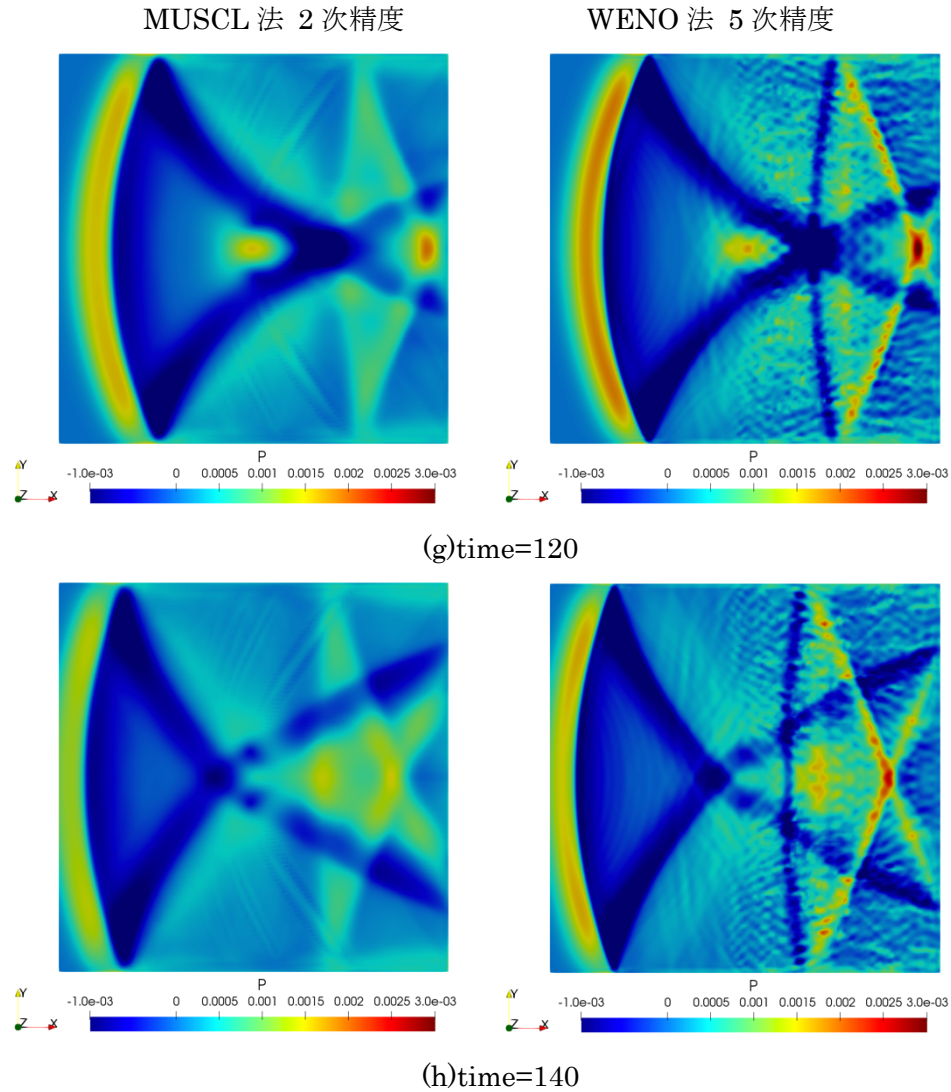


図 4 MUSCL 法(左)と WENO 法(右)の計算結果を比較

時間経過とともに、同心円状の圧力波が風下の方へ移流しているのが分かる。音源である領域中心から圧力変化をもたらす擾乱を付加することで波の伝播の様子を可視化した。time=40 までは同心円状の圧力波が風下側に移流していることから、波の伝播がしっかり行われていることが確認できる。また、time=80 以降では、計算領域の上下、また風下側の境界面から圧力波が流出しきらずに反射している様が見て取れる。本研究では圧縮波の伝播に焦点を当てていたために境界面でこのようなエラーが生じたと考えられる。このような流出境界面で反射する現象を抑制するために、音波を吸収する吸収領域(Sponge-region)が広く用いられている[18]。よって、本研究においても同様な処理を行う必要がある。

3.2 吸収領域を設けた音響計算

3.2.1 計算対象

渦音は非常に微小な圧力擾乱によって形成される．そのことから，本研究においても同様に仮想音源の振幅は非常に微小なものを与えた．空力を計算する CFD においては打ち切り誤差による計算結果への影響は，流れの勾配を散逸させ平坦化させるのに対し，音響計算では境界面から計算上発生してしまう反射波などの，数値振動を除外または散逸させる工夫が必要になる．そこで計算領域内に吸収領域を設けた．吸収領域では計算格子を徐々に荒くなるように成長させ，セル境界面などから反射波を発生させずに解を鈍らせることが可能になる．

吸収領域の設定方法は今村ら^[10]が行った検証結果を参考に，計算領域の最も外側のセルを基準に格子を 1.18 倍にストレッチさせ，計算領域の外側に 40 層設けた．計算格子の全体像を図 5 に示し，図 6 には吸収領域の設定を行った詳細を示す．

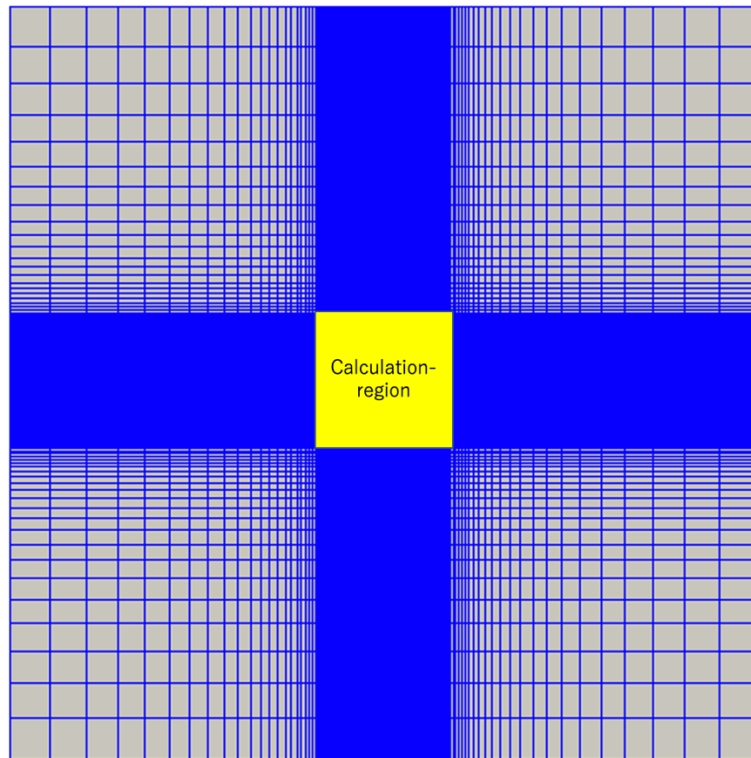


図 5 計算領域と吸収領域

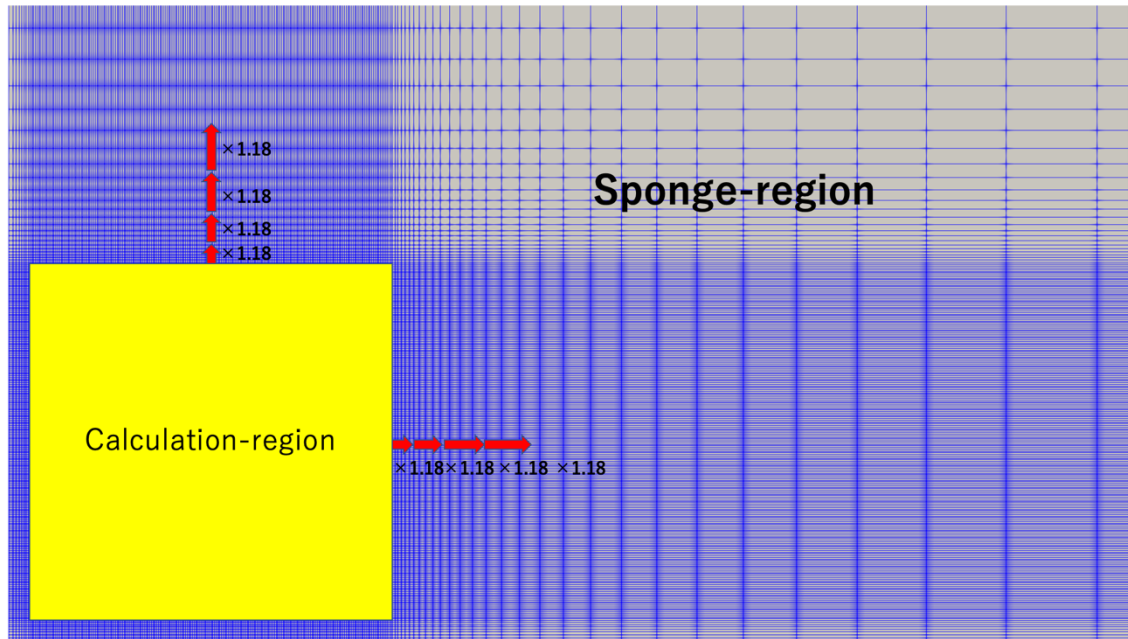


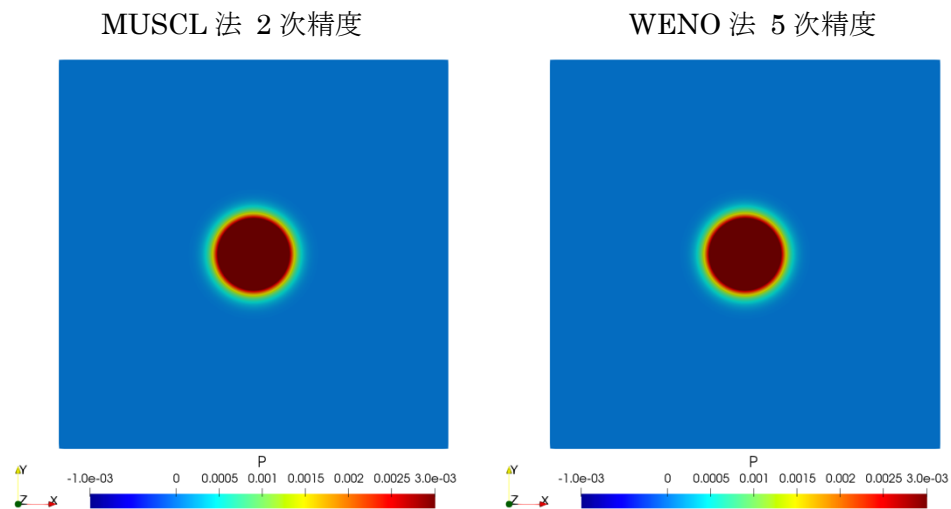
図 6 吸収領域の詳細設定

3.2.2 計算条件

計算条件は 3.1.2 節と同様に設定し、式(2.6.7)の音源セル設定を、 $(x_s, y_s) = (140, 140)$ として式(3.1.2.1)式を初期条件として与えた。吸収領域の外側の境界条件は、3.1.2 節と同様に X 軸方向に風上側を流入境界条件とし、その他の境界面は流出境界条件とした。

3.2.3 計算結果・考察

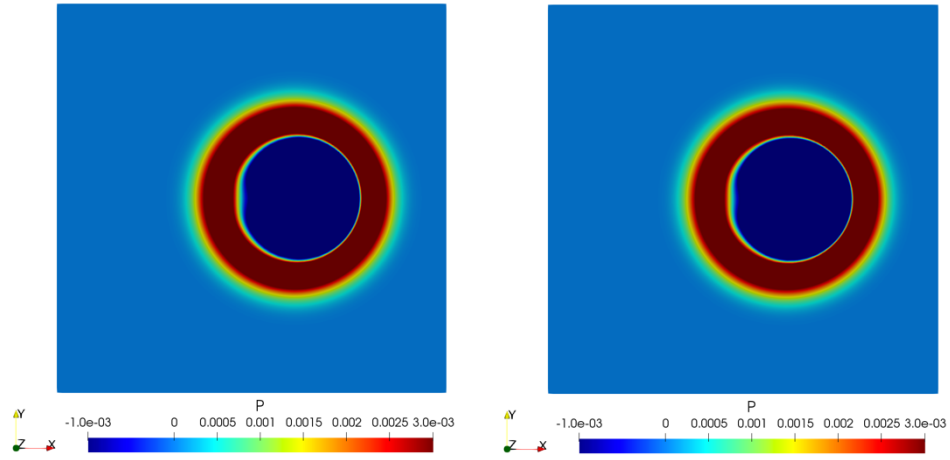
吸収領域の設定した格子での計算結果を図 7 に示す。



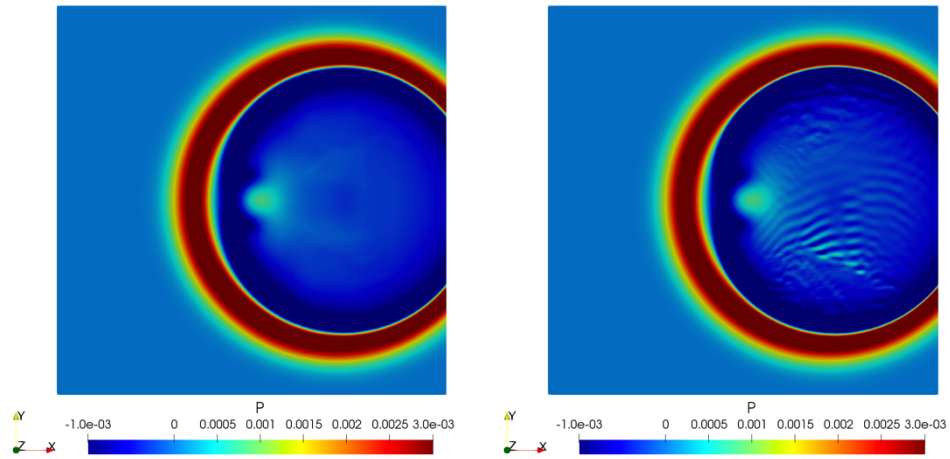
(a)time=1

MUSCL 法 2 次精度

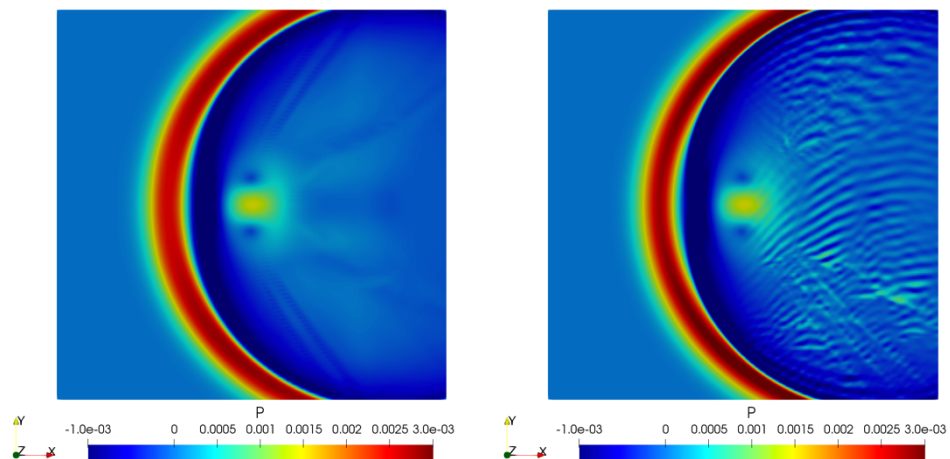
WENO 法 5 次精度



(b)time=20



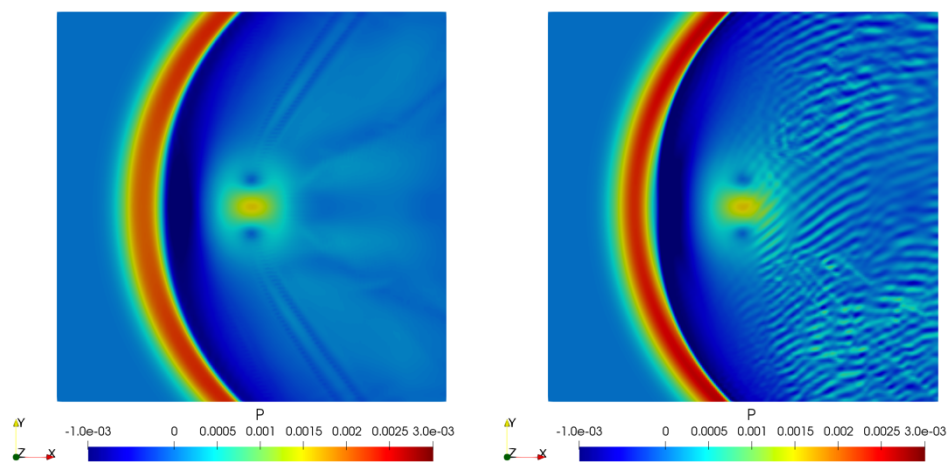
(c)time=40



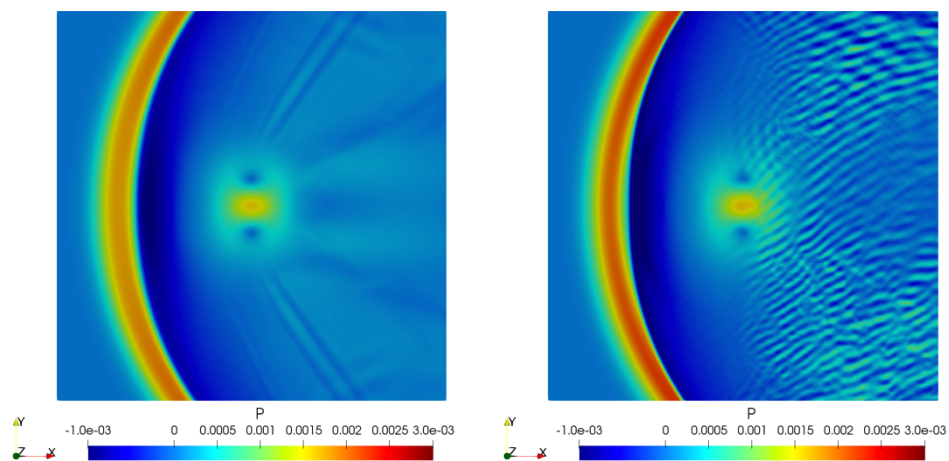
(d)time=60

MUSCL 法 2 次精度

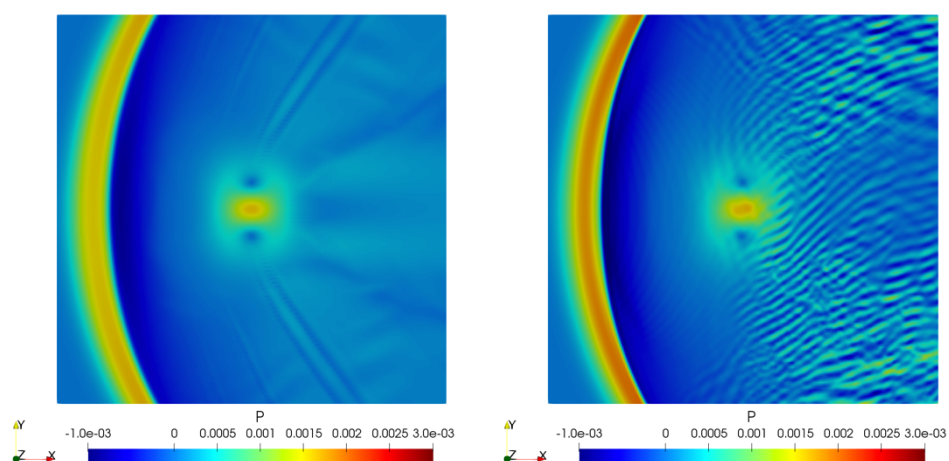
WENO 法 5 次精度



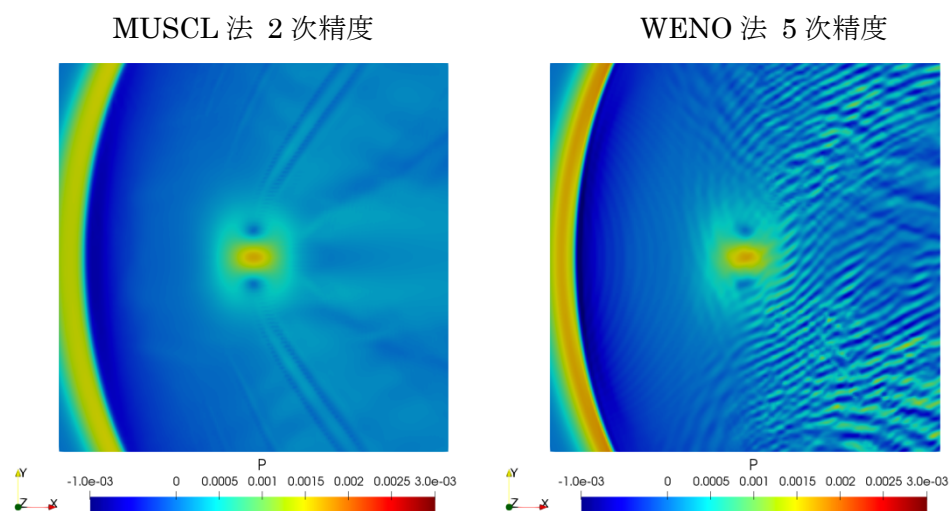
(e)time=80



(f)time=100



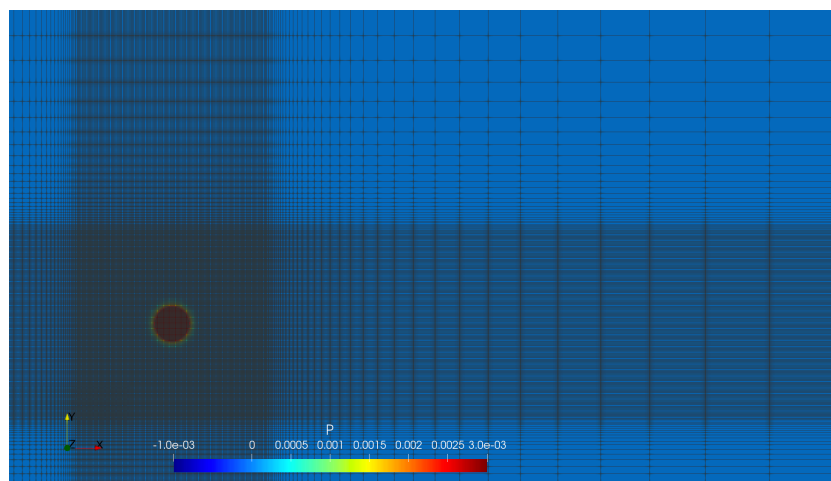
(g)time=120



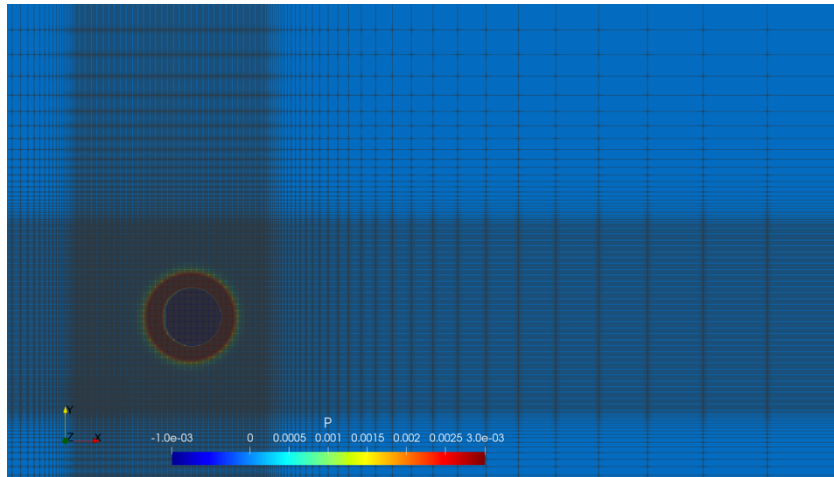
(h)time=140

図 7 吸収領域のある場合の圧力分布

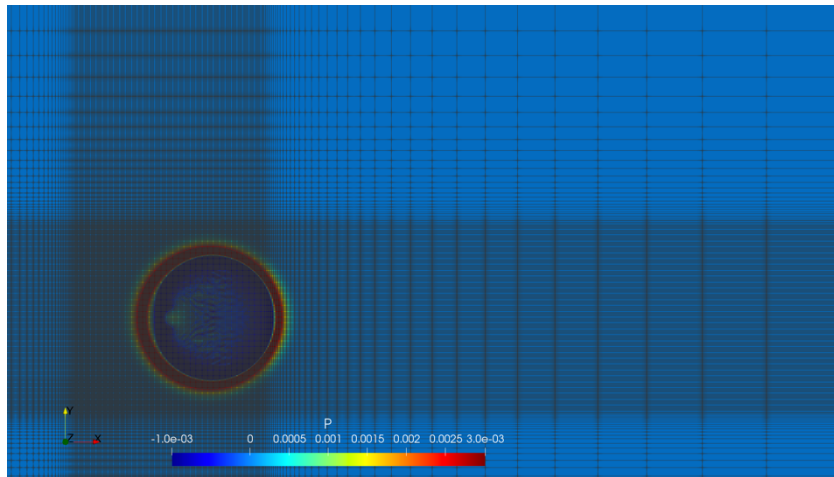
計算領域内では初期条件で設定したパルス波が伝搬して行っている様子が確認できるが、前節で問題とされた、境界面による数値的な反射波は確認できない。また、伝搬していくパルス波によって揺らされた圧力擾乱がパルス波の内側で干渉しあって微小な波が発生している様子が確認できる。次に、吸収領域において解が散逸していく様子を図 8 に示す。



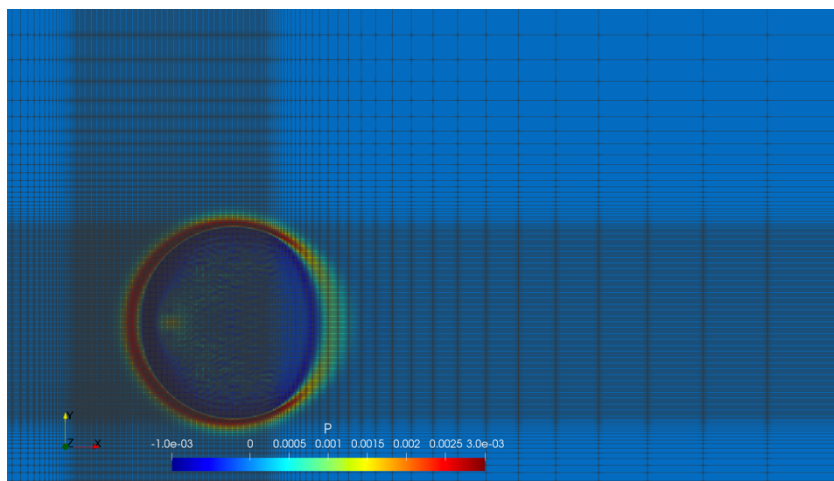
(a)time=1



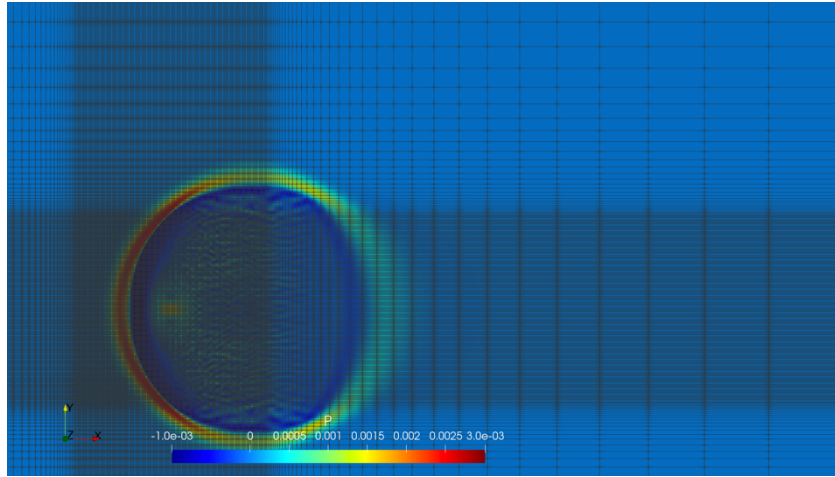
(b)time=20



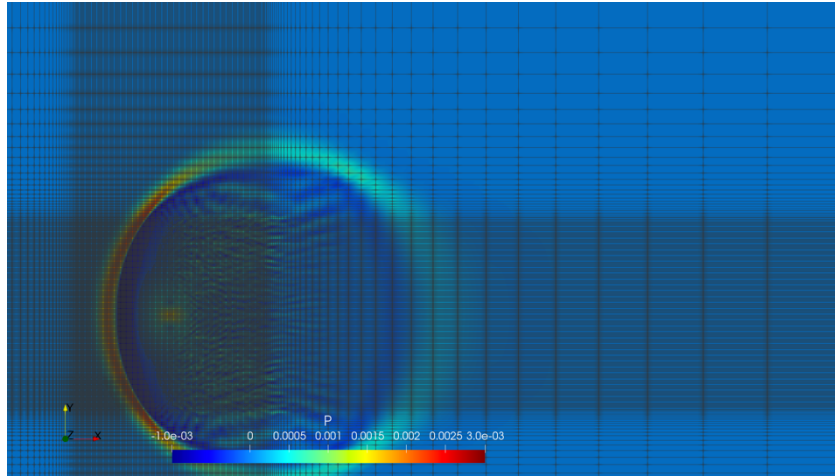
(c)time=40



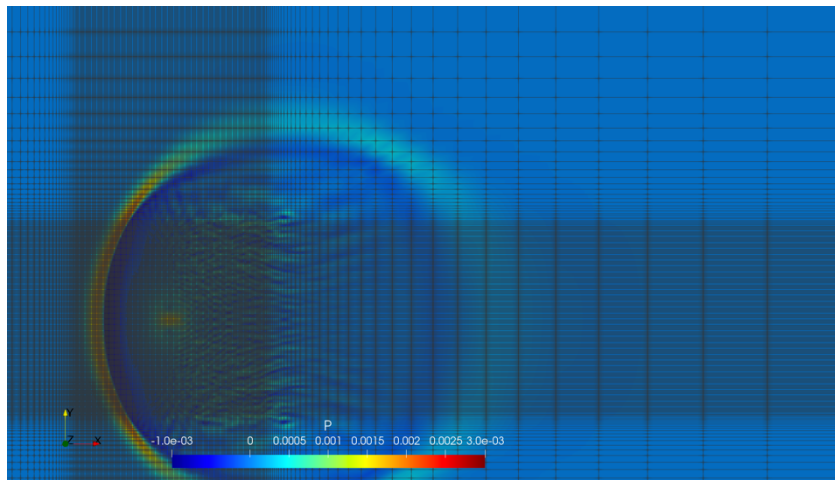
(d)time=60



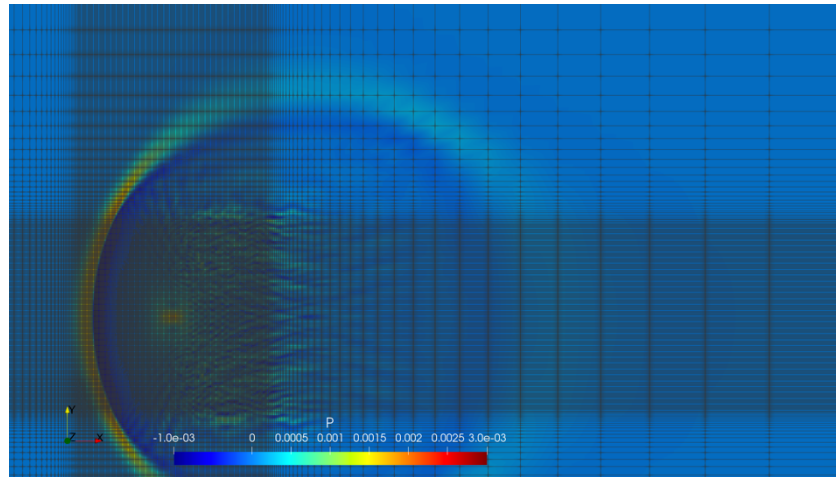
(e)time=80



(f)time=100



(g)time=120



(h)time=140

図 8 吸収領域による圧力散逸の様子

図 8 より，風下方向に移流していくにつれて吸収領域で解が散逸していく様子が見て取れる．また，計算領域から吸収領域へと格子のサイズが切り替わる箇所でも反射波は発生せずに伝播していく様子が確認できる．吸収領域で解を十分に散逸させることが出来ているので，計算領域内に影響を与えていないと言える．パルス波での計算課題において，今村ら^[10]の行った計算結果では確認できないパルス波内に生じる波の強め合いが，本計算コードでは確認できている．これには格子点数を文献の 2 倍設けていることから，領域内の解像度が向上した結果であると考えられる．この計算にかかった計算実時間は 4 コア 4 並列で OpenMP を用いて約 30 分ほどである．

第4章 cylinder まわりの音響計算

4.1 計算対象

次に航空機の胴体を半径 $r = 0.5$ の円柱と模擬し, 翼の先端から発生する翼端渦を模擬した計算を行った. 計算の概略図を図 9 に示す.

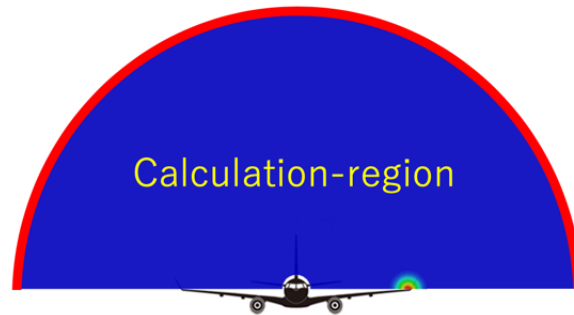


図 9 翼端渦を模擬した計算の概略図

4.2 計算条件

$(X,Y) = (4,0)$ の位置に音源の式(2.6.7)を $A=1.0$, $b=0.2$, $\omega=8\pi$ として作用させた. 計算格子は図 10 に示すように円柱左側を原点とし, 円周方向に i 軸を設け, 半径方向に j 軸を設けた. 格子点数は $(imax,jmax)=(360,380)$ として構造格子で計算格子を作成し, 計算を行った. また, 同様の計算条件で $(imax,jmax)=(540,540)$, $(imax,jmax)=(720,720)$ の 2 種類の計算も行った. どの計算格子も j 方向に 40 層の吸収領域を設けた. 計算格子全体を図 11 に示す.

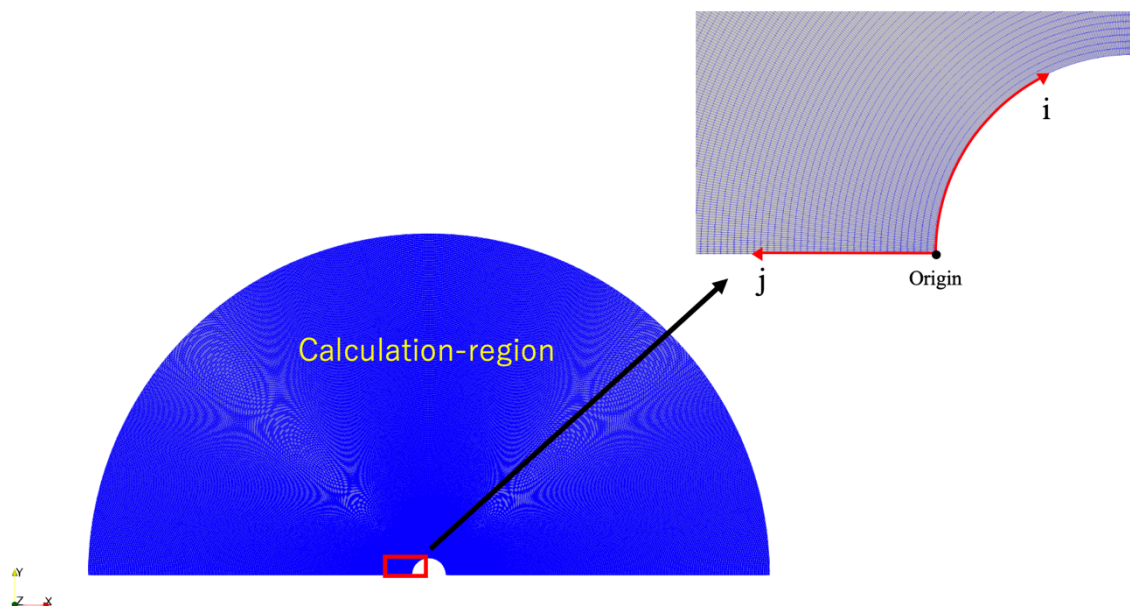


図 10 計算格子の i, j 軸の取り方

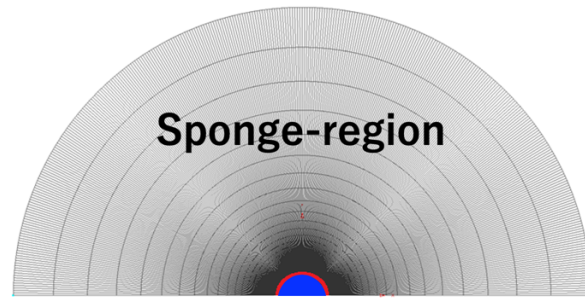
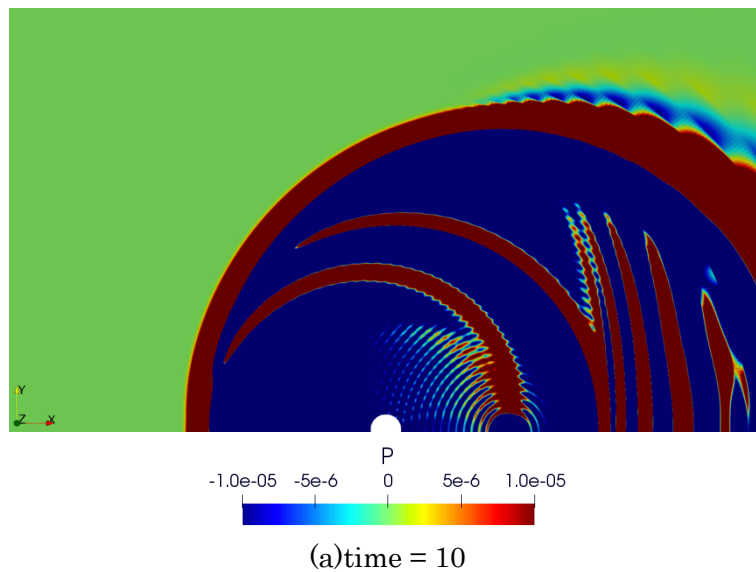


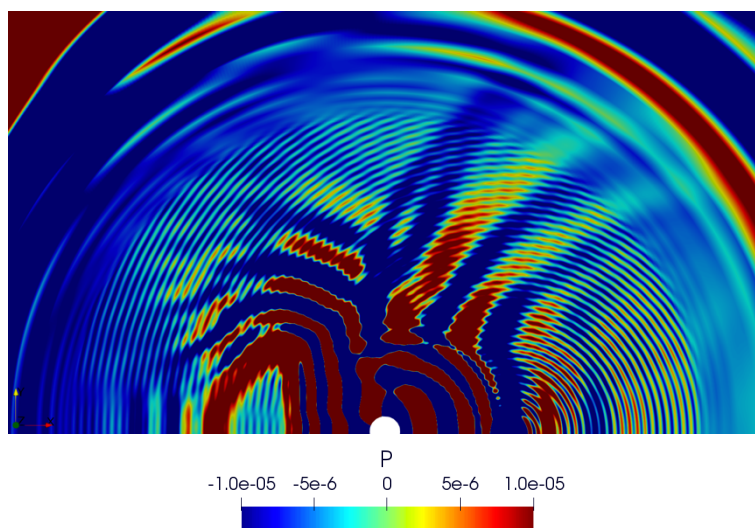
図 11 計算格子の全体像

本計算においては主流速度ゼロとして，壁面境界である円柱に当たって反射した圧力波と音源によって与えられた圧力波とが干渉し合う様を計算する．また，空間離散化に 5 次精度 WENO 法を，時間積分は 3 次精度 TVD Runge-Kutta 法を用いた．

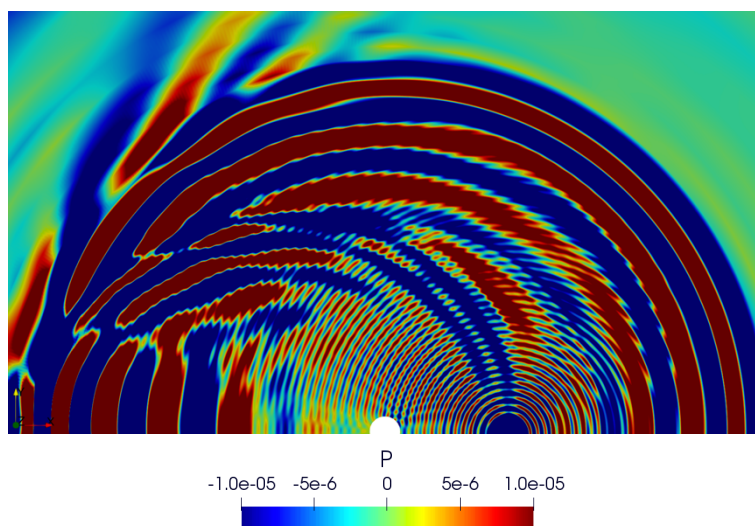
4.3 計算結果・考察

まず，格子点数が $(imax, jmax) = (360, 380)$ の計算結果を図 12 に示す．計算自体は無次元時間で $time = 60$ まで行った．結果は $time = 10$ 刻みで示す．

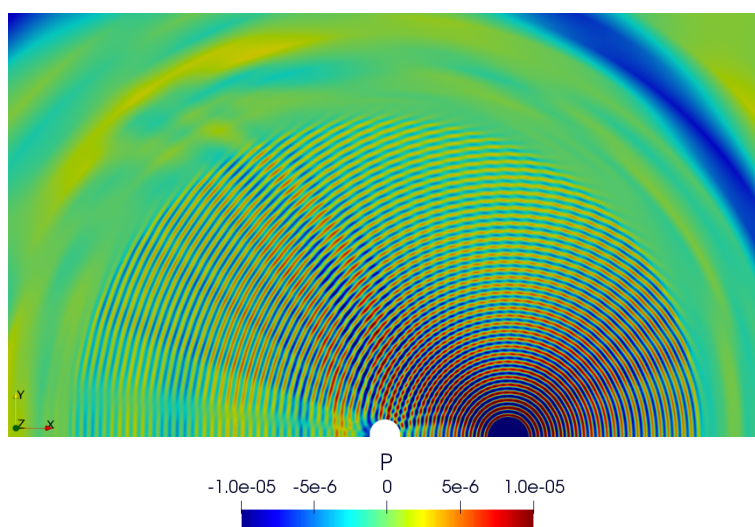




(b)time = 20



(c)time = 30



(d)time = 40

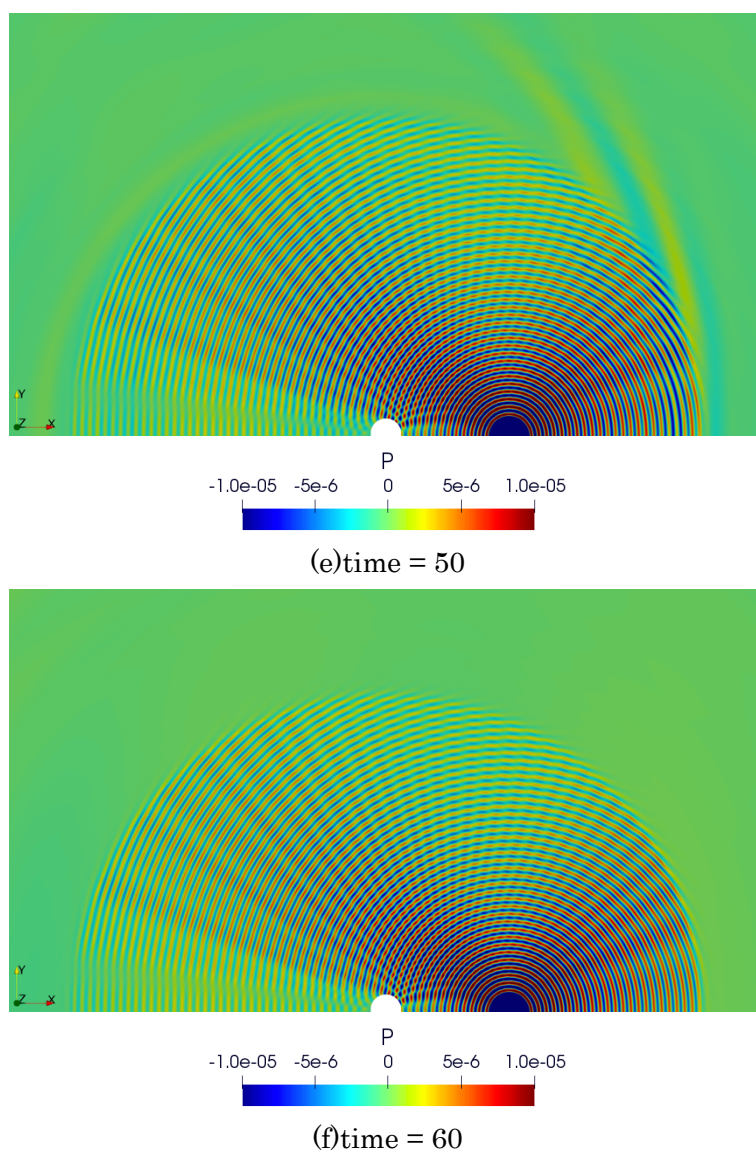


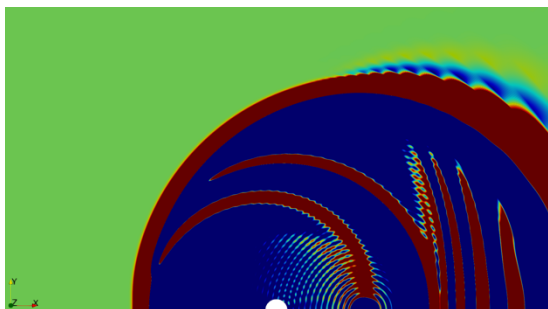
図 12 格子点数(imax,jmax)=(360,380)の圧力分布

図 12 の $\text{time} = 10$ では音源から発生した音波と円柱の壁面で反射した音波が干渉し始めた。これは、初期条件で与えた Q' が音源の振幅 A に比べて非常に小さい値であることから音源から与えられた最初の数波は領域に非常に大きな影響を与える。 $\text{time} = 20$ あたりで円柱周りに発生している分布が干渉によって発生したものである。その干渉によって発生した圧力波は $\text{time} = 30, 40$ では吸収領域によって吸収されていく様子が見て取れる。 $\text{time} = 50$ 以降はほぼ定在波となり、 $\text{time} = 60$ ほどまで計算すると領域内が完全に定在波になった。

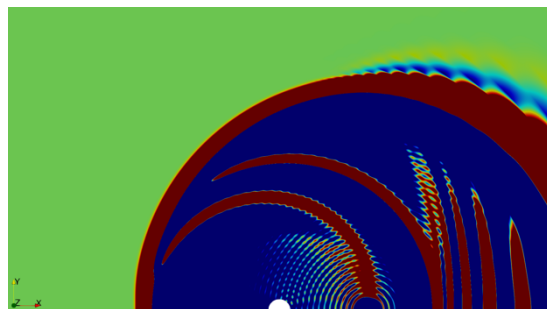
円柱によって反射した波との干渉の結果生じた放射状の縞模様が見て取れる。しかし、音源の上側の分布を詳細に捕らえられていないので、格子をさらに増やして計算を行った。

図 13 に格子点数(imax,jmax)=(540,540)と(720,720)の計算結果を示す。

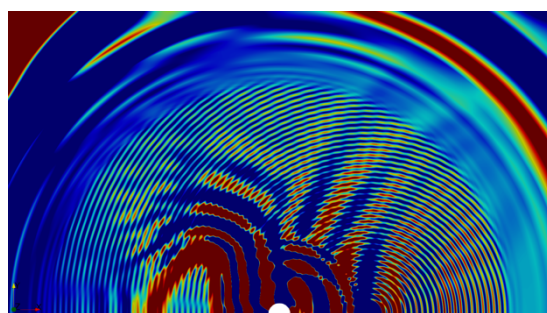
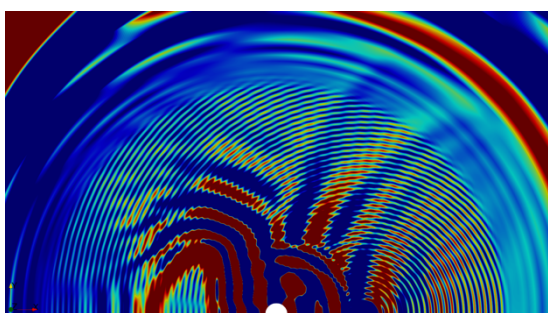
(imax,jmax)=(540,540)



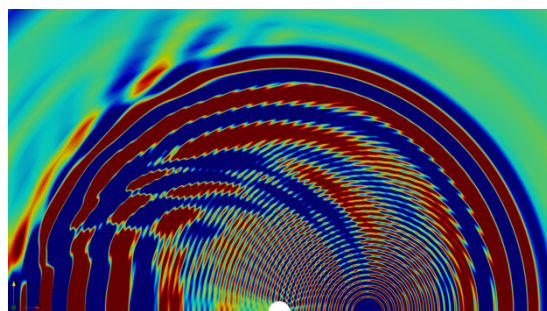
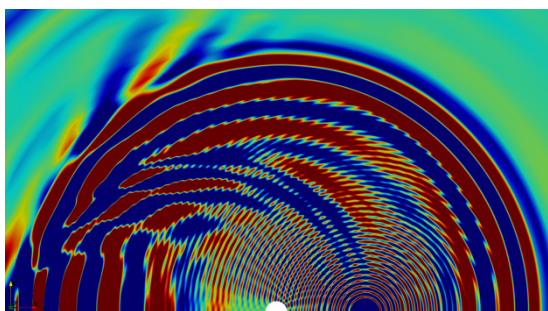
(imax,jmax)=(720,720)



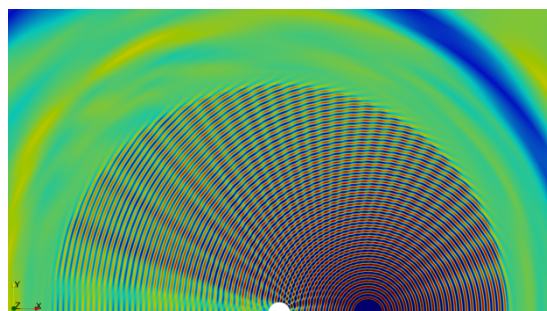
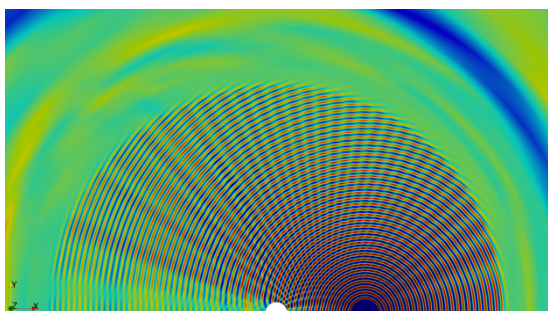
(a)time = 10



(b)time = 20



(c)time = 30

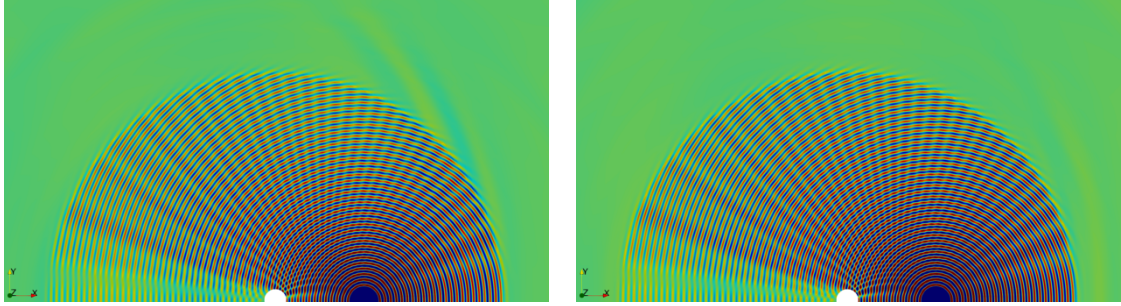


(d)time = 40

(imax,jmax)=(540,540)

(imax,jmax)=(720,720)

(e)time = 50



(f)time= 60

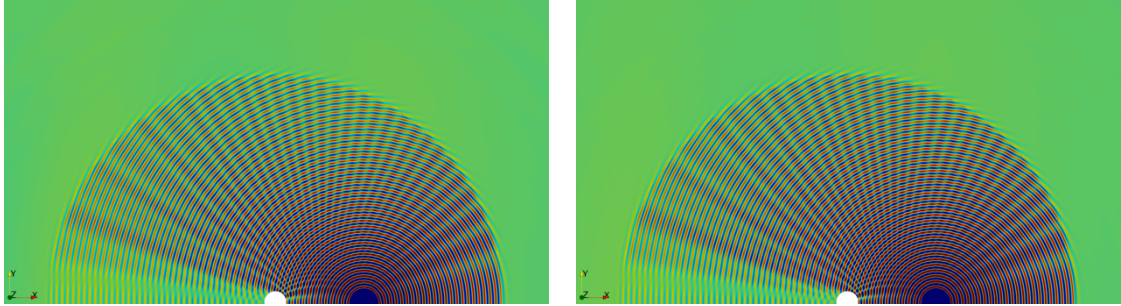


図 13 格子点数(imax,jmax)=(540,540), (720,720)の圧力分布

図 13 より, 格子点数(imax,jmax)=(540,540)と(720,720)を比較してみると, 圧力分布での大きな違いは見取れないが, 定在波になった time = 60 では, (imax,jmax)=(720,720)の方が全体的に分布がシャープになっている. また, どちらも(imax,jmax)=(360,380)と比較すると円柱上側の分布が鮮明に捕らえられている.

本計算課題は遠方場において厳密解が存在する.

$$D(\theta) = \lim_{r \rightarrow \infty} r \tilde{p}^2. \quad (4.3.1)$$

式(4.3.1)における r は円柱中心からの距離で, \tilde{p} は圧力変動の値を指す. 本研究では $r = 5$ で取得を行った.

本来なら, $r = 150$ で厳密解と式(4.3.1)で表される放射音強度を比較するのだが, 本研究に関しては物体形状近傍で音波成分の伝播を計算することを目的としていることから, 円柱近くで取得する. 放射音強度を取得する位置はを図 14 に示す. また, 厳密解と(imax,jmax)=(360,380), (540,540), (720,720) を比較した結果を図 15 に示す. また, \tilde{p} は time = 60 から 4 周期分を取得し, 積分した値を用いた.

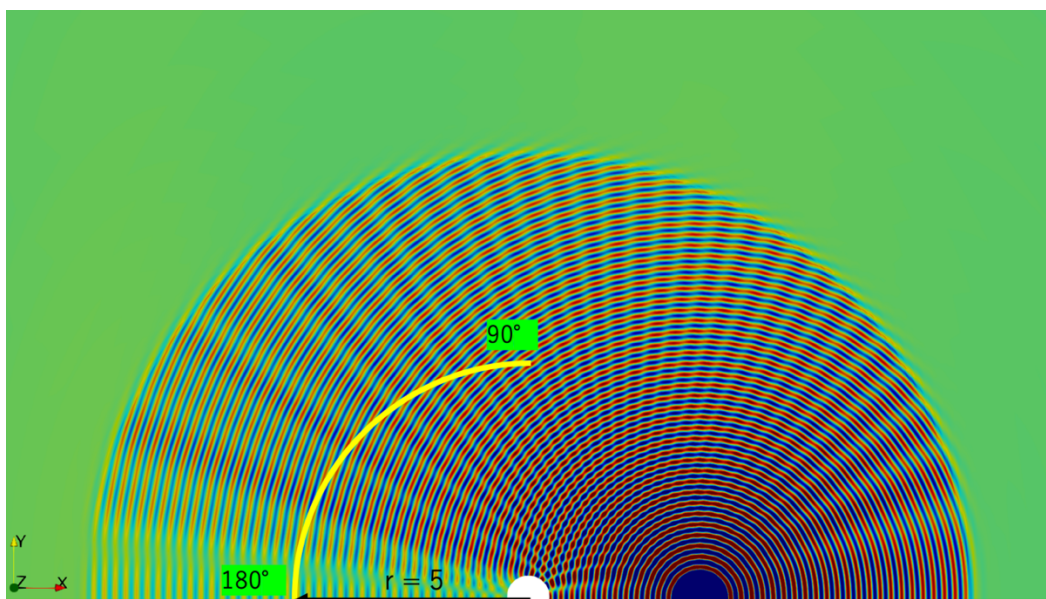


図 14 放射音強度の取得位置(黄色部分)

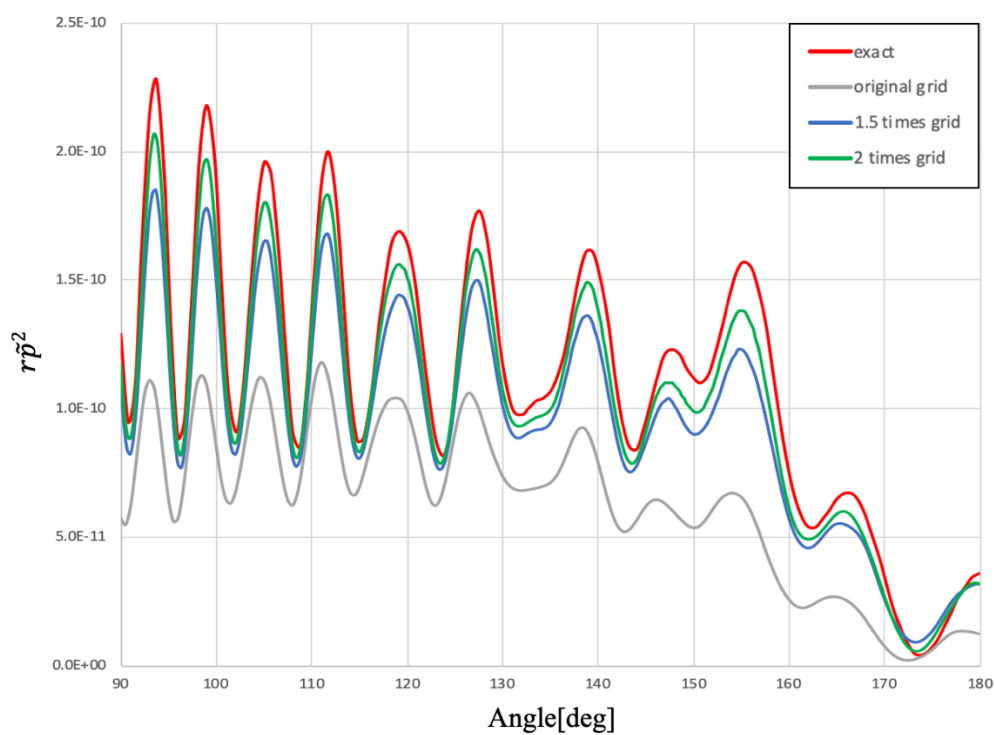


図 15 放射音強度で厳密解との比較

図 15 より， 格子点数を増加させるほど厳密解に近づいた．厳密解と比較して波形が一致していることから，音波の反射による干渉をしっかり捉えられている．また，解の鈍りはあるものの，位相誤差はないこともわかる．また，表 1 に厳密解との圧力変動値の比率を示す．比較を行った位置は，最も大きな値を計測した 93.5° で行った．

表 1 厳密解を基準にした圧力変動値の比率

| Grid points | Pressure fluctuation \tilde{p} [-] | Error rate with exact [%] |
|-----------------------|---|------------------------------|
| exact | 0. 6753E-5 | 31. 2 9. 9 5. 2 |
| (imax,jmax)=(360,380) | 0. 4647E-5 | |
| (imax,jmax)=(540,540) | 0. 6082E-5 | |
| (imax,jmax)=(720,720) | 0. 6403E-5 | |

表 1 より、格子が(imax,jmax)=(360,380)の場合では厳密解と比べて約 70%ほどの値にとどまっている。しかし、(imax,jmax)=(720,720)まで格子を細かくした場合には、厳密解と比較してわずか 5.2%の数値誤差で計測できている。このことから、任意形状まわりにおいて音波の伝播を見積もることができる計算コードであると検証できた。この計算にかかった計算実時間は 4 コア 4 並列で OpenMP を用いて(imax,jmax)=(360,380)の格子では約 1 日で、(540,540)では 2.5 日、(720,720)では約 4 日ほどであった。

第5章 NACA0012 まわりの音響計算

5.1 計算対象

一様ではない流れ場の流速や圧力勾配による影響を考慮しつつ擾乱が成長していく様子を示す。計算に使用した計算格子を図 16 に示す。翼弦長 $L = 1$ として、計算格子全体が直径約 $25L$ になるように作成した。十分に計算領域を設けたことから、本計算には吸収領域を別途設けてはいない。また、格子点数は $(imax,jmax)=(200,200)$ として、翼前縁と後縁部分に格子を寄せた。

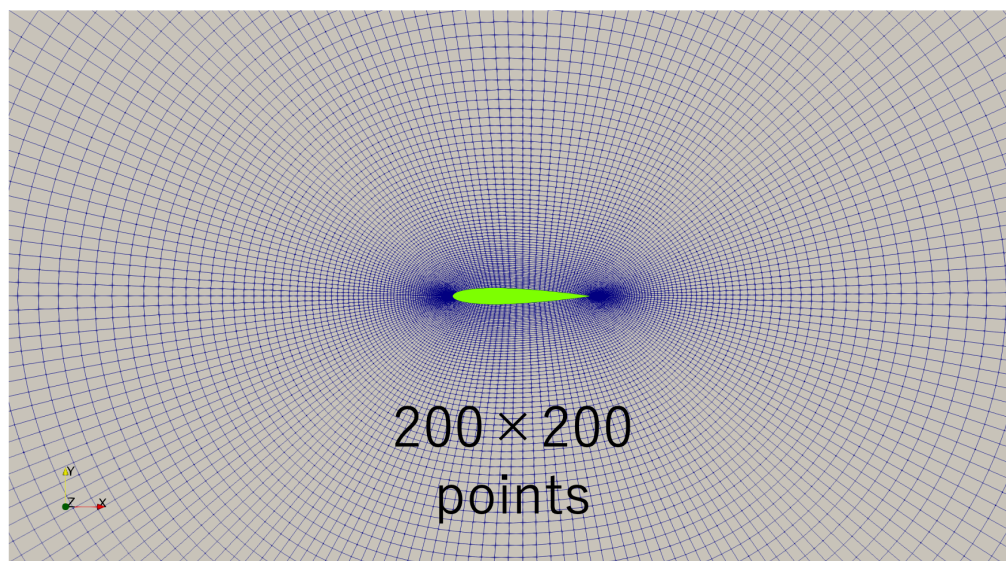


図 16 NACA0012 まわりの計算格子

5.2 計算条件

翼まわりはすべり壁とする。まず、平均流の計算においては $M = 0.2$ として迎角 5° の主流条件で非粘性計算を行った。平均流の流れ場の圧力分布を図 17 に示す。分布の取得時間は、無次元時間で 50 後の定常になった流れ場を平均流れ場として採用した。平均流の流れ場は翼前縁の淀み点で高圧となっており、そこから翼上面に行くに従って圧力の低下が確認できる。後縁部分でも高圧な部分がある。そのため、特に翼上面側の圧力勾配が大きく加速されている。また後縁付近では上下面の流れが合流し淀んでいる。

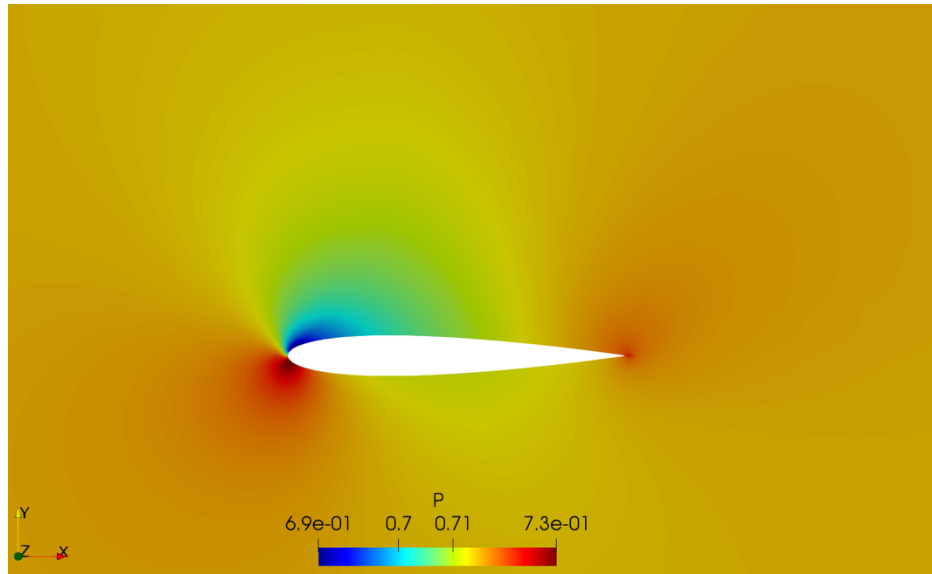
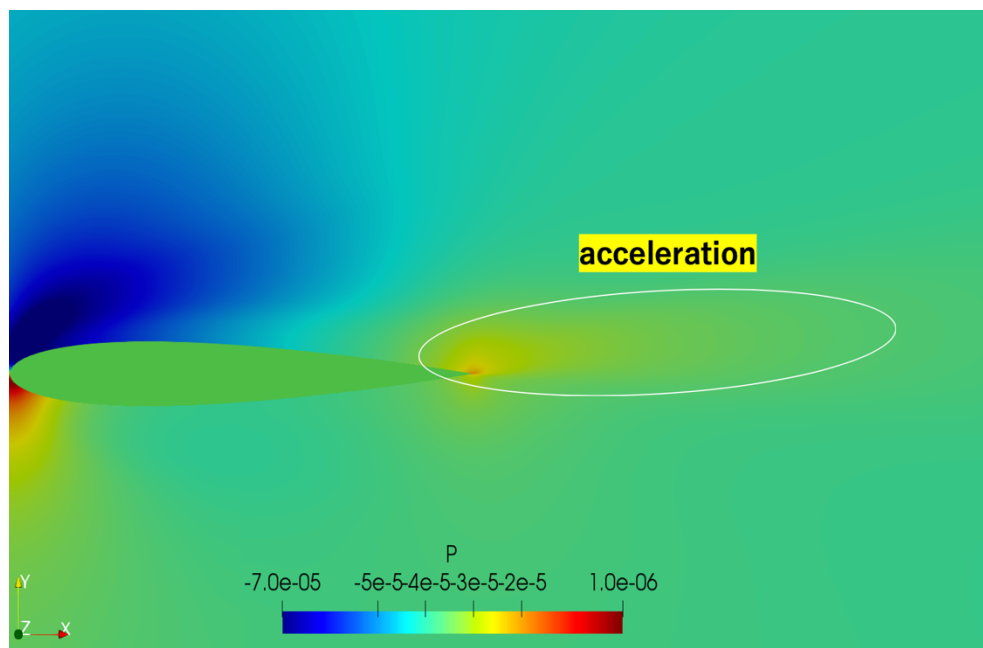


図 17 平均流れ場に用いた圧力分布

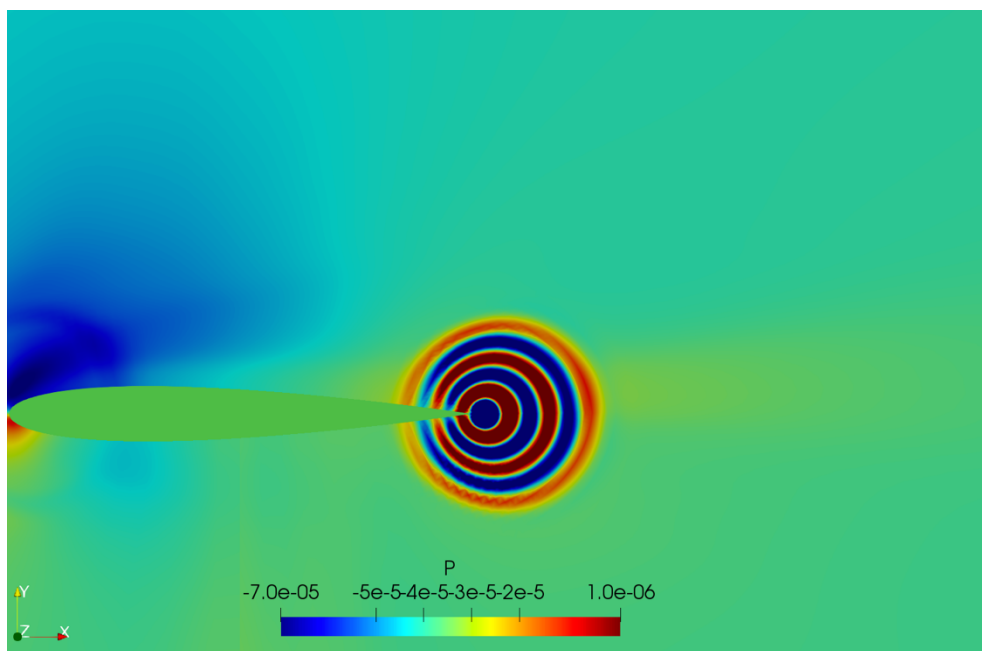
次に、音響計算には翼後縁の位置に、音源の式(2.6.7)を $A = 0.03$, $b = 0.01$, $\omega = 28.6\pi$, として作用させた。音響計算では、平均流れ場を全場に置き時間更新せず、音源を作用させて変動成分 Q' のみ時間更新を行う。計算法は円柱周りの計算と同様に、空間離散化に 5 次精度 WENO 法を、時間積分には 3 次精度 TVD Runge-Kutta 法を用いた。

5.3 計算結果・考察

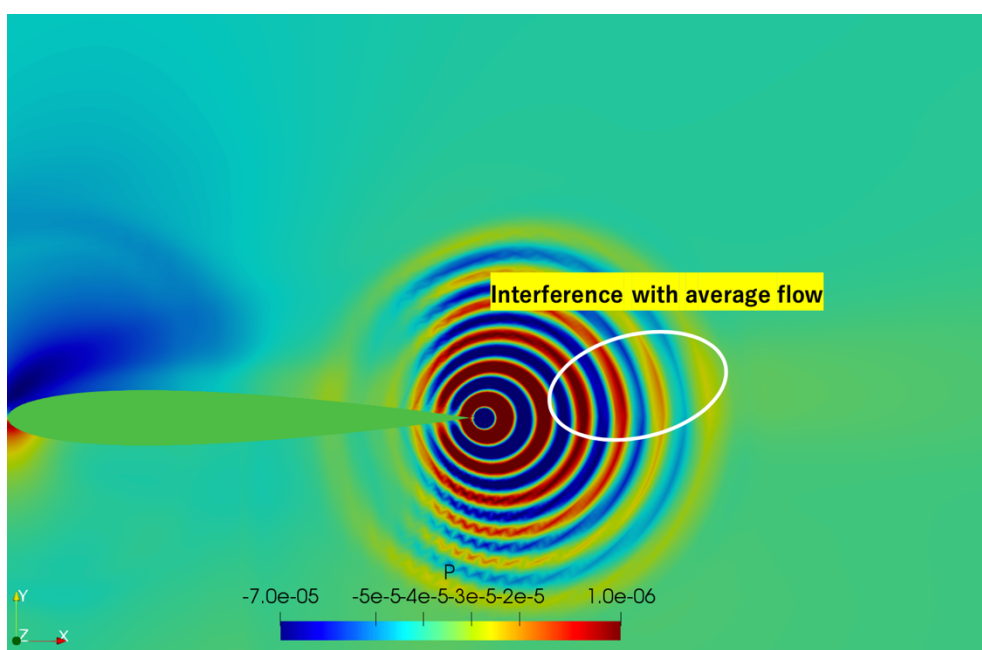
時間刻み幅 $dt = 0.2$ で $time = 1$ までを(a)～(f)に示し、(g)に $time = 3$ での計算結果を示す。図 19 平均流の流線と圧力擾乱を重ねた様子を示す。図 20 には X 方向の u' の分布を示す。



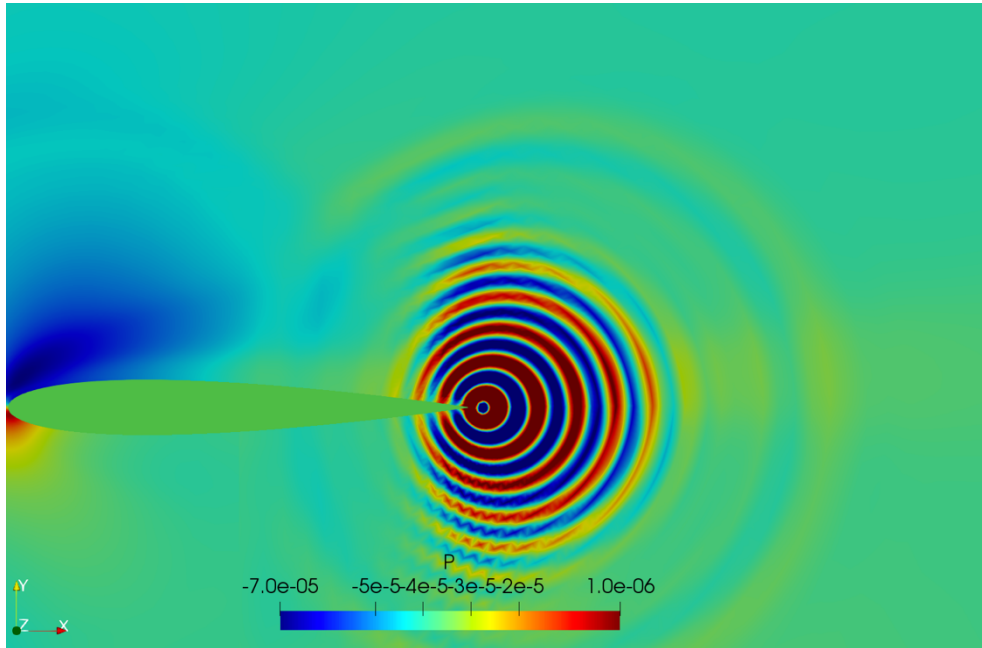
(a)time = 0



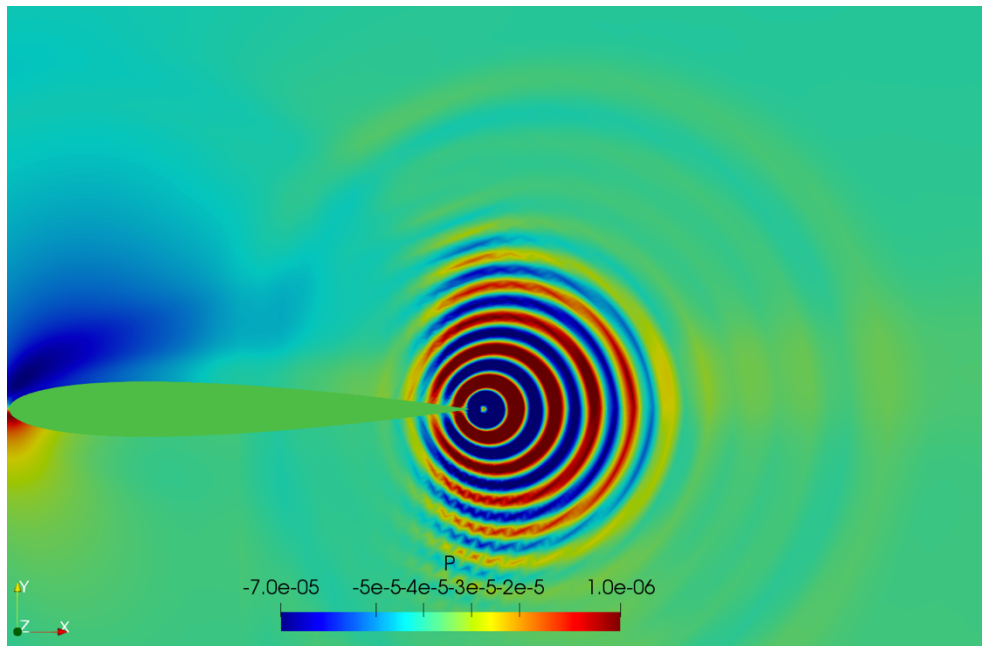
(b)time = 0.2



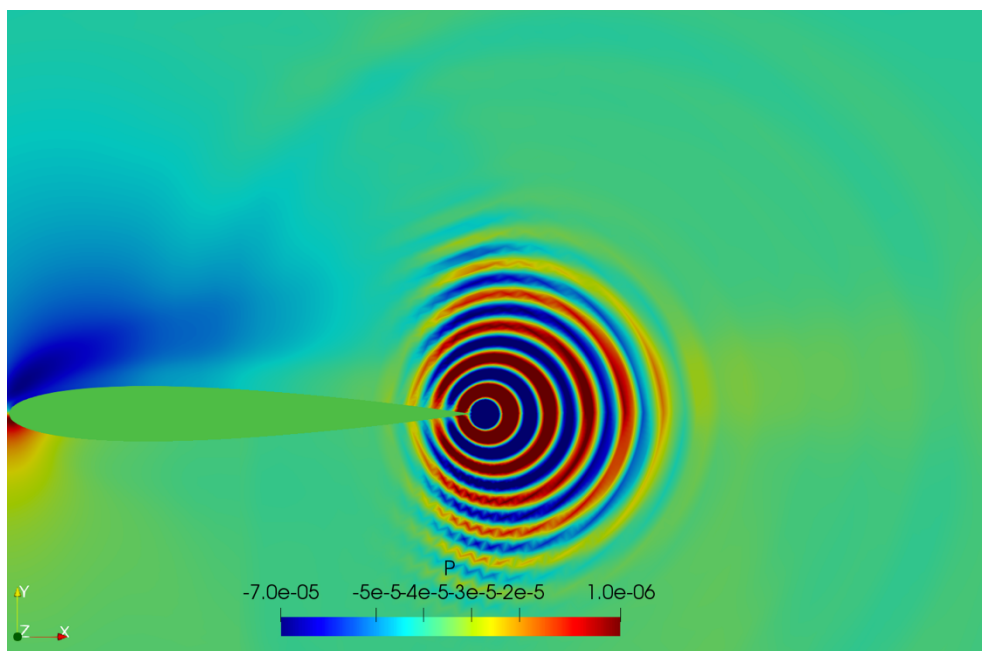
(c)time = 0.4



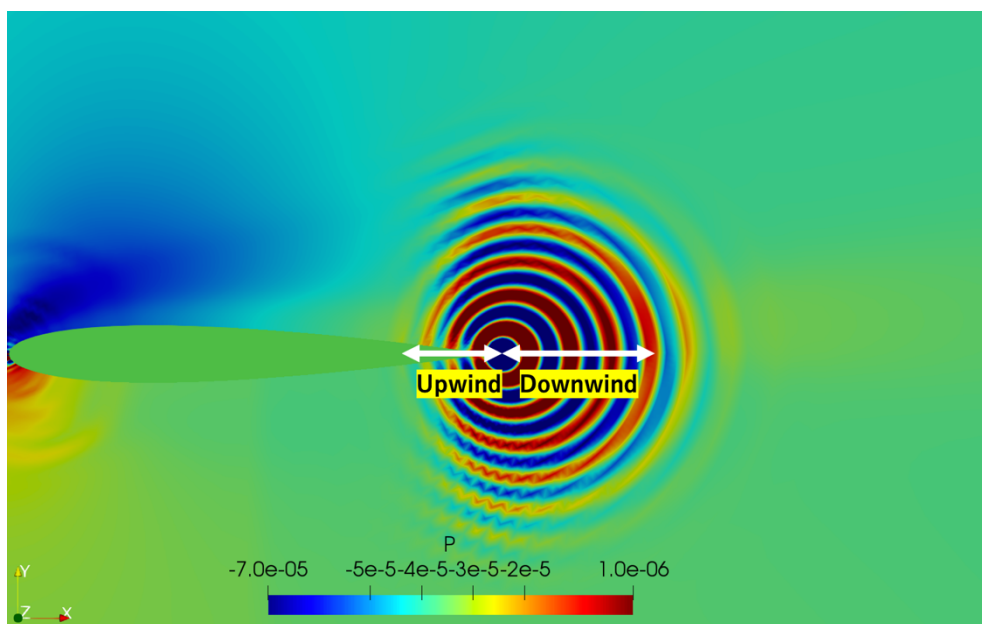
(d)time = 0.6



(e)time = 0.8



(f)time = 1.0



(g)time = 3.0

図 18 圧力擾乱の分布

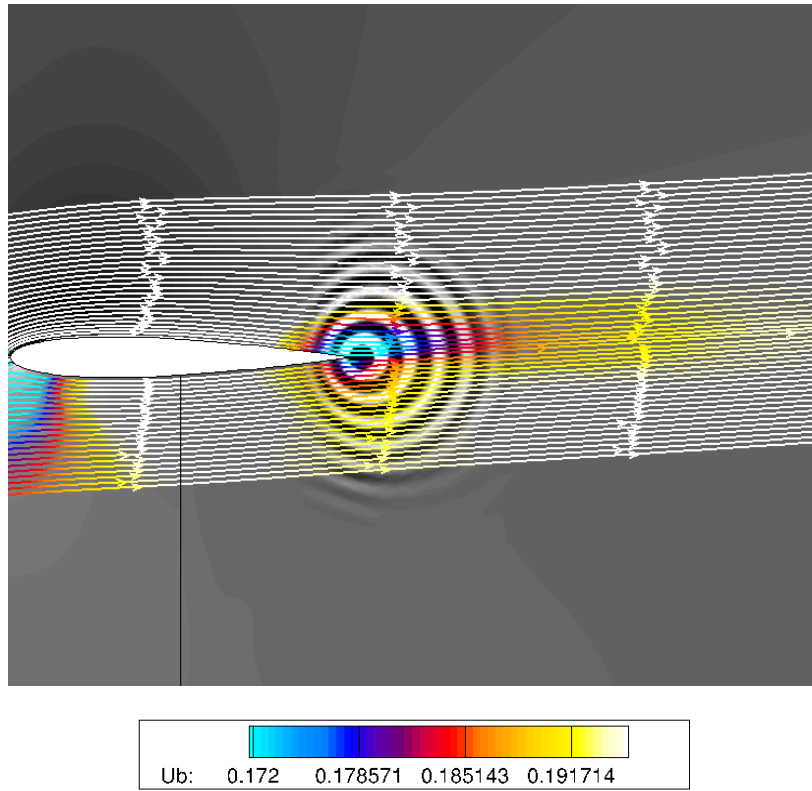


図 19 平均流の流線と圧力擾乱

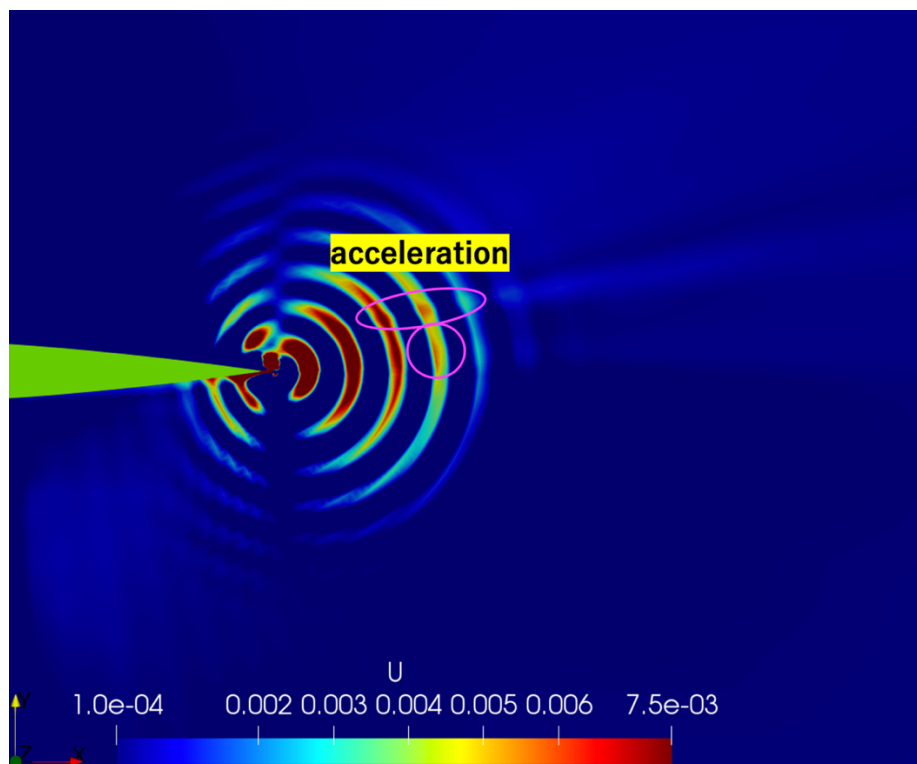


図 20 速度擾乱の分布

まず, (a)で翼周りの平均流の流れを受けて擾乱成分も流れ場と同様な分布をしているのがわかる. 特に, 音源を後縁部分に配置することから, 後流に発生する分布が重要になる(白枠部分). 音源から発生した音波が平均流の影響を受けて円の上部分がやや高圧になっている様子が(c)の後流部分(白枠部分)で確認できる. この現象は式(2.6.8)に示す u_k の部分で平均流の影響を擾乱に反映した結果である. (g)でも後流による影響は引き続き見て取れる. また, 音源によって与えられた音波が同心円状に広がらずに, やや風下側に大きく広がっていることから平均流に影響されながら領域内を伝播しているといえる. 図 19 で示した図では, 白色で示した流線が主流速度になっている. 翼の後縁部分で一度減速してから加速する分布が確認できる. その平均流の影響によって速度擾乱にも変化が起こっているのが図 20 の紫で示した部分でも見て取れる. この計算にかかった計算実時間は 4 コア 4 並列で OpenMP を用いて約 3 時間ほどである.

第6章 結言

本研究では機体騒音低減を目指した航空機まわりの音響解析コード開発を行った。まず、単極子音源を用いた音響計算を行い、圧力擾乱が移流されつつ伝播していく様子が確認できた。また、吸収領域(sponge-region)の有効性も確認した。次に、円柱まわりでの音響計算において放射音強度を用いて厳密解と比較検証を行い、差分スキームで計算を行っているものに比べて格子点数を多めにとることで、厳密解とほぼ同等の値を計算によって算出できると実証できた。そして、NACA 翼での計算では、一様流ではない平均流れ場による影響を加味した音響計算もこのコードで行えることも示した。

格子をある程度増やしても差分スキームの高精度差分の座標変換と比べるとはるかに低計算コストと言えるのは明らかであり、スパコンのような膨大な計算機は必要ない。本計算はワークステーションレベルでも音響計算を行えることも示せた。

最後に本研究の今後の展望として、この計算コードをベースに、並列化や非構造格子の適用などの拡張をすると、航空機設計開発の現場に資する音響計算の実現が期待できる。

参考文献

- [1] 山本一臣, “航空機設計における CFD の現状と将来展望”, サイエンティフィック・システム研究会 HPC フォーラム, 2006.
- [2] 一般財団法人 日本航空機開発協会, “民間航空機に関する市場予測 2019-2038”, 2019 年 3 月.
- [3] Howe, M. S., 空気音響力学・渦音の理論, 共同出版株式会社, 2015 年.
- [4] Curle, N., “The Influence of Solid Boundaries upon Aerodynamic Sound”, *Proc. Royal Soc. Lond. A*, 231 (1955), pp. 504–514.
- [5] Manoha, E., Guenanff, R., Redonnet, S. and Terracol, M., “Acoustic Scattering from Complex Geometries”, *AIAA Paper* 2004-2938, 2004.
- [6] Bailly, C. and Juve, D., “A Stochastic Approach to Compute Subsonic Noise Using Linearized Euler’s Equations”, *AIAA Paper* 99-1872, 1999.
- [7] Christpher, K. W. T. and Jay, C. W., “Dispersion-Relation-Preserving Finite Difference Schemes for Computational Acoustics”, *Journal of Computational Physics*, 107 (1993), pp.262-281.
- [8] Tam, C. K. W. and Hardin, J. C., “Second Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop on Benchmark Problems”, *NASA Conference Publication*, 3352, 1997.
- [9] Fourth Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop on Benchmark Problems, <http://www.math.fsu.edu/caa4/>
- [10] 今村太郎, 雨宮和久, 榎本俊治, 山本一臣, “線形オイラー方程式解析コードの構築と複雑形状への適用”, *日本航空宇宙学会論文集*, 53, 621(2005), pp.452-460.
- [11] Kobayashi, M. H., “On a Class of Pade Finite Volume Methods”, *Journal of Computational Physics*, 156 (1999), pp. 137–180.
- [12] Gaitonde, D. V. and Visbal, M. R., “Pade-Type Higher Order Boundary Filters for the Navier-Stokes Equations”, *AIAA Journal*, 38 (2000), pp. 2103–2112.
- [13] 麻生茂, 川添博光, 澤田恵介, 圧縮性流体力学, 日本航空宇宙学会, 丸善出版, 2015 年
- [14] Versteeg, H. K. and Malalasekera, W., 数値流体力学【第 2 版】, 森北出版, 2011 年.
- [15] Mattias, B., Lars-Erik, E., and Lars, D., “Acoustic Source Terms for the Linear Euler Equations on Conservative Form”, *AIAA Paper* 2002-2582 2002.
- [16] Mojtaba, D. M. and Ramin, R., “Numerical evaluation of passive control of shock wave/boundary layer interaction on NACA0012 airfoil using jagged wall”, *Acta Mechanica Sinica*, 32 (5) (2016), pp.792-804.
- [17] Colonius, T., Lele, S. K., and Moin, P., “Boundary Conditions for Direct Computation of Aerodynamic Sound Generation”, *AIAA Journal*, 31(1993), pp. 1574–1582.

- [18] Bailly, C. and Juve, D., "A Stochastic Approach to Compute Subsonic Noise Using Linearized Euler's Equations", AIAA Paper 99-1872, 1999.
- [19] X. D. Liu, S. Osher and T. Chen, "Weighted Essentially Nonoscillatory Schemes," *Journal of Computational Physics*, 115(1994), pp.200-212.
- [20] S. Gottlieb and C. W. Shu, "Total Variation Diminishing Runge- Kutta Schemes," ICASE Report No. 96-50, 1996.

謝辞

本研究を行うにあたり、荻野要介 講師には多くのご指導を賜りました。日々研究を進めていく中で、くじけそうになったり弱気になる私に多くのご指導をしてくださいました。時には研究者としての厳しい意見をくださったり、時には飲み仲間のようなたわいもない会話をしてくださり、研究以外の部分でも非常に勉強させていただきました。航空エンジン超音速研究室に配属となり、荻野先生にとって「一番最初の生徒」になれたことが非常に嬉しく思います。心より感謝いたします。

野崎理 教授には全体報告会において私に足りない視点からの的確な意見を頂戴し、研究を見直す機会をいただきました。また、就職活動では私の第一志望の企業に内定を頂くためにエントリーシートの添削や面接練習など何度もお付き合いしてくださいました。無事、内定をいただけた時には言い表せない程の感謝の思いでいっぱいになりました。厚く御礼申し上げます。

超音速班の同期である唐澤颯人 君には毎晩食堂にてご飯を食べながら研究の相談から日々の悩みまで私の話を聞いてくださり、アドバイスをいただきました。同期として共に研究することが出来て良かったです。心より感謝いたします。

航空エンジン超音速研究室の超音速班メンバーの砂辺一行 君、豊田有里 さん、青景壮真 君、秋田智也 君、瀧日葵 君、田村北斗 君、には日頃から刺激をもらっていました。後輩とは思えないほど全員しっかりしていて、私も負けないように頑張るモチベーションになっていました。研究以外にも、飲み会、野球、サッカーなど大変楽しい時間を共に過ごせたことが非常に嬉しかったです。先輩として至らないことも多々あったと思いますが一緒に研究ができて良かったです。本当にありがとうございました。

研究室の他のメンバーにおいても、全体報告会をはじめたくさんの意見交換を行い、学ぶところが多くありました。感謝いたします。

最後に、私を大学院まで行かせてくれて、暖かく見守ってくれた両親ならびに兄、姉には心から感謝いたします。また、最も私の近くで心の支えであり続けてくださった松尾直佳 さんにも感謝いたします。本当にありがとうございました。