

2019（令和元）年度 卒業論文

極超音速流れにおける境界層内の
不安定流体挙動の数値的考察

Numerical consideration of fluid behavior and instability
in a hypersonic boundary layer

2020 年 3 月 9 日

高知工科大学 システム工学群
航空宇宙工学専攻

1200001 青景 壮真

指導教員 荻野 要介

目次

第 1 章

緒論.....	1
1.1 研究の背景.....	1
1.2 研究の目的.....	2
1.3 本論文の構成.....	2

第 2 章

数値計算法.....	3
2.1 平均流の支配方程式.....	3
2.2 離散化手法.....	4
2.3 全体安定性解析.....	5
2.4 計算の流れ.....	7

第 3 章

計算条件.....	9
3.1 計算格子.....	9
3.2 主流条件.....	11
3.3 全体安定性解析条件.....	12

第 4 章

平均流の計算結果.....	13
4.1 精度の違いによる流れ場の比較.....	13
4.2 計算結果の検討.....	15

4.2.1	衝撃層, 壁面加熱率, 境界層	15
4.2.2	縦渦, クロスフロー	17
 第5章		
	全体安定性解析の計算結果	19
5.1	全体安定性解析における固有値	19
5.2	微小擾乱伝播の確認	20
5.3	衝撃層内における固有モード分布	21
5.4	短径側境界層内での固有モードの特徴的構造	23
5.5	クロスフローにおける固有モードの特徴的構造	24
5.6	長径側境界層内での固有モードの特徴的構造	25
 第6章		
	結論	27
 付録		
	参考文献	31
	謝辞	35

第 1 章

緒論

1.1 研究の背景

近年、極超音速機を次世代の航空機として実用化を目指し世界各国で様々な研究開発が進められている。飛行時間の短縮を図ることが可能になると同時に高高度を高速で飛行するため、音速を超えて飛行する際に発生するソニックブームを抑制することができる。一方で壁面近傍において境界層が乱流遷移すると機体表面での壁面加熱や摩擦抵抗が大幅に増える可能性がある。そのため遷移位置の正確な予測は過不足ない適切な熱防御設計に不可欠である。

次世代の極超音速輸送システムに必要な技術の開発や検証を行うことを目的とした Hypersonic International Flight Research and Experimentation (HIFiRE) プログラム [1]がある。このプログラムには Air Force Research Laboratory (AFRL) や Australian Defense and Technology Organization (DSTO) も加わって行われているプロジェクトであり、極超音速風洞や実機を用いたフライトテストを行い極超音速流れの基本的なデータ収集も行われている[2-6]。これまで HIFiRE-1 では軸対称な形状である円錐模型を用いて遷移に関するデータ収集が行われた[7]。つづく、HIFiRE-5 では楕円錐機体形状での遷移現象に主眼を置きフライトテストが行われ[8, 9]、模型が楕円錐であるために複数の不安定モードが誘起されることが確認された[10-12]。そこで T. J. Juliano と S. P. Schneider は極超音速風洞を用いて、楕円錐模型周りの壁面で温度上昇などの計測する実験を行った[13]。実験結果より $Re = 8.0 \times 10^6$ [1/m]のときには境界層の薄い先端部と長径側壁面のみに比較的高い加熱が見られたが、 $Re = 11.8 \times 10^6$ [1/m] のときには加えて模型後方でストリーク状の高い加熱率分布が見られた。乱流遷移したことが原因と考えられており[14]、近年では直接数値計算(Direct Numerical Simulation)によって表面粗さをつけたモデルを用いて計算を行ったり、クロスフロー渦の発達と崩壊を分析することで流れ場の不安定性を調査するなどより詳しい流れ場の解析が行われると同時に、様々な条件で実験も行われているが遷移の詳しいメカニズムや遷移位置の予測方法の確立には至っていない[15-17]。

一方、平板に沿う境界層の乱流遷移過程はよく研究されてきた[18]。境界層内で二次元的に伝播する擾乱波が線形的に成長する過程を考える場合、擾乱振幅がある程度の大きさを越えると奥行き方向へも勾配を持つ三次元的な擾乱波となる。結果として局所的に変曲点を持つ流速分布となり、ヘアピン型の渦が生成され成長したのち破断、その後より細かい渦の生成という一連の過程が流れ場の至る所で発生し乱流境界層が形成される。流れ場の中には様々な擾乱波が存在し、圧縮性流体中を伝播する擾乱波の成長過程に関しても調査が行われてきた。特に高マッハ数時に現れる支配的な擾乱波は L. M. Mach によって調べられており[19]、極超音速流内では Tollmien - Schlichting (T-S 波)として知られる一次モードやより高周波な Mach mode と呼ばれる二次モードが存在することが報告されている[20]。

擾乱波の線形成長は流体の不安定性によるものであるため、流体の不安定性計算は乱流遷移の位置予測につながるとして、様々な解析手法[21-26]が研究されてきた。その一つに全体安定性解析[27, 28]がある。全体安定性解析は流れ場の全体に微小擾乱を付加し時間発展させデータ行列を作成し、その固有値問題として流れ場の安定性を解析する手法である。他の多くの安定性解析手法では平板境界層との類推として擾乱成長を考えるのに対して、流れ場全体で擾乱の時間発展を考えるため複雑な物体形状周りの流れ場に対しても安定性解析を行うことができる。そのため、境界層の主流方向成長以外の流れ場における乱流遷移についても流体挙動を考察することができる。また、松瀬の数値研究[29]では、主流条件が $Re = 6.65 \times 10^7$ [1/m]で行われた極超音速風洞での実験[30]と同条件で全体安定性解析が行われた。全長1100 [m]、半頂角7 [°]、先端が半径2.5 [mm]の球状になっている円錐模型（HIFiRE-1）を対象とした。その結果、最大固有値に対する温度や圧力擾乱の固有モード分布が境界層外縁付近や衝撃層内において二次モードと類似した構造で分布した。この分布は実験で観察されたものと同様の傾向を示した。

1.2 研究の目的

本研究では乱流円錐模型（HIFiRE-5）の乱流遷移位置の予測に向けて、全体安定性解析を用いた不安定性の計算を行い、実験結果や直接数値計算（DNS）の結果と比較することで、流れ場の特徴を調べる。

1.3 本論文の構成

本論文の構成を以下に示す。第1章では、緒論と題して本研究の背景および目的について示した。第2章では、平均流の数値計算法や全体安定性解析手法について示す。第3章では、本研究で用いた計算格子や計算条件などを示す。第4章では、平均流の計算結果および考察を行う。第5章では、全体安定性解析の計算結果及び考察を行う。第6章では結論を示す。

第 2 章

数値計算法

2.1 平均流の支配方程式

HIFiRE-5 の楕円錐模型周りの流れ場の計算には 3 次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式を用いる.

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial (\mathbf{E} - \mathbf{E}_v)}{\partial x} + \frac{\partial (\mathbf{F} - \mathbf{F}_v)}{\partial y} + \frac{\partial (\mathbf{G} - \mathbf{G}_v)}{\partial z} = 0. \quad (1)$$

ここで \mathbf{Q} は保存量ベクトルであり, \mathbf{E} , \mathbf{F} , \mathbf{G} は対流流束ベクトル, \mathbf{E}_v , \mathbf{F}_v , \mathbf{G}_v は粘性流束ベクトルである. それぞれ, 以下のように得られる.

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (e + p)u \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (e + p)v \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ (e + p)w \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$\mathbf{E}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} - q_x \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$\mathbf{F}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ v\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} - q_y \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$\mathbf{G}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz} - q_z \end{pmatrix}, \quad (6)$$

ここで ρ は密度, u は速度の x 方向成分, v は速度の y 方向成分, w は速度の z 方向成分, e は単位体積あたりの全エネルギー, p は圧力を表し, 理想気体の状態方程式

$$p = (\gamma - 1) \left\{ e - \frac{(\rho u)^2 + (\rho v)^2 + (\rho w)^2}{2\rho} \right\}, \quad (7)$$

より求める． γ は比熱比で $\gamma = 1.4$ の空気とした．

また $\boldsymbol{\tau}$ は粘性応力， \boldsymbol{q} は熱流束を示す．粘性応力 $\boldsymbol{\tau}$ と熱流束 \boldsymbol{q} は Stokes の定理と Fourier の法則を用いて

$$\tau_{xx} = \frac{2}{3}\mu \left(2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right), \quad (8)$$

$$\tau_{yy} = \frac{2}{3}\mu \left(2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad (9)$$

$$\tau_{zz} = \frac{2}{3}\mu \left(2\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right), \quad (10)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad (11)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right), \quad (12)$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right), \quad (13)$$

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y}, \quad q_z = -k \frac{\partial T}{\partial z}, \quad (14)$$

のように与えられる．ここで k は熱伝導係数， T は温度を示す．

2.2 離散化手法

空間の離散化には有限体積法を用いる．支配方程式(1)を任意のセル V について積分を行う．

$$\iiint_V \left(\frac{\partial \boldsymbol{Q}}{\partial t} + \frac{\partial(\boldsymbol{E} - \boldsymbol{E}_v)}{\partial x} + \frac{\partial(\boldsymbol{F} - \boldsymbol{F}_v)}{\partial y} + \frac{\partial(\boldsymbol{G} - \boldsymbol{G}_v)}{\partial z} \right) dV = 0. \quad (15)$$

また流束ベクトルに対しガウスの発散定理を用いると，

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \boldsymbol{Q} dV + \oint_{\partial V} \{ (\boldsymbol{E} - \boldsymbol{E}_v)n_x + (\boldsymbol{F} - \boldsymbol{F}_v)n_y + (\boldsymbol{G} - \boldsymbol{G}_v)n_z \} dS = 0, \quad (16)$$

と表される．ここで n_x ， n_y ， n_z はそれぞれセル境界面の法線ベクトルの x ， y ， z 成分を表す．各セルでの値は，そのセル自身の体積を用いて，以下のように与えられる．

$$\hat{\boldsymbol{Q}} = \frac{\iiint_V \boldsymbol{Q} dV}{\iiint_V dV}. \quad (17)$$

セルの体積 $\Delta V (= \iiint_V dV)$ ，セル境界の面積 $\Delta S (= dS)$ ，時間刻み幅 $\Delta t (= \partial t)$ をそれぞれ与え，離散化された式は以下のように表される．

$$\frac{\Delta \hat{Q}}{\Delta t} \Delta V + \sum_{k=1}^6 \{ (E - E_v) n_x + (F - F_v) n_y + (G - G_v) n_z \} k dS_k = \{0\} . \quad (18)$$

最終的な計算には，時間積分には 3 次精度の TVD-Runge-Kutta 法[31]を用いた．数値流束には AUSM-DV 風上スキーム[32]を用い，WENO 法[33]を用いて流束を再構築し 5 次精度とする．

2.3 全体安定性解析

本研究で用いる全体安定性解析は，CFD と組み合わせることで流れ場全体に対して安定性解析を行う計算手法であり，擾乱の時間発展に対する固有値問題に帰着させることで流れ場全体として持つ波を流れ場全体のモードごとに分離させる．得られた固有値から流れ場が安定であるかどうかを判断し，さらに，それらの固有ベクトルから流れ場の不安定モードを抽出する．Navier-Stokes 方程式に支配される離散点の解の時間発展は以下のように記述できる．

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} = \mathbf{f}(\mathbf{Q}) , \quad (19)$$

$$\mathbf{Q} = (\rho_1, (\rho \mathbf{u})_1, e_1, \dots, \rho_N, (\rho \mathbf{u})_N, e_N) , \quad (20)$$

$$\mathbf{u} = (u, v, w) . \quad (21)$$

ここで N は総格子点数であり， \mathbf{Q} は各格子点上での保存量ベクトルを示す．また，保存量 \mathbf{Q} は先の CFD 計算により得られた定常解を基本量 $\bar{\mathbf{Q}}$ とし，微小擾乱項を $\tilde{\mathbf{Q}}$ とすることで，以下のように分解できる．

$$\mathbf{Q} = \bar{\mathbf{Q}} + \tilde{\mathbf{Q}} . \quad (22)$$

基本量は時間変化せず，微小擾乱よりはるかに大きいとすると式(19)を線形化することができ，微小擾乱 $\tilde{\mathbf{Q}}$ に対して以下の方程式を得る．

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{Q}}}{\partial t} = \left(\frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{Q})}{\partial \mathbf{Q}} \right)_{\mathbf{Q}=\bar{\mathbf{Q}}} \tilde{\mathbf{Q}} \equiv \mathbf{A} \tilde{\mathbf{Q}} . \quad (23)$$

この係数行列 \mathbf{A} の固有値問題を解くことで流れ場の安定性解析を行う．固有ベクトルとそれに対応する固有値は以下のように得ることができる．

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \lambda_m \phi_m . \quad (24)$$

つまり，

$$\mathbf{A} \tilde{\mathbf{Q}} = \sum_{m=1}^n \lambda_m \phi_m . \quad (25)$$

ここで得られた固有値 λ の実部 $\text{Re}(\lambda)$ から流れ場の安定性がわかり、流れ場の安定性は次のように分類することができる。

$$\text{Re}(\lambda) = \begin{cases} > 0 & \text{不安定} \\ = 0 & \text{中立安定} \\ < 0 & \text{安定} \end{cases}, \quad (26)$$

本研究では不安定性に興味があるため固有値の実部が大きいものに着目する。ここで行列 \mathbf{A} の固有値問題を扱うが、行列の大きさは \mathbf{Q} の成分の数に依存するため、多次元計算では大規模な計算となり、直接固有値問題を扱うのは難しい。そこで本研究では、大規模行列の固有値を陽に扱わない Arnoldi 法[34]を用いる。Arnoldi 法では大規模行列に対して部分空間を用いることで、近似行列で表現し、反復的な方法により絶対値が比較的大きな固有値とその固有ベクトルのみを求めることができるため、計算コストを削減することができる。以下に Arnoldi 法を用いて行列 \mathbf{A} の固有値と固有ベクトルを求める手順を説明する。

まず任意の擾乱ベクトル $\tilde{\mathbf{Q}}_1$ を与え、そのベクトルを正規化し、反復操作を行うことで、近似行列の成分を集める。以下にアルゴリズムを示す。

$\tilde{\mathbf{Q}}_1$: arbitrary initial vector

$$\zeta_1 = (\tilde{\mathbf{Q}}_1 \cdot \tilde{\mathbf{Q}}_1)^{-1/2} \tilde{\mathbf{Q}}_1, \quad (27)$$

for k = 1 to M

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{k+1} = \mathbf{A}\zeta_k - \sum_{j=1}^k h_{j,k} \zeta_j, \quad (28)$$

$$h_{j,k} = \zeta_j \cdot \mathbf{A}\zeta_k, \quad (29)$$

$$h_{k+1,k} = (\tilde{\mathbf{Q}}_{k+1} \cdot \tilde{\mathbf{Q}}_{k+1})^{1/2}, \quad (30)$$

$$\zeta_{k+1} = \tilde{\mathbf{Q}}_{k+1} / h_{k+1,k}, \quad (31)$$

next k

ここで、 M は反復回数である。また $h_{j,k}$ は近似行列の成分を表す。 $h_{j,k}$ によって作られる近似行列は $M \times M$ サイズの Hessenberg 行列となる。Hessenberg 行列を \mathbf{H} と表記する。行列 \mathbf{A} の固有値 λ^A に対応する固有ベクトル ϕ は行列 \mathbf{H} の固有値 λ^H 、固有ベクトル ψ を用いて以下のように与えられる。

$$\mathbf{H}\psi_j = \lambda_j^H \psi_j \quad (j = 1, 2, \dots, M), \quad (32)$$

$$\phi = \sum_{k=1}^M (\psi_j)_k \zeta_j, \quad (33)$$

ここで、 $(\psi_j)_k$ は j 番目の固有ベクトルの k 番目の成分を表す。

さらに、時間発展法[35, 36]を用い、基本流れ場に擾乱を付加しその流れ場の時間積分をとることで、固有値の実部に対応するモードは成長し、負に対応するモードは減衰することを利用して不安定モードと安定モードを区別することができる。擾乱を与えたときの時刻を t 、積分時間を T とすると時刻 t と時刻 $t + T$ における微小擾乱 $\tilde{\mathbf{Q}}$ の関係は以下のように表せる。

$$\tilde{Q}(t+T) = \exp(AT)\tilde{Q}(t), \quad (34)$$

また,

$$\mathbf{B} \equiv \exp(AT), \quad (35)$$

とすると, 行列 A の固有値 λ^A と行列 B の固有値 λ^B の関係は以下のように表せる.

$$\lambda^B = \exp(\lambda^A T), \quad (36)$$

Arnoldi 法を用いる際, $A\zeta$ は直接用いず, 以下の近似式を用いて計算する.

$$\mathbf{B}\zeta_k = \frac{\mathbf{Q}(t+T) - \bar{\mathbf{Q}}}{\epsilon}, \quad (37)$$

ここで, 初期擾乱を付加した流れ場を以下のように表す.

$$\mathbf{Q}(t) = \bar{\mathbf{Q}} + \epsilon\zeta_k, \quad (38)$$

したがって, $\mathbf{Q}(t+T)$ はこの式を時刻 T だけ積分することで得られる. また ϵ は微小定数であり, 以下のように定義し擾乱の大きさ調節する.

$$\epsilon = \frac{\|\bar{\mathbf{Q}}\|}{\|\zeta_k\|N} \epsilon_0, \quad (39)$$

ここで, ϵ_0 は調節パラメータ, N は総格子点数である.

2.4 計算の流れ

計算手順を図 2.1 に示す. まず平均流の準定常解を算出し, 得られた保存量を用いて原始変数を求める. 次に保存量と原始変数に対して初期擾乱を求める. 本研究では, 保存量にのみ初期擾乱を付加し, 式(22)で表す擾乱入り流れ場を得る. 擾乱入り流れ場を積分時間 T だけ時間発展させる. 時間発展後の保存量を用いて, 原始変数を求める. さらに, 保存量と原始変数のそれぞれで, 式(37)で表される近似を行う. 次に式(28)–(31)で表される Arnoldi 法に従い, 保存量と原始変数のそれぞれで, 行列 \mathbf{H} の成分と次の擾乱を計算する. 以降この操作を反復させ, 保存量と原始変数のそれぞれに対する行列 \mathbf{H} を作成する. 保存量に対する擾乱の固有値と固有モードと同様に, 先に示した手法を元に原始変数に対する擾乱の固有値と固有モードも算出した.

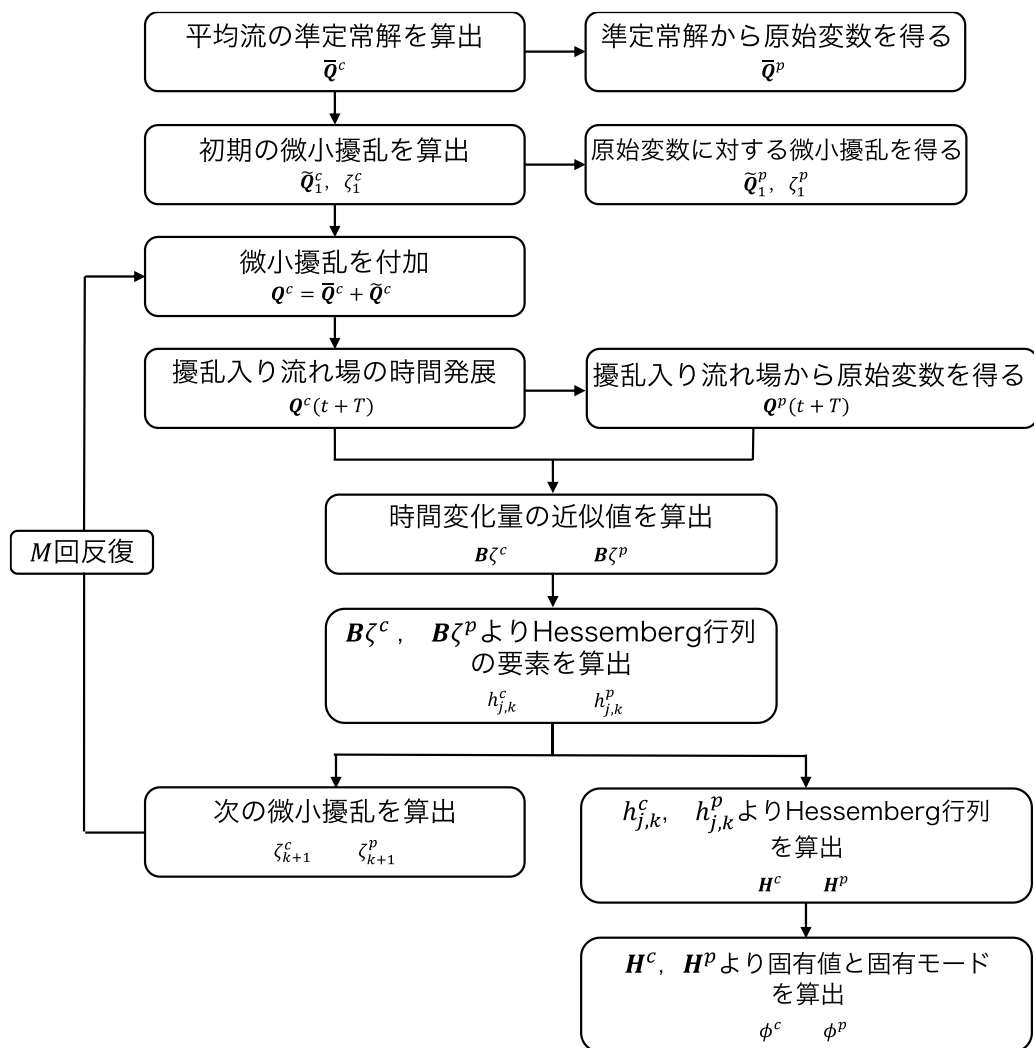


図 2.1 全体安定性解析の流れ

第 3 章

計算条件

3.1 計算格子

計算には T. J. Juliano と S. P. Schneider の風洞実験に用いられた楕円錐模型の HIFiRE-5 に従う．断面アスペクト比は 2:1 となり，楕円錐底面の長軸半径が 82[mm]，短軸半径が 41[mm]である．軸方向長さは 328[mm]で，先端は短径側で 0.95[mm]の球状である．迎角を付けないため，計算対象は 1/4 部分を計算する．楕円錐模型周りの計算格子全体を図 3.1 に示す．格子先端部での特異点により数値擾乱が残ってしまうことを避ける為，マルチブロックを採用した[37]．先端部分を拡大したものを図 3.2 に示す．また衝撃波面から生じたノイズが圧力波として壁面に到達し，圧力振動を引き起こす[38]可能性がある．そのため衝撃波面位置を事前計算によって特定し，衝撃波付近で格子幅が小さくなるように作成した．流出面での計算格子を図 3.3 に示す．総格子点数は周方向に 257 点，主流方向に 321 点，壁面垂直方向に 257 点の構造格子を用いた．一方，極超音速流内の境界層内で音波などを十分に解像するためにはとりわけ境界層内における格子解像度を十分にしておく必要がある．そこで最小格子幅 Δx_{\min} は次式を参考[39]に $\Delta x_{\min} = 0.5 \times 10^{-3}$ [mm] とし，境界層内には最低 65 点格子が存在するようにした．

$$\Delta x_{\min} = \frac{0.1L}{\sqrt{Re} L} . \quad (40)$$

ただし，代表長さ L は楕円錐模型の全長である $L = 0.328$ [m] とする．また計算格子の違いによる全体安定性解析結果の違いについては付録を参照されたい．

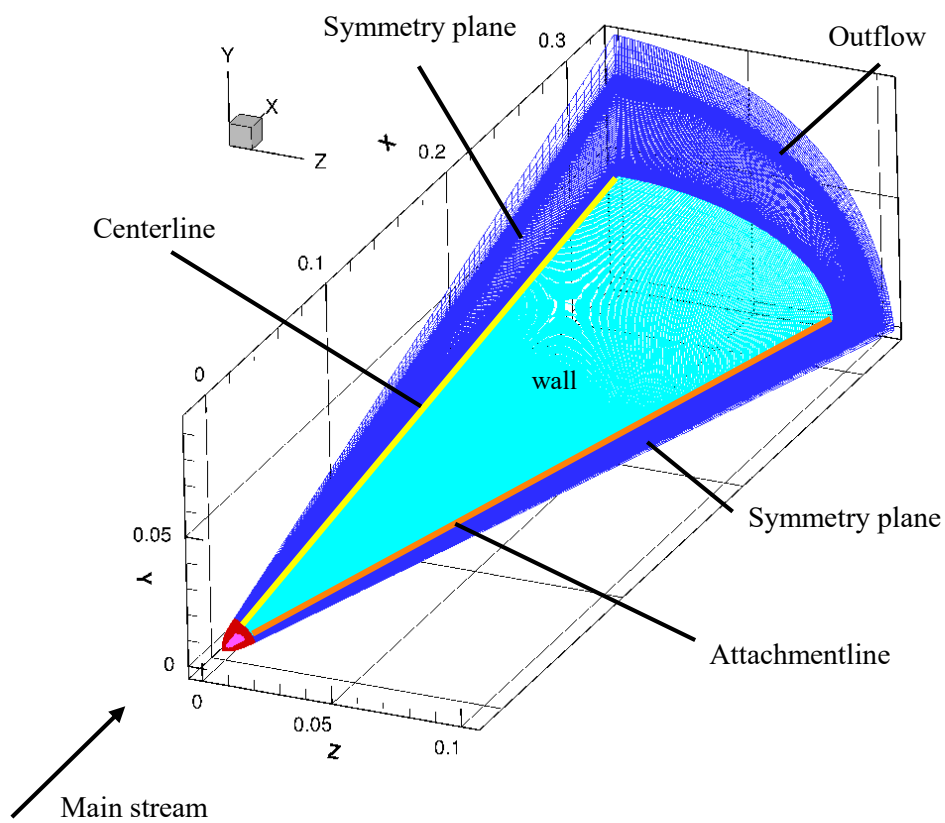


図 3.1 模型周りの計算領域と表面格子

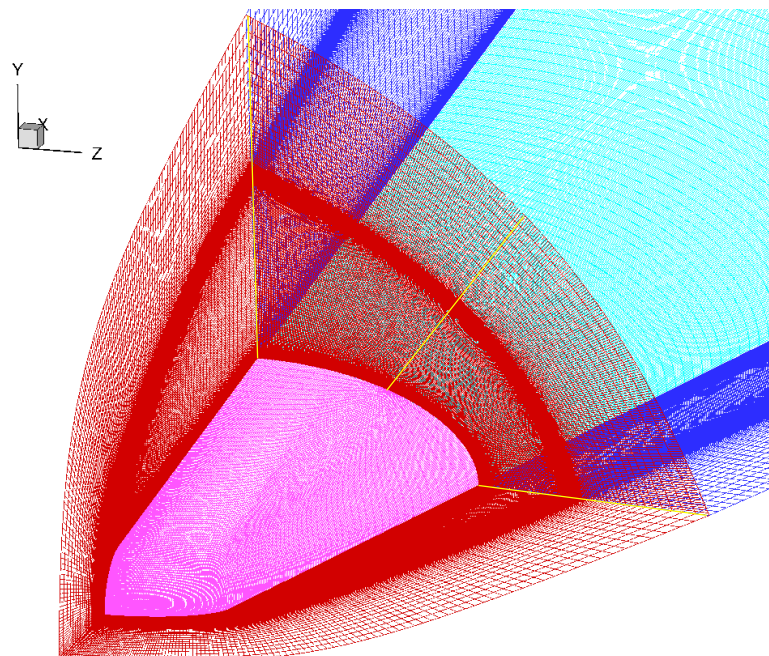


図 3.2 格子先端部の拡大図

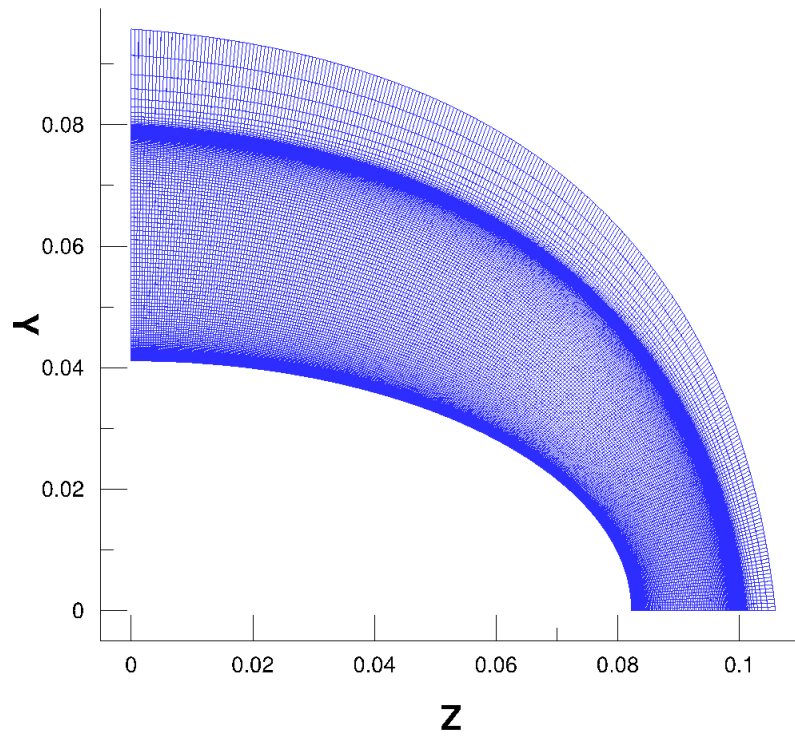


図 3.3 流出面における計算格子

3.2 主流条件

計算には T. J. Juliano と S. P. Schneider の風洞実験に用いられた主流条件[13]に従う．理想気体を仮定し，比熱比 $\gamma = 1.4$ ，プラントル数 $Pr = 0.72$ とした．流れ場の主流条件を表 1 に示す． Re は単位レイノルズ数， M は主流マッハ数， U_∞ は主流速度， T_∞ は主流温度， T_{wall} は壁面温度を表す．

表 1 主流条件

Parameters	Values
Re , [1/m]	11.8×10^6
M , [—]	6.0
U_∞ , [m/s]	869.7
T_∞ , [K]	52.3
T_{wall} , [K]	300.0

3.3 全体安定性解析条件

全体安定性解析での時間発展法では、擾乱の発展を計算する積分時間 T ，擾乱の大きさを調節するパラメータ ϵ_0 ，そして流れ場の大規模行列を **Hessenberg** 行列によって近似的に表現し固有値を求める際の行列のサイズに当たる反復回数 M を指定する．積分時間 T については，流体が模型長さの約40%の距離を主流速度で伝播するのに要する時間として無次元時間 1.0×10^{-4} を与えた．次に調整パラメータ ϵ_0 は $\epsilon_0 = 3.3 \times 10^3$ としこれは主流密度に対して約 $1.0 \times 10^{-4}\%$ 程度の擾乱を与えることに相当する．

また図 3.5 に前節で示した平均流に対して，上記の T と ϵ_0 にて全体安定性解析を行った際の反復回数と固有値の実部の遷移を示す．mode 1 が最大固有値の実部を，mode 2 が2番目に大きい固有値の実部の履歴を示す．2つの固有値の実部は反復回数 $M = 30$ 回で十分に収束している．そのため **Hessenberg** 行列の次元に相当する **Arnoldi** 法の反復回数 M は 30 とした．

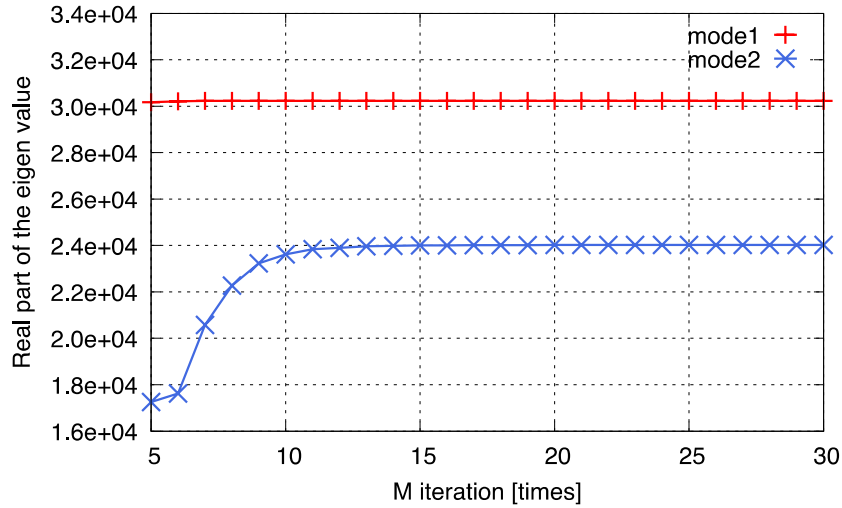


図 3.5 反復回数と固有値の実部の遷移

第 4 章

平均流の計算結果

4.1 精度の違いによる流れ場の比較

まず流れ場計算における密度残差の推移を図 4.1 に示す. 0 ステップから 426151 ステップまでは空間精度を 2 次精度 MUSCL 法によって残差が一定になるまで計算を行った. MUSCL 法は計算を安定に実行できる反面人工粘性が多く入るスキームであるため, 細かい渦などを解けきれず時間変化の少ない流れ場となった. その後 426151 ステップから密度残差が大きく増加するのは空間精度を 5 次精度 WENO 法に切り替えたことによって生じたものである. これによって MUSCL 法で解ききれなかった流れを解くことができた. また 1022100 ステップまでは時間積分法に Euler 陽解法を用いたが, 1022100 ステップ以降は TVD-Runge-Kutta 法を用いて 3 次精度とし, 残差が一定になる 1162100 ステップまで計算を行った. 使用した計算手法の組み合わせについては付録を参照されたい. 図 4.2 (a) に空間精度を 2 次精度 MUSCL 法, 時間積分法に Euler 陽解法を用いて 426150 ステップまで計算した結果を示し, (b) に 5 次精度 WENO 法と Euler 陽解法を用いて 1022100 ステップまで計算した結果, (c) に 5 次精度 WENO 法と TVD-Runge-Kutta 法を用いて 1162100 ステップまで計算したマッハ数分布と壁面熱流束分布を示す. 短径側対称面付近において図 4.2 (b) や (c) では楕円先端から伸びる複数の縦渦が確認できた. また複数の縦渦を捉えることができたことでストリーク状の壁面加熱を確認できた.

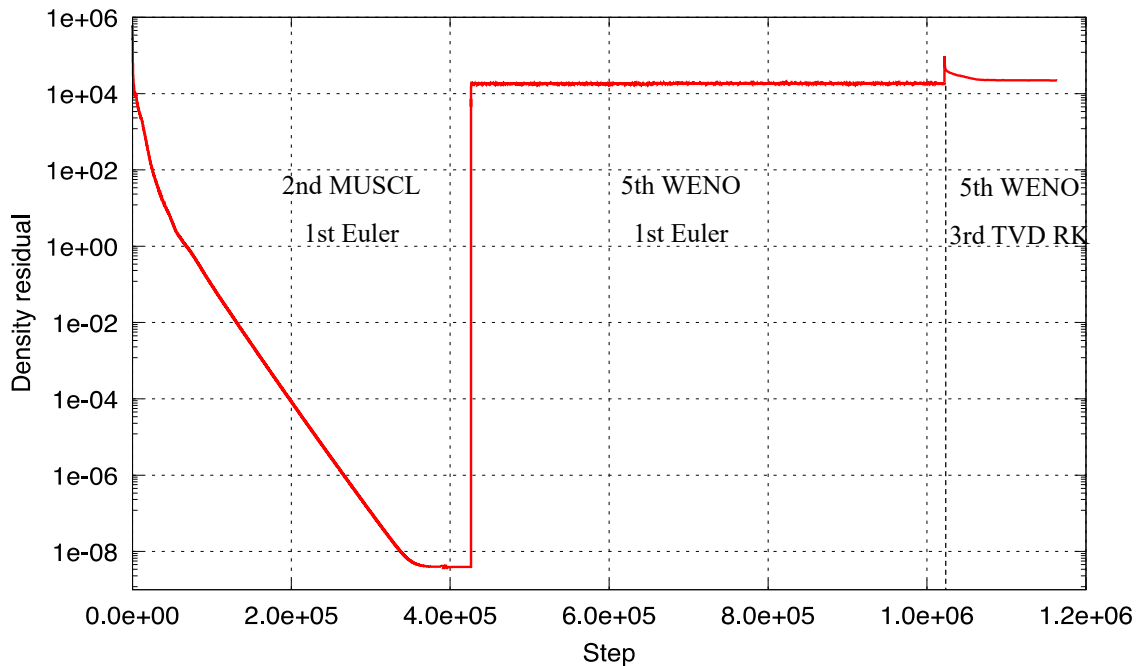
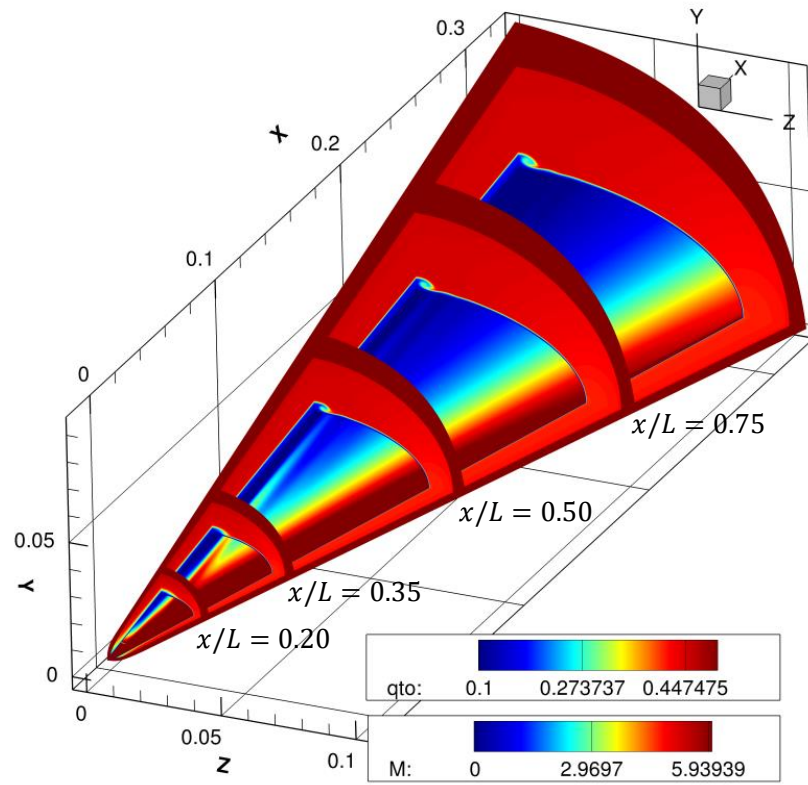
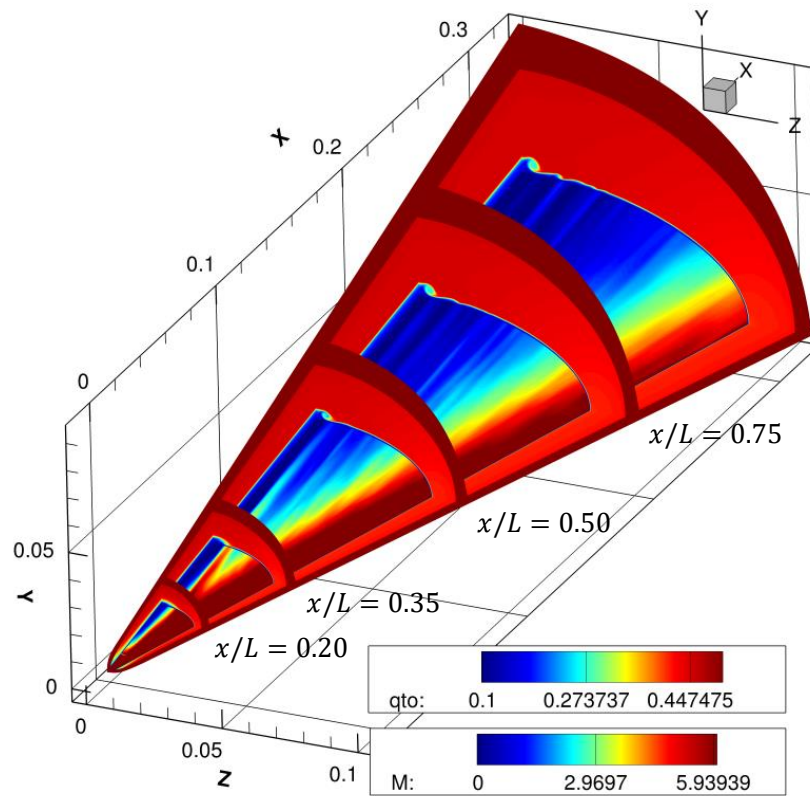


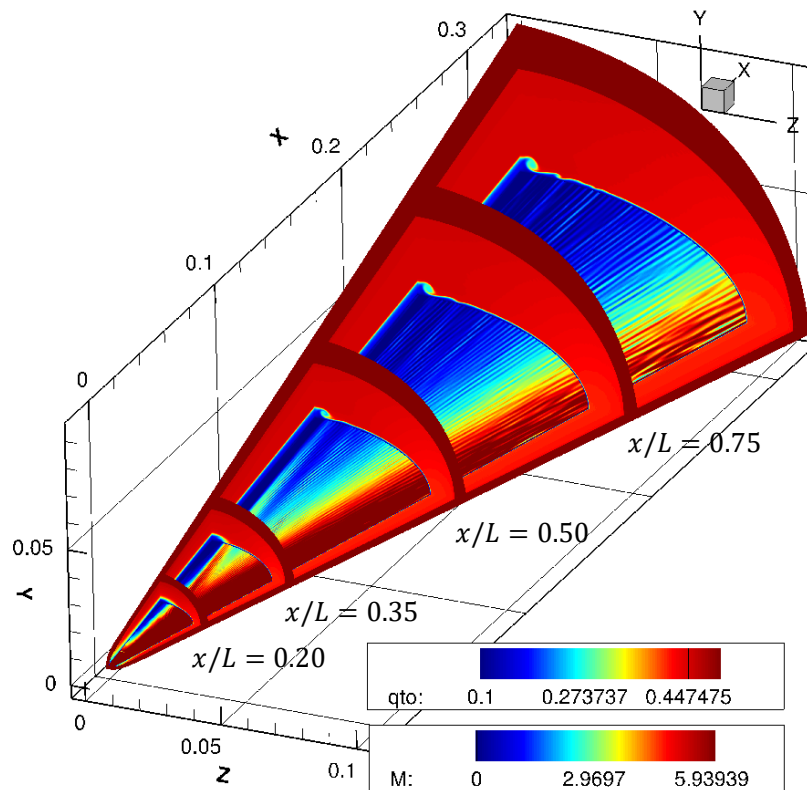
図 4.1 平均流計算における密度残差の時間履歴



(a) 2次精度 MUSCL 法と Euler 陽解法により 426150 ステップまで計算した流れ場



(b) 5次精度 WENO 法と Euler 陽解法により 1022100 ステップまで計算した流れ場



(c) 5 次精度 WENO 法と TVD-Runge-Kutta 法により 1162100 ステップまで計算した流れ場

図 4.2 流れ場全体のマッハ数分布と壁面熱分布

4.2 計算結果の検討

4.2.1 衝撃層, 壁面加熱率, 境界層

図 4.3 に流出面でのマッハ数分布, 図 4.4 では壁面熱流束 $q_{wall}/q_{wall, max}$ 分布を示す. 流出面において長径側では衝撃層が短径側より薄く, 長径側壁面は高い加熱率分布となった. しかし T. J. Juliano と S. P. Schneider の風洞実験で得られた壁面におけるストリーク状の分布が崩壊し急激な加熱分布(図 5.5)を得ることができなかった. ストリーク状の分布が崩壊し急激な加熱分布を示した $x = 0.255$ [m]面や流出面 $x = 0.328$ [m]での壁面加熱率, Centerline 上における加熱率を図 4.5 に示す. 図 4.5 (a) ではストリーク状の加熱が始まった $x = 0.03 - 0.04$ [m]付近で加熱率の急上昇は見られなかった. また実験では Centerline 上の $x = 0.275$ [m]以降でも温度上昇が見られたが, 図 4.5 (b) ではその点を境に加熱率が減少傾向にあることが確認できる.

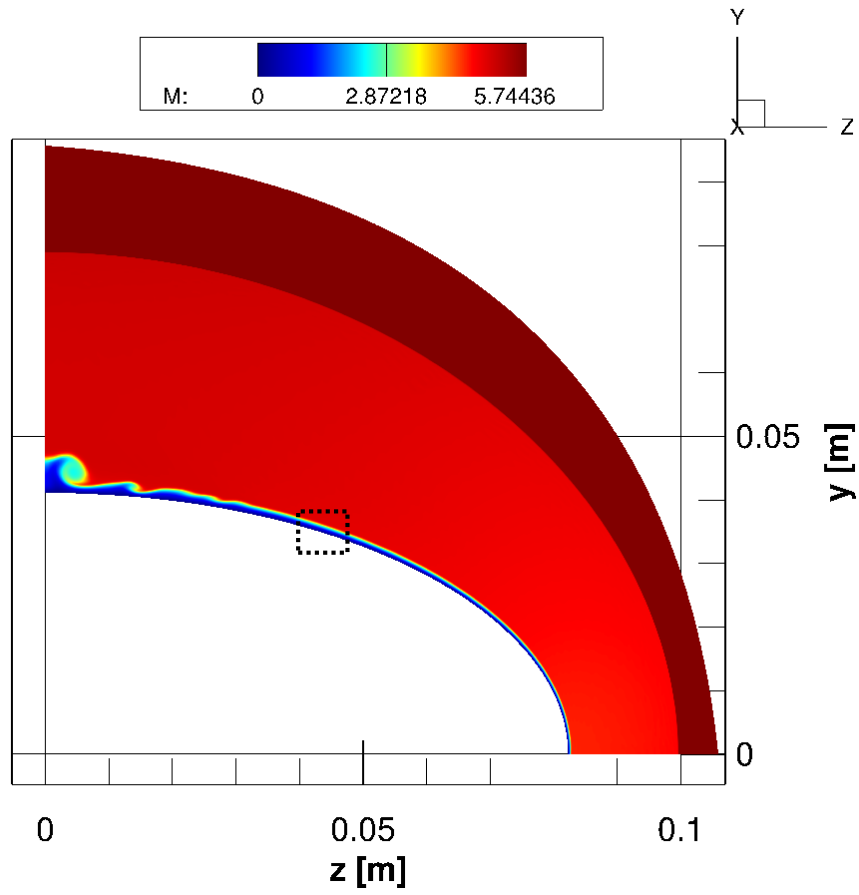


図 4.3 流出面におけるマッハ数分布

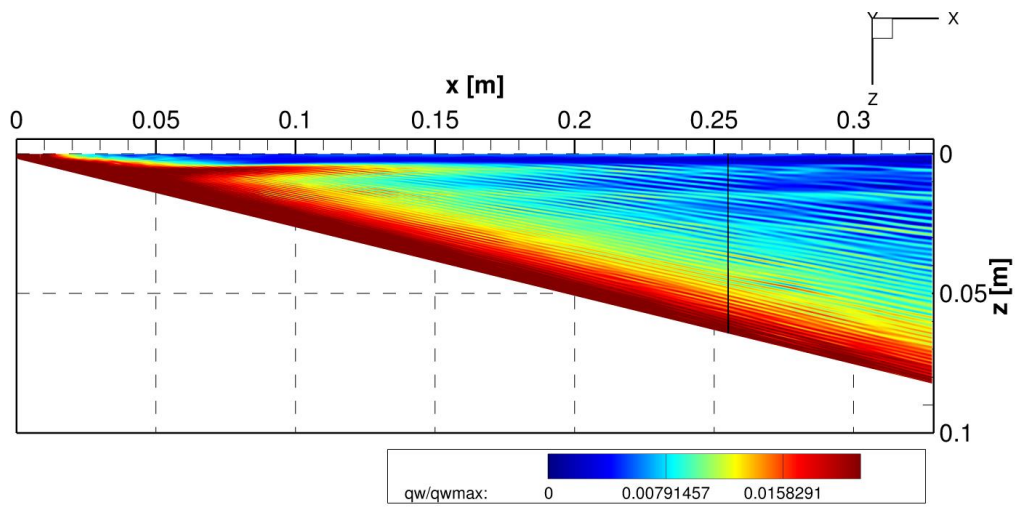


図 4.4 壁面熱流束 $q_{wall}/q_{wall, max}$ 分布

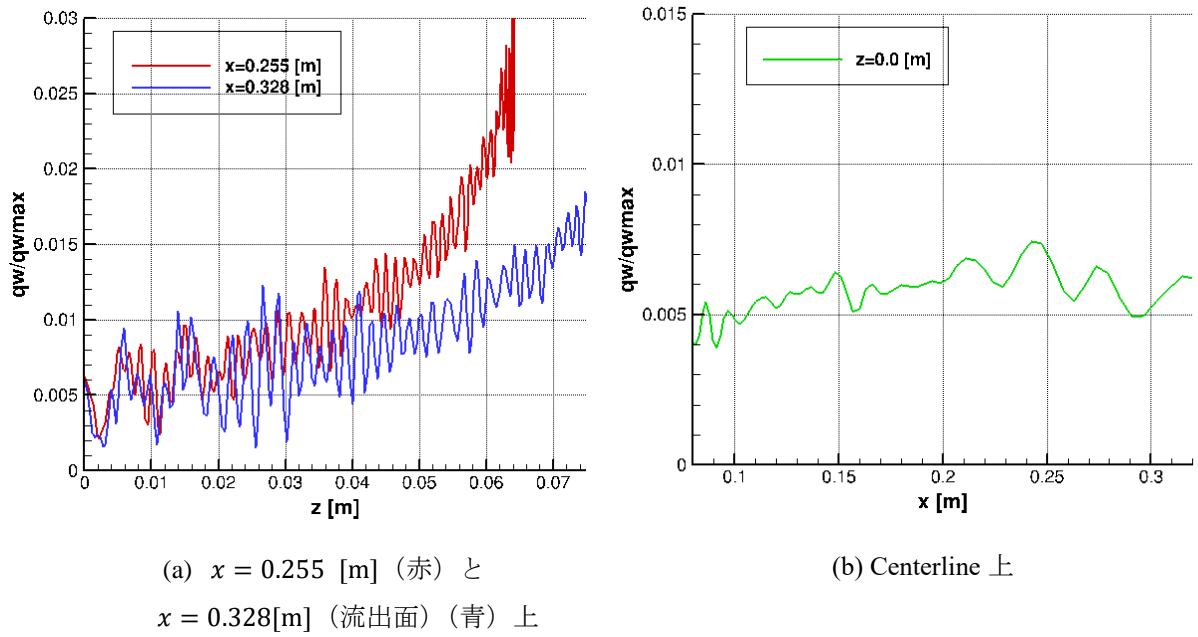
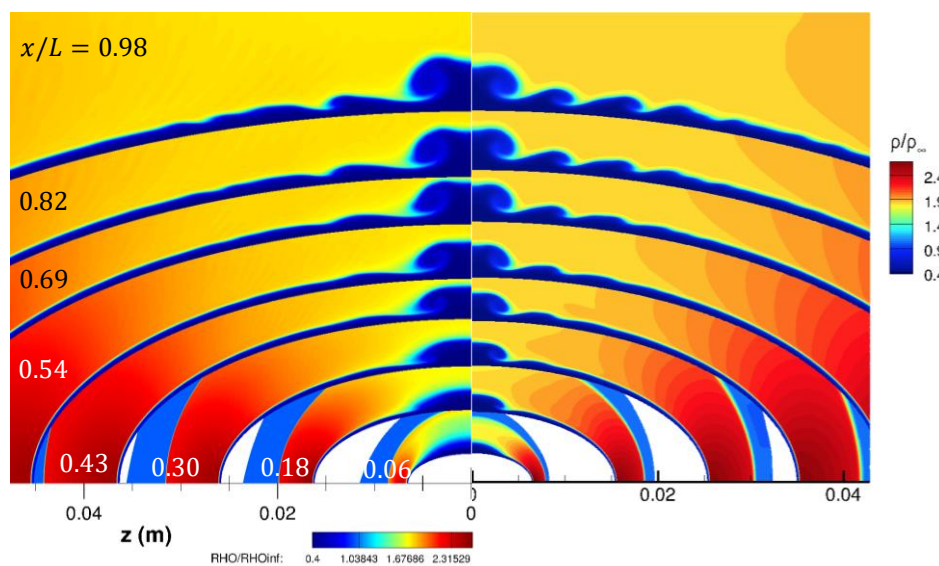


図 4.5 壁面熱流束 $q_{wall}/q_{wall,max}$ 分布

4.2.2 縦渦, クロスフロー

図 4.6 に, ρ/ρ_{inf} 分布を $x/L = 0.06, 0.18, 0.30, 0.43, 0.54, 0.69, 0.82, 0.98$ [m] 位置の断面で表す. 図 4.6 (a) に本研究で行なった計算結果を示し, 図 4.6 (b) に D. J. Dinzi と G. V. Candler によって行われた DNS による計算結果[16]を比較対象として示す. この DNS は数値流束に 2 次精度の Stegar & Wrming 法を使用し, 総格子点数が約 2 億点で行われた計算である. まず壁面近傍では境界層が形成されていることが確認できる. Centerline におけるキノコ状の渦の形状はある程度一致し, 境界層外縁付近に形成されている複数の縦渦も DNS による結果と比較して, やや散逸的ながら解像できていることがわかる.

図 4.7 は図 4.3 の点線四角内の境界層内における速度ベクトルと流線を示したものである. 壁面近傍においては図中の右下から伸びる流線に沿う速度ベクトルを持っている. 対して境界層外縁付近を流れる流体は図中の左下から伸びる流線に沿う速度ベクトルを持ち, 変曲点を持っていることから, いわゆるクロスフローとなっていることが確認できる.



(a) 本研究における計算結果

(b) Dinzl と Candler[16]による
DNS を用いた計算結果

図 4.6 各断面における ρ/ρ_{inf} 分布

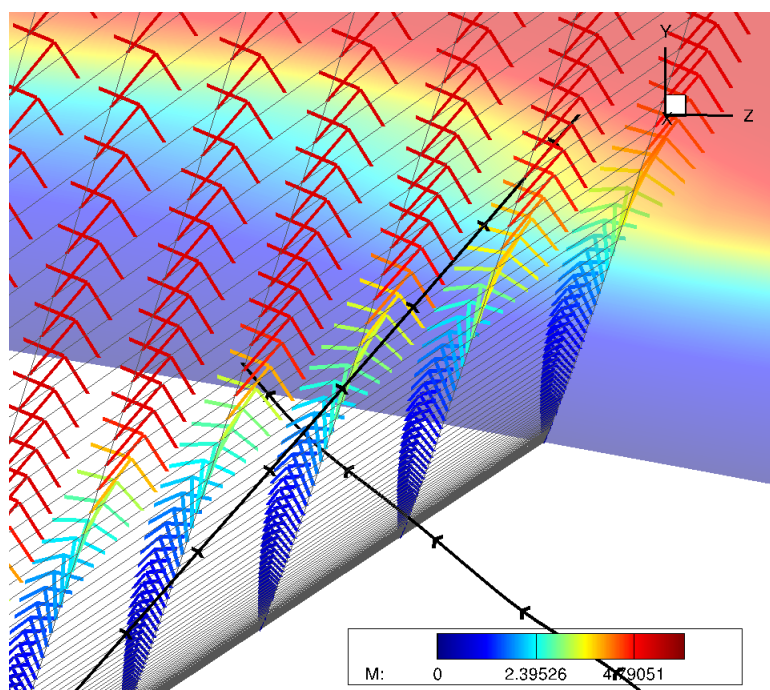


図 4.7 流出面付近における速度ベクトルと流線

第 5 章

全体安定性解析の計算結果

5.1 全体安定性解析における固有値

全体安定性解析では流れ場の保存量ベクトルで構成される大規模行列を Arnoldi 法により近似行列で表現する．保存量ベクトルで構成される近似行列と原始変数ベクトルで構成される近似行列の固有値分布を図 5.1 に示す．得られた固有値の実部は固有モードの成長率を表し，虚部は時間に対する振動を表す．保存量に対する全ての固有値の実部は正なので流れ場が不安定であることがわかる．原始変数に対する固有値の実部が負になっている 2 つの固有値を除き，全ての正である．また保存量と原始変数のどちらの実最大固有値も虚部を持たず実軸上に位置するため，固有モードは振動せずに増幅していく．

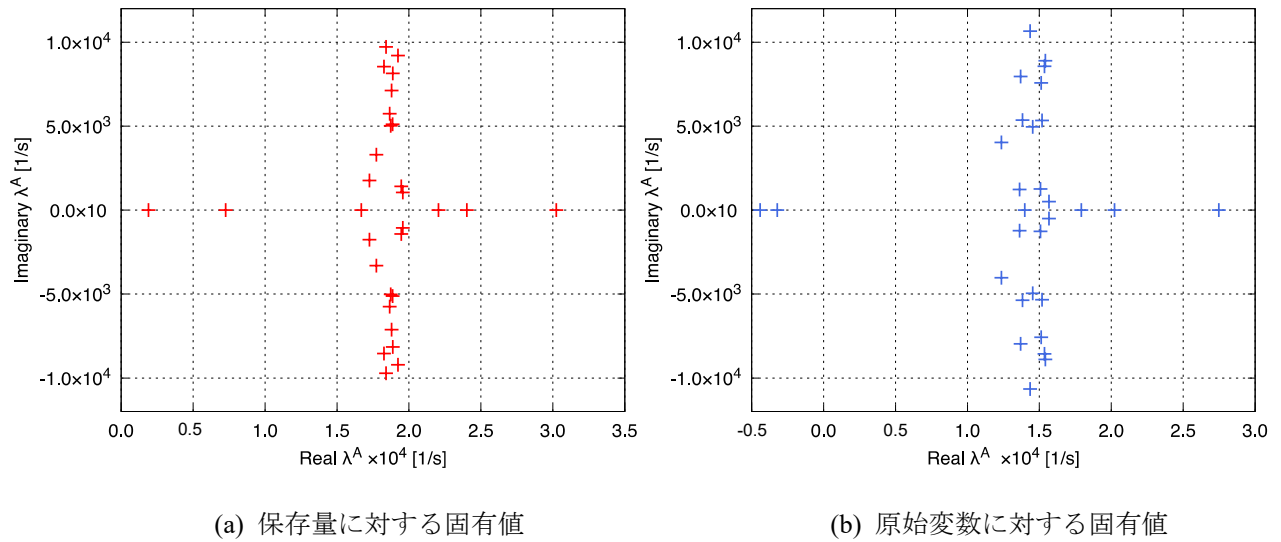


図 5.1 固有値 λ^A の分布

5.2 微小擾乱伝播の確認

全体安定性解析では微小擾乱は流れ場全体に付加して時間発展を行う．ここでは時間発展を行うことで固有モード分布上でも微小擾乱が主流に乗って流れることを確認する．そのため， $x = 0.0081[\text{m}]$ の面のみに擾乱を付加し，流体が主流速度でおよそ $0.001[\text{m}]$ 進む程度の無次元時間である 1.15×10^{-5} を与えた時の最大固有値に対する温度擾乱の固有モード分布を確認する．図 5.2 では境界層や衝撃波などの影響が小さい短径側対称境界面付近の流入境界面での最大固有値に対する温度擾乱の固有モード分布を示す．微小擾乱を付加した $x = 0.0081[\text{m}]$ の位置から擾乱の強めあいや弱め合う分布が $x = 0.0090 - 0.0092[\text{m}]$ まで伸びていることが確認できる．このことから流れ場の保存量行列を Hessenberg 行列により近似した近似行列のから得た固有モード分布上でも擾乱成分が後流へ伝播している可能性が高いと考えられる．

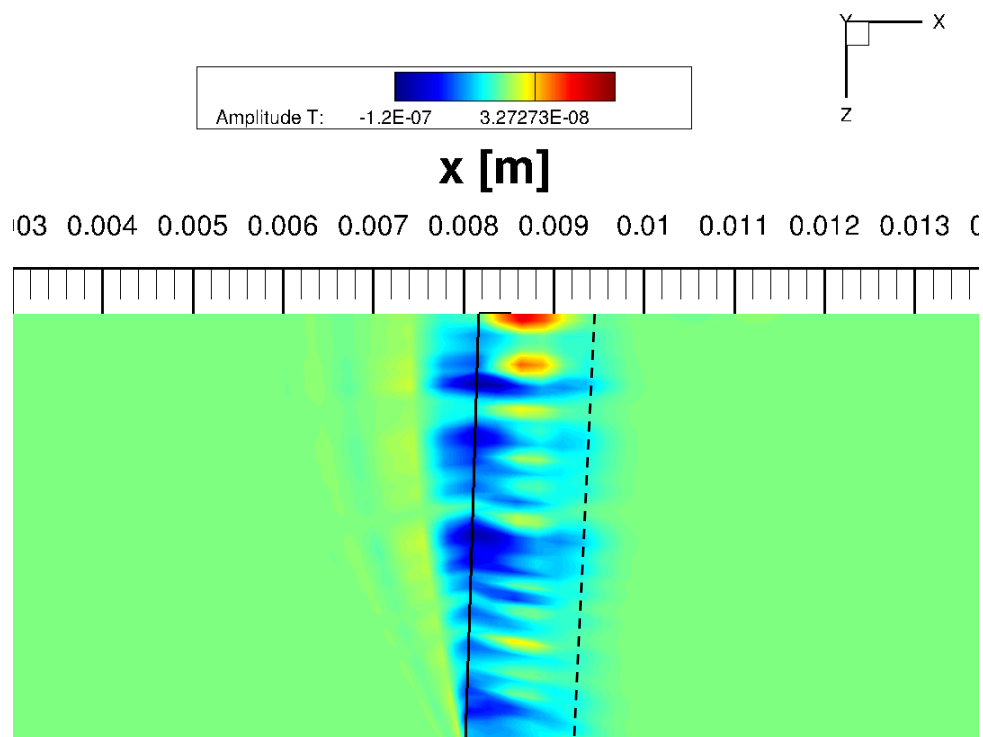


図 5.2 微小擾乱がおよそ $0.001[\text{m}]$ 程度流れる積分時間を与えた時の最大固有値に対する温度に対する固有モード分布

5.3 衝撃層内における固有モード分布

平均流に対して全体安定性解析を行った結果得られた実最大固有値に対応する密度擾乱の固有モード分布を図 5.3 に示す。全体の特徴として、長径側衝撃層内において **Attachment** 不安定性が由来であると考えられる密度擾乱の振幅の強めあいの分布が確認できる。また流出面における最大固有値に対する密度擾乱の固有モード分布を図 5.4 に示す。衝撃波面から壁面へ縞模様の分布が生じていることが確認できる。この分布は衝撃波面付近の計算格子線に沿った分布であり、数値的なものである可能性が高い。

短径側境界層外縁付近から $z = 0.06[\text{m}]$ 付近までの外縁で擾乱の強め合いや弱め合いを表す分布が交互に位置している様子が確認できる。特に **Centerline** にあるキノコ状の縦渦やその隣にある縦渦の位置での分布について、壁面に向かって渦巻いている部分では強め合う分布構造が見られ、壁面に近づくと弱め合う分布構造に変わっていることが確認できる。よってこの部分は位置や分布形状から縦渦に由来する分布である可能性が高いと考えられる。

また説明の為、T. J. Juliano と S. P. Schneider によって行われた風洞実験による加熱率分布を図 5.5 に示す。**Centerline** 上の $x = 0.270[\text{m}]$ 以降においての境界層の乱流遷移によって加熱が確認されており、その点を点 A とおく。また $y = 0.04 [\text{m}]$ の位置でストリーク状の加熱が確認され始めた $x = 0.255[\text{m}]$ の位置を点 B とおく。

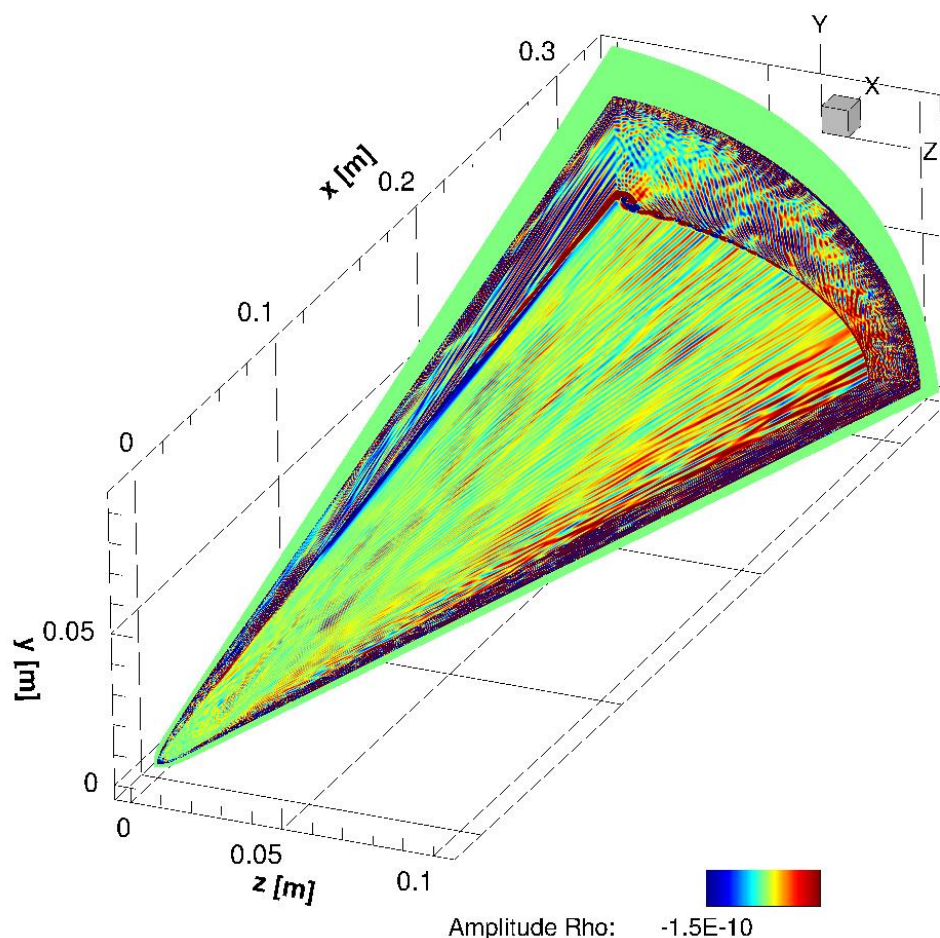


図 5.3 実最大固有値に対する密度擾乱の固有モード分布

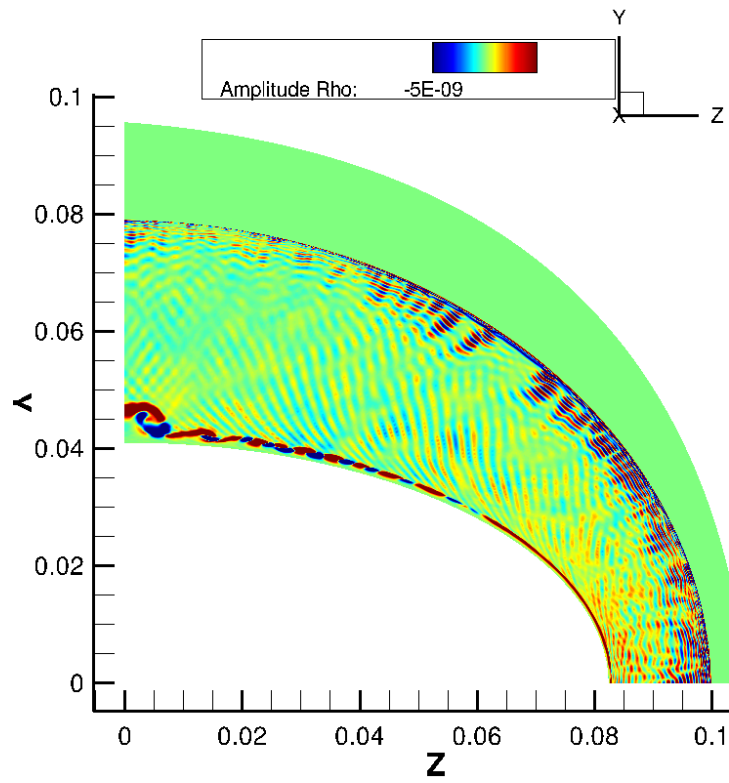


図 5.4 流出面における最大固有値に対する密度擾乱の固有モード分布

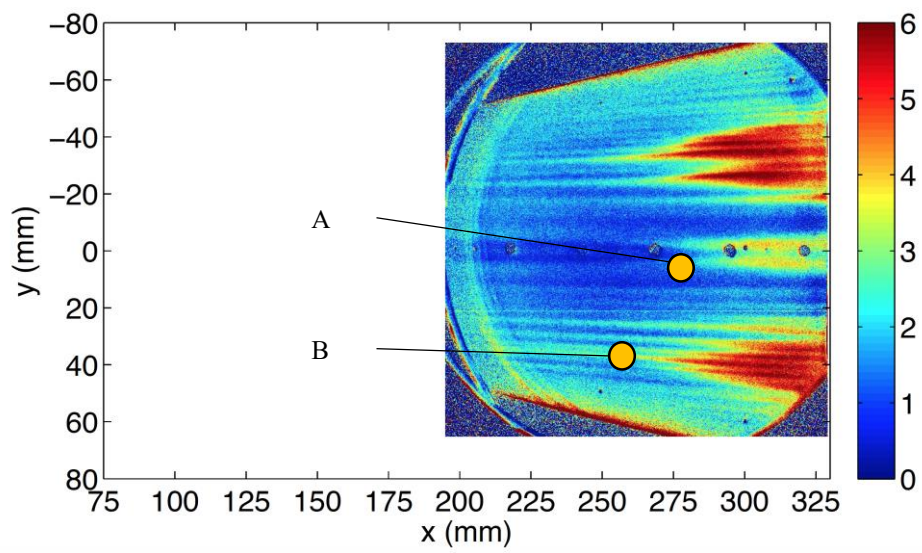


図 5.5 極超音速風洞を用いた壁面加熱率分布の計測結果 [13]

5.4 短径側境界層内での固有モードの特徴的構造

図 5.6 は点 A を通過する境界層内の複数の流線によって構成された流線面とその流線面上での最大固有値に対する圧力擾乱の固有モード分布を示す。点 A で壁面近傍を流れる流体は、先端部に遡ってみていくと、長径側境界層内を経由していることが確認できる。赤四角の拡大図を見ると対称境界面付近では振幅の大きな特徴的構造を表していることが確認できる。

また青四角内の特徴的な構造について考察を行う。説明のため、青四角の特徴的構造を通過する流線面を抽出し、流線面を構成する流線の本数を減らし拡大したものを図 5.7 に示す。流線の上流で特徴的構造 (橙色の円) を経由した上で流線のねじれ (水色の円) も存在する複数本の流線 (流線群 S1) と上流で特徴的構造を経由するが流体のねじれが存在しない流線 (流線群 S2) に分けることができる。流線群 S1 では青四角内で圧力擾乱の振幅の強めあいが大きいが生線群 S2 では比較的小さいことが確認できる。

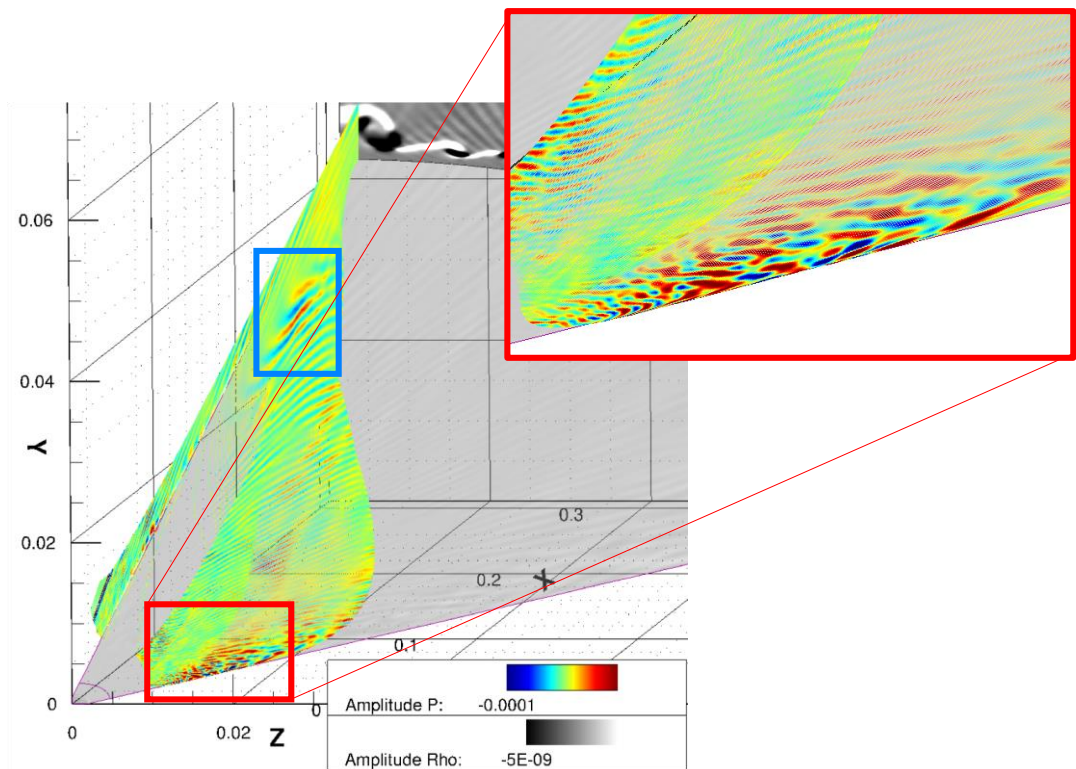


図 5.6 点 A を通過する境界層内の複数の流線によって構成された流線面

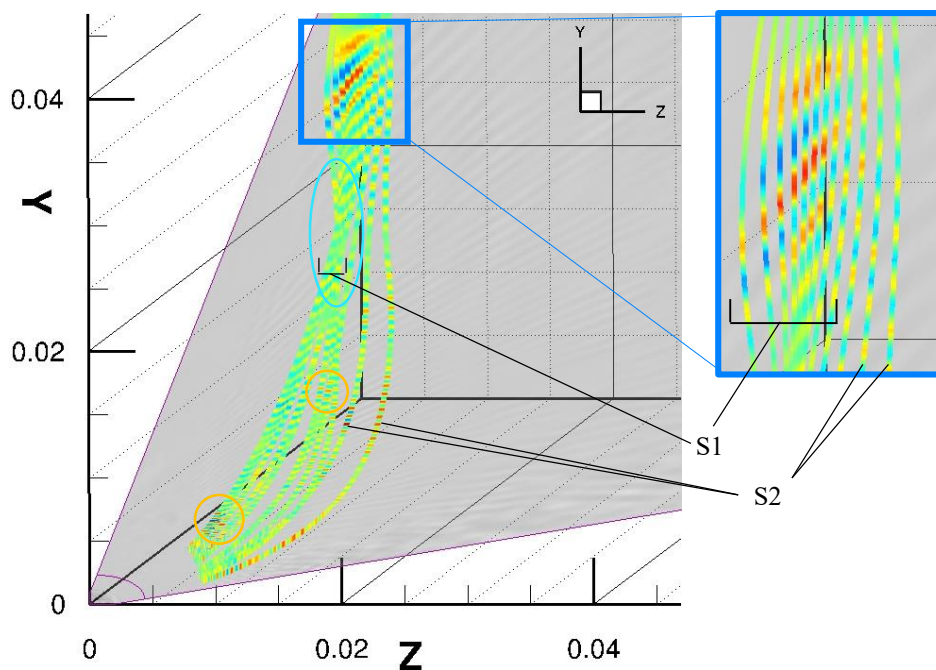


図 5.7 図 5.6 における先端の拡大図

5.5 クロスフローにおける固有モードの特徴的構造

図 5.8 に境界層厚さ約90%位置での最大固有値に対する温度擾乱の固有モード分布を示す. この分布は T. J. Juliano と S. P. Schneider によって行われた壁面加熱率の計測で得られたストリーク状の分布(図 5.5)の位置や形状が類似していることが確認できる.

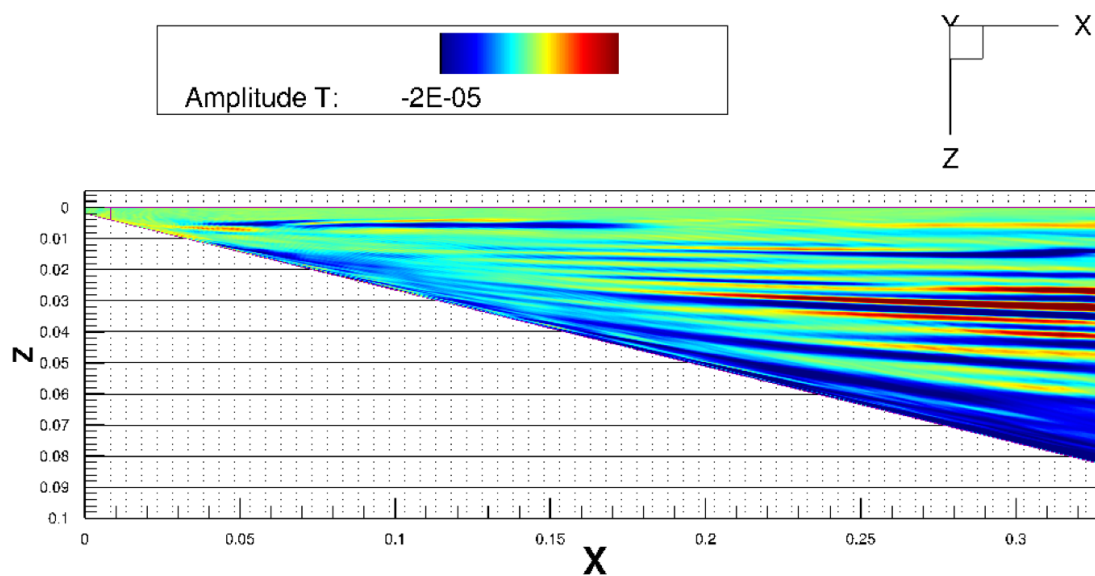


図 5.8 境界層厚さ約90%位置での最大固有値に対する温度擾乱の固有モード分布

5.6 長径側境界層内での固有モードの特徴的構造

図 5.9 に長径側対称境界面付近の境界層内における，特に振幅の大きい最大固有値に対する圧力擾乱の固有モード分布を示す．境界層外縁において $x = 0.04[\text{m}]$ 付近から $x = 0.05[\text{m}]$ にかけて擾乱の強め合う分布と弱め合う分布が絡み合うような特徴的な構造が確認できる．

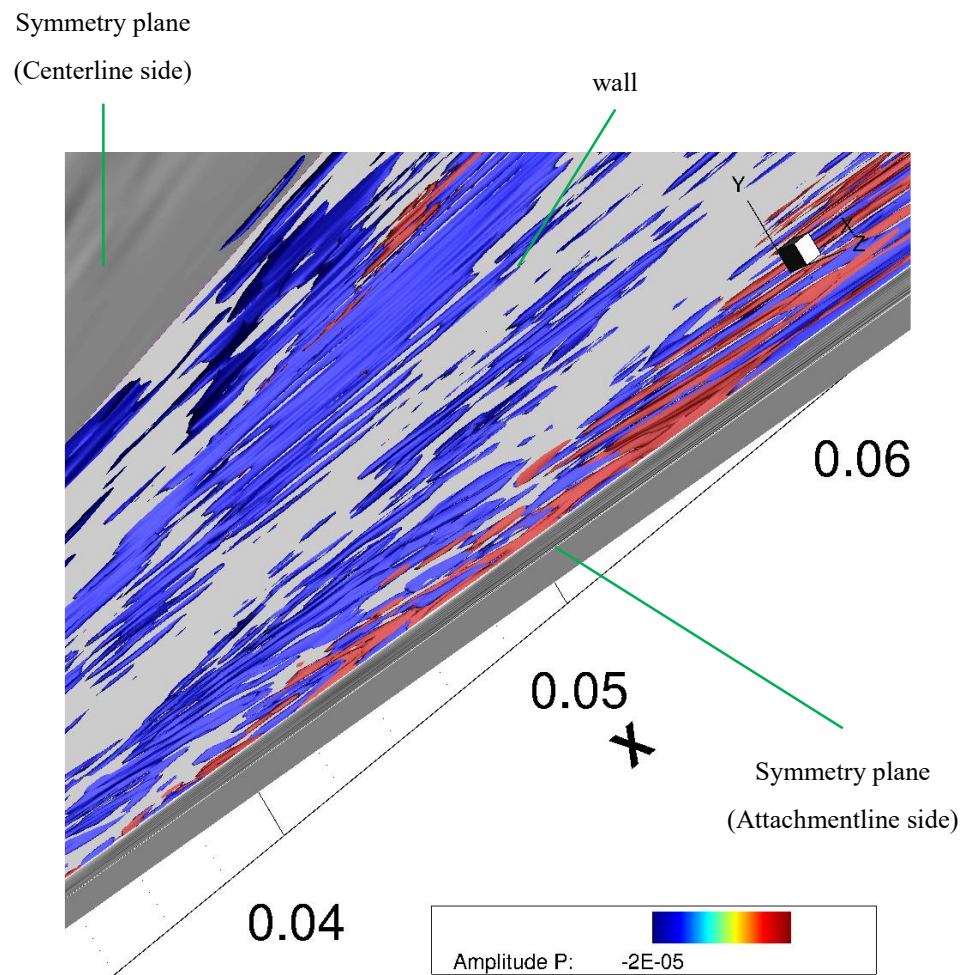


図 5.9 長径側対称境界面付近の境界層内における特に強い振幅をもつ最大固有値に対する圧力擾乱の固有モード分布

第 6 章

結論

本研究では極超音速流内における乱流遷移位置の予測に向け、HIFiRE-5 模型周りの全体安定性解析を行ない流れ場の特徴を調査した。模型周りの流れ場の計算結果から短径側対称境界面で形成されるキノコ状の縦渦やそれと並行する縦渦を比較的良好な解像度で解くことができた。また境界層外縁付近では速度ベクトルの変曲点を確認できた。Centerline 付近におけるストリーク状の高加熱部の境界層内を通過する流線に沿った流れ場の最大固有値に対する圧力擾乱の固有モード分布を見ると、特徴的な強め合いで分布を示した。長径側対称境界面においても特徴的な強め合いや弱め合いの分布構造を確認した。またストリーク状の高加熱が始まる点における境界層内の流線上で分布を調査した。最大固有値に対する温度擾乱の固有モード分布は実験で得られたストリーク状の加熱率分布と同様な分布傾向が得られた。

今後他の主流条件についても全体安定性解析を行い、得られた結果と実物理現象との相関について調査し議論を深めていく。

付録

全体安定性解析における実最大固有値の有無

全体安定性解析では平均流計算で得られた保存量から近似行列を作る．その固有値の中で最も不安定な流れ場を表す実最大固有値を得る．積分時間 1.0×10^{-4} ，反復回数 50 回とした際，計算格子の違いや使用したスキームの違いにより実最大固有値が顕在する場合と他と区別しきれない場合があった．本節ではその有無についてまとめる．表 I に使用した計算格子の比較を示す．本論文で扱った結果は Fine mesh の計算格子を用いたものである．密度残差が一定になるまで数値流束に AUSM-DV，時間積分法として 1 次精度 Euler 法，空間精度は 2 次精度 MUSCL 法を用いて流れ場計算を行なう．その後，空間精度のみを 5 次精度 WENO 法に変更し流れ場計算を再開した．密度残差が再度一定になるまで計算後，時間積分法のみを 1 次精度 Euler 法から 3 次精度 TVD-Runge-Kutta 法に変更して引き続き流れ場計算を行なった．密度残差が一定の値に収束後，得られた流れ場の情報を用いて全体安定性解析を行なったところ図 5.1 のように実最大固有値を得ることができ，本論文で取り上げた．しかし 2 度目の計算手法の変更の際，時間積分法に加え数値流束を AUSM-DV から SLAU[40]と Thornber による修正[41]を組み合わせた計算法に変更した流れ場を用いて安定性解析を行なった結果，得られた固有値から突出した実最大固有値は得られなかった．

次に表 I における Coarse mesh A について示す．Fine mesh と Coarse mesh A は事前の流体計算により衝撃波位置を特定し壁面近傍と衝撃波付近で格子幅が小さくなるようにした．流れ場の違いとして Coarse mesh A は Fine mesh よりやや解像度の劣る計算格子であることに伴い，短径側壁面付近の縦渦もはっきりと解ききれていないことを確認した．その Coarse mesh A を用いて，まず実最大固有値が得られた流れ場計算について示す．計算条件は初期ステップから密度残差が一定になるまで数値流束に AUSM-DV，時間積分法に 1 次精度 Euler 法，空間精度に 3 次精度 MUSCL 法とした．その後，同様に 5 次精度 WENO 法と 3 次精度 TVD-Runge-Kutta 法に変更し，密度残差が一定になるまで計算を行なった．この流れ場の情報を用いて行なった安定性解析においては実最大固有値を得ることができた．次に実最大固有値が得られなかった流れ場計算条件について示す．1 つ目のパターンは初期ステップから密度残差が一定になるまで数値流束に AUSM-DV，時間積分法に 1 次精度 Euler 法，空間精度に 2 次精度 MUSCL 法を用いた計算である．2 つ目のパターンは初期ステップから密度残差が一定になるまで数値流束 SLAU に Thornber による修正法を組み合わせる手法を用い，時間積分法には 1 次精度 Euler 法，空間精度に 3 次精度 MUSCL 法を用いた計算である．このことから Coarse mesh A 程度の解像度の計算格子を用いて全体安定性解析を行う際は，空間精度に少なくとも 3 次精度の MUSCL 法を用いることによって実最大固有値が得られることが分かった．

最後に表 I の Coarse mesh B については計算格子の衝撃波適合を行なっていないため，解が衝撃波近傍でやや鈍っていることを確認した．また，実最大固有値も得られなかった．

以上より全体安定性解析を行う際に衝撃波適合した Fine mesh や Coarse mesh A の計算格子を用い，数値流束に AUSM-DV を使うことで実最大固有値が得られることがわかる．また壁面近傍における最

小格子幅がより小さく，総格子点数が多い **Fine mesh A** を用いることで解像度の高い流れ場の情報を使って全体安定性解析を行い実最大固有値を得ることができた．

表 I 使用した計算格子の比較

	格子点数	最小格子幅 [mm]	衝撃波適合
Fine mesh	257-321-257	0.5×10^{-3}	有
Coarse mesh A	129-257-193	1.0×10^{-3}	有
Coarse mesh B	129-257-129	1.0×10^{-3}	無

参考文献

- [1] D. J. Dolvient, “Hypersonic international flight research and experimentation (HIFiRE) fundamental sciences and technology development strategy,” AIAA Paper 2008-2581, 2008.
- [2] J. Odam, A. Paull, H. Alesi, D. Hunt, R. Paull and R. Pistsch, “HIFiRE-0 Flight Test Data,” 16th AIAA/DLR/DGLR International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, 2009-7293, 2009.
- [3] S. A. Stanfield, R. L. Kimmel and D. Adamczak, “HIFiRE-1 Data Analysis: Boundary Layer Transition Experiment During Reentry,” 50th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, 2012.
- [4] F. Li, M. Choudhari, C. L. Chang, R. L. Kimmel, D. Adamczak and M. Smith, “Transition Analysis for the Ascent Phase of HIFiRE-1 Flight Experiment,” *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol 52, No.5, 2015, pp. 1283-1293.
- [5] M. P. Borg and R. L. Dolvient, “Ground Test of Transition for HIFiRE-5b at Flight-Relevant Attitudes,” *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol 55, No.6, 2018, pp. 1341-1355.
- [6] R. L. Kimmel, D. Adamczak, K. Berger, and Choudhari, “HIFiRE-5 flight vehicle design,” AIAA Paper 2010-4985, 2010.
- [7] R. Kimmel, D Adamczak, D. Gationde, A. Rougeux and J. R. Hayes, “HIFiRE-1 Boundary Layer Transition Experiment Design,” 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 2007-11, 2007.
- [8] M. Choudhari, C. L. Chang, T. Hentink. F. Li, K. Berger, G. Candler and R. Kimmel, “Transition Analysis for the HIFiRE-5 Vehicle,” 39th AIAA Fluid Dynamics Conference, 2009-4056, 2009.
- [9] R. Kimmel, D. Adamczak, T. Juliano and A. Paull, “HIFiRE-5 Flight Test Preliminary Results,” 51st Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, 07-10, 2013.
- [10] T. J. Juliano, L. A. Paquin and M. P. Borg, “HIFiRE-5 Boundary-Layer Transition Measured in a Mach-6 Quiet Tunnel with Infrared Thermography,” *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol 57, No. 5, 2019, pp.2001-2010.
- [11] P. Paredes and V. Theolis. “Spatial linear global instability analysis of the HIFiRE-5 elliptic cone model,” AIAA Paper 2013-2880, 2013.
- [12] F. Li, M. Choudhari, C. L. Chang, J. White, R. Kimmel, D. Adamczak, M. Borg S. Stanfield and M. Smith, “Stability Anaysis for HIFiRE Experiments,” 42nd AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit, AIAA paper 2012-28, 2012.
- [13] T. J. Juliano and S. P. Schneider, “Instability and Transition on the HIFiRE-5 in a Mach-6 Quiet Tunnel,” AIAA paper 2010-5004, 2010.
- [14] T. J. Juliano, D. Adamczak and R. Kimmel, “HIFiRE-5 Flight Test Heating Analysis,” 52nd Aerospace Sciences Meeting, 2014.
- [15] D. J. Dinzl and G. V. Candler, “Direct Numerical Simulation of Crossflow Instability Excited by Microscale Roughness on HIFiRE-5,” 54th AIAA Aerospace Sciences Meeting, 2016.

- [16] D. J. Dinzl and G. V. Candler, "Analysis of Crossflow Instability on HIFiRE-5 using Direct Numerical Simulation," AIAA Paper 2015-0279, 2015.
- [17] M. P. Borg and R. L. Kimmel, "Ground Test Measurements of Boundary-Layer Instabilities and Transition for HIFiRE-5 at Flight-Relevant Attitudes," 47th AIAA Fluid Dynamics Conference, 2017.
- [18] 日野幹雄, 流体力学, 朝倉書店, 1992.
- [19] S. Laurence, "Measurements of hypersonic boundary-layer instabilities using a pulsed-laser schlieren technique," Application notes High-speed imaging schlieren, 2017.
- [20] L. M. Mack, "Boundary-layer linear stability theory," Special Course on Stability and Transition of Laminar Flow, AGARD-R- 709, Chap. 3, 1984, pp. 1-81.
- [21] J. L. Lumley, "The Structure of Inhomogeneous Turbulent Flows," Proceedings of the International Colloquium on the Fine Scale Structure of the Atmosphere and Its Influence on Radio Wave Propagation, 1967.
- [22] G. Berkooz, P. Holmes and J. L. Lumley, "The Proper Orthogonal Decomposition in the Analysis of Turbulent Flows," *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 25, No. 1, 1993, pp. 539-575.
- [23] L. Cordier and M. Bergmann, "Proper orthogonal Decomposition: An Overview," Lecture series 2002-04, 2003-03 and 2008-01 on Post-Processing of Experimental and Numerical Data, Von Karman Institute for Fluid Dynamics 2008, VKI, 2008, pp. 46.
- [24] B. C. Moore, "Principal Component Analysis in Linear Systems Controllability, Observability, and Model Reduction," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 26, No. 1, 1981, pp. 17– 32.
- [25] P. J. Schmid and J. Sesterhenn, "Dynamic Mode Decomposition of Numerical and Experimental Data," 61st Annual Meeting of the APS Division of Fluid Dynamics, American Physical Soc., College Park, MD, 2008.
- [26] K. Taira, S. L. Brunton, S. T. M. Dawson, C. W. Rowley, T. Colonius, B. J. McKeon, O. T. Schmidt, S. Gordeyev, V. Theofilis and L. S. Ukeiley, "Modal Analysis of Fluid Flows: An Overview," *AIAA Journal*, Vol. 55, No. 12, 2017, pp. 4014-4041.
- [27] Y. Ohmichi and K. Suzuki, "Fundamental study on numerical methods of global stability analysis for compressible flows with shock wave," AIAA Paper 2013-3206, 2013.
- [28] V. Theofilis, "Advances in Global Linear Instability of Nonparallel and Three-Dimensional Flows," *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 39, No. 4, 2003, pp. 249–315.
- [29] 松瀬裕二, "円錐形状周りにおける極超音速流れの全体安定性," 東北大学大学院修士学位論文, 2016.
- [30] H. Tanno, T. Komuro and K. Sato, "Measurement of hypersonic boundary layer transition on cone models in the free-piston shock tunnel Hiest," AIAA Paper 2009-781, 2009.
- [31] S. Gottlieb and C. W. Shu, "Total Variation Diminishing Runge- Kutta Schemes," ICASE Report No. 96-50, 1996.
- [32] Y. Wada and M. S. Liou, "A Flux Splitting Scheme with High-Resolution and Robustness for Discontinuities," AIAA Paper 94-0083, 1994.
- [33] X. D. Liu, S. Osher and T. Chen, "Weighted Essentially Nonoscillatory Schemes," *Journal of Computational Physics*, Vol. 115, 1994, pp. 200-212.
- [34] W. E. Arnoldi, "The principle of minimized iterations in the solution of the matrix eigenvalue problem," *Quarterly of Applied Mathematics*, Vol. 9, No. 1, 1951, pp. 17-29.

- [35] 千葉賢, “円柱を過ぎる流れの全体不安定性に関する研究,” 日本流体力学会会誌「流れ」, Vol. 15, 1996, pp. 295-307.
- [36] V. Theofilis, “Global linear instability,” *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 43, No.10, 2011, pp. 319-352.
- [37] 河端恭平, “楕円錐周りの極超音速クロスフロー不安定の数値的研究,” 高知工科大学大学院修士学位論文, 2018.
- [38] 宇田惟一朗, 高橋聖幸, 大西直文, “極超音速流中を伝播する不安定モードの数値解析,” 第 50 回流体力学講演会 JSASS-2018-2148, 2018.
- [39] 久保田弘敏, 鈴木宏二郎, 綿貫忠晴, 宇宙飛行体の熱気体力学, 東京大学出版会, 2002, pp. 256-257.
- [40] E. Shima, and K. Kitamura, “On New Simple Low-Dissipation Scheme of AUSM-Family for All Speeds,” AIAA paper 2009-136, 2009.
- [41] B. Thornber, A. Mosedale, D. Drikakis, D. Youngs, and R. Williams, “An improved reconstruction method for compressible flows with low Mach number features,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 227, 2008, pp. 4873-4894.

謝辞

本研究を行うにあたって、高知工科大学の荻野 要介 講師には毎週のミーティングを始め、研究に関して右も左もわからず力不足な私に対して様々な御指導を頂きました。また研究の始め方・進め方、結果に対して時に厳しくかつ的確な御意見を頂くことも多々ありました。さらに夜遅くまで御指導、御助言して頂いたり、休日にも関わらず論文の執筆の仕方などを御支援して頂き充実した研究生活を送ることができました。荻野先生の熱心な御指導に深く感謝申し上げます。

高知工科大学の野崎 理 教授には多大なる御指導と御意見を頂きました。特に全体報告会では研究内容の発表の行い方など御助言を頂きました。深謝申し上げます。

航空エンジン超音速流研究室の超音速班の皆さまには研究やゼミ、ミーティングなどで様々なご支援をいただきました。特に河端 恭平 様には、本研究を私に一から丁寧に教えてくださったと同時に、様々な御助言を頂きました。また研究室生活においても多くの御支援を頂きました。心から感謝申し上げます。唐澤 颯人 様、廣原 和希 様、砂辺 一行 様、豊田 有里 様には親しく接して頂きました。また研究のことで熱心に御指導を頂いたり、遅くまで様々な相談にも乗って頂いたこともありました。おかげさまで充実した研究室生活を送ることができました。心より感謝申し上げます。そして同期の秋田 智也 君、瀧日 葵 君、田村 北斗 君にはおたがいに切磋琢磨すると同時に親しく接して頂いた為、大変充実した研究生活を送ることができました。深く感謝申し上げます。

最後に充実した学生生活を送らせて頂きました両親と弟には深く感謝申し上げます。