

2023（令和5）年度 修士学位論文

差分格子ボルツマン法による空力音響解析と
航空機開発のための騒音予測

Computational Aeroacoustics Analysis by Finite Difference Lattice
Boltzmann Method and Noise Prediction for Aircraft Design

2024年3月1日

高知工科大学大学院 工学研究科基盤工学専攻
知能機械工学コース

1265007 久保田 佑弥

指導教員 荻野 要介

目次

第1章 緒言.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.1.1 近年の航空輸送需要と騒音の規制.....	1
1.1.2 航空機の騒音源と機体騒音.....	2
1.1.3 機体騒音の予測.....	3
1.2 差分格子ボルツマン法.....	4
1.3 研究目的.....	6
第2章 数値計算手法.....	7
2.1 無次元数の定義.....	7
2.2 速度空間の離散化.....	7
2.3 基礎方程式.....	8
2.4 座標変換.....	13
2.7 計算手順.....	14
2.7 計算機性能.....	15
第3章 円柱まわりの放射音予測.....	16
3.1 計算対象.....	16
3.2 円柱表面圧力係数の比較.....	17
3.3 C-FDLBM を用いた放射音予測.....	19
3.4 LES-C-FDLBM を用いた放射音予測.....	22
3.5 計算時間.....	27
第4章 結言.....	28
参考文献.....	29
謝辞.....	33

第1章 緒言

1.1 研究背景

1.1.1 近年の航空輸送需要と騒音の規制

2020年の世界はCOVID-19に直面し、治療薬も予防薬も無い状態で感染の拡大防止に尽力していたため、人々の生活に様々な制約が課せられていた。その結果、世界各国のGDP成長率は世界恐慌に匹敵する落ち込みを記録した^[1]。その中でも航空輸送需要(Revenue Passenger Kilometers: RPK)は、国際線では入国禁止、あるいは許可されても到着後に一定期間の自己隔離が求められるなどの負担が課せられていたため、さらに甚大な影響を被った^[2]。その後、2021年にワクチンや軽症者用の治療薬も実用化されるようになり、同年後半からは国内線を中心に輸送実績の回復が始まった。さらに2022年は初期回復の年となり世界のRPKは2019年の70%にまで回復した。2023年は90%まで回復する見込みとなり、エアラインの利益回復も機材需要も回復に向かいCOVID-19からの脱出は確実となっていた。民間航空機に関する市場予測では、2042年のRPKは2019年のRPKと比較して2.16倍にまで増加すると予測され^[3]、都市圏の空港周辺では騒音被害の増加が予想されている。

年々増加するRPKに対して、国際民間航空機関(International Civil Aviation Organization: ICAO)はこれまでに段階的に航空機が発生させる騒音に規制を設けている^[4]。図1.1は亜音速ジェット機の騒音レベルとICAO騒音規制値の変遷^[5]を表している。年々騒音の規制値は強化されており、航空機の設計・開発現場ではICAOの騒音基準に基づく騒音レベル以下であることが求められている。

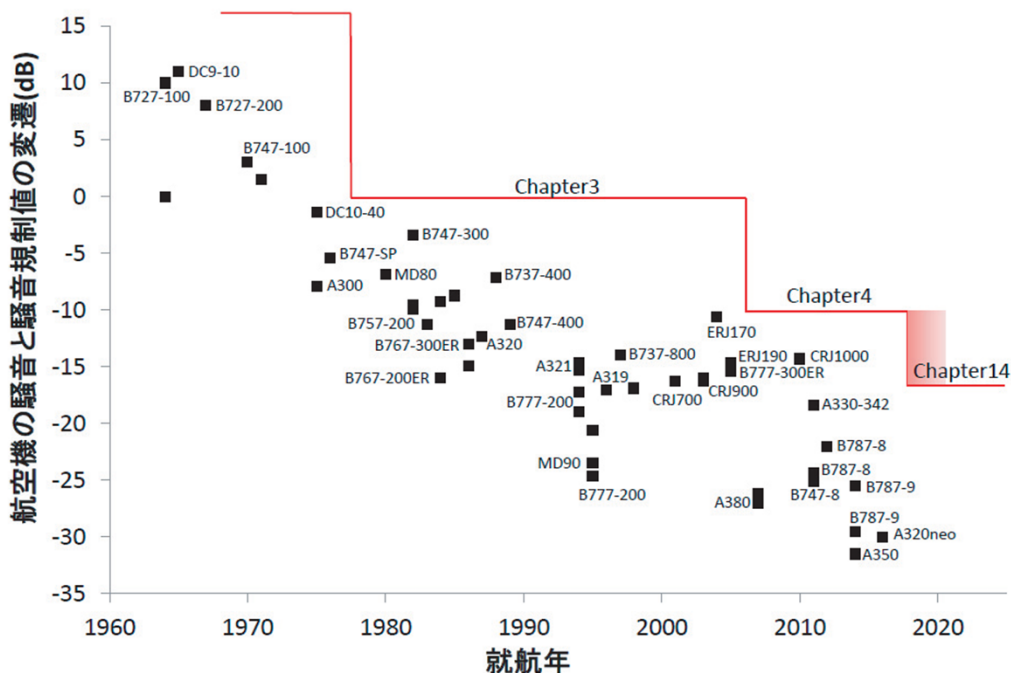


図 1.1 亜音速ジェット機の騒音レベルと ICAO 騒音規制値の変遷^[5]

1.1.2 航空機の騒音源と機体騒音

航空機における騒音とは、降着装置や高揚力装置まわりから発生する機体騒音とジェット噴流由来のエンジン騒音とに大別される。機体騒音は、機体表面の境界層乱れや後流への渦流出が物体表面に圧力変動をもたらすことによって生じる空力音が音源となっている^[6]。エンジン騒音の中でも環状翼列まわりの流れに関連して発生するファン騒音や排気ジェットと周囲の空気との速度剪断による乱れから発生するジェット騒音がエンジン騒音の主音源となり、離陸時において支配的になる^[5]。

これまでのジェット騒音に関する研究では、エンジンが吸い込んだ空気を燃焼器へ通過させるコア流とファンのみへ通過させバイパスさせるバイパス流に分け、コア流に対するバイパス流の比を増加させる高バイパス比化が行われてきた。加えて、ノズルに鋸のような三角形の切れ込みを入れたシェブロンノズル^{[7],[8]}形状を採用することでエンジン騒音のレベルを大幅に改善してきた。図 1.2、図 1.3 は 50 年間の ICAO が定めた騒音規制値に対する推移^[9]を離陸上昇側 (Flyover) の地点、着陸進入側 (Approach) の地点でそれぞれ表したものである。エンジンの技術開発により、バイパス比を増加させることで図 1.2、図 1.3 で示すように騒音が低減していることがみてとれる。しかし、このバイパス比の増加が航空機騒音に大きな効果があるのはエンジンのパワーが上がる離陸上昇側であり、推力を絞る着陸進入側では高バイパス比化の効果は少なく、1990 年頃から騒音の低減は停滞し始めていることが図 1.2、図 1.3 の比較から分かる^[9]。これにより着陸進入側における騒音の支配的要因として、機体と気流の干渉によって発生する機体騒音が顕在化しており、今後の重要な課題となっている。

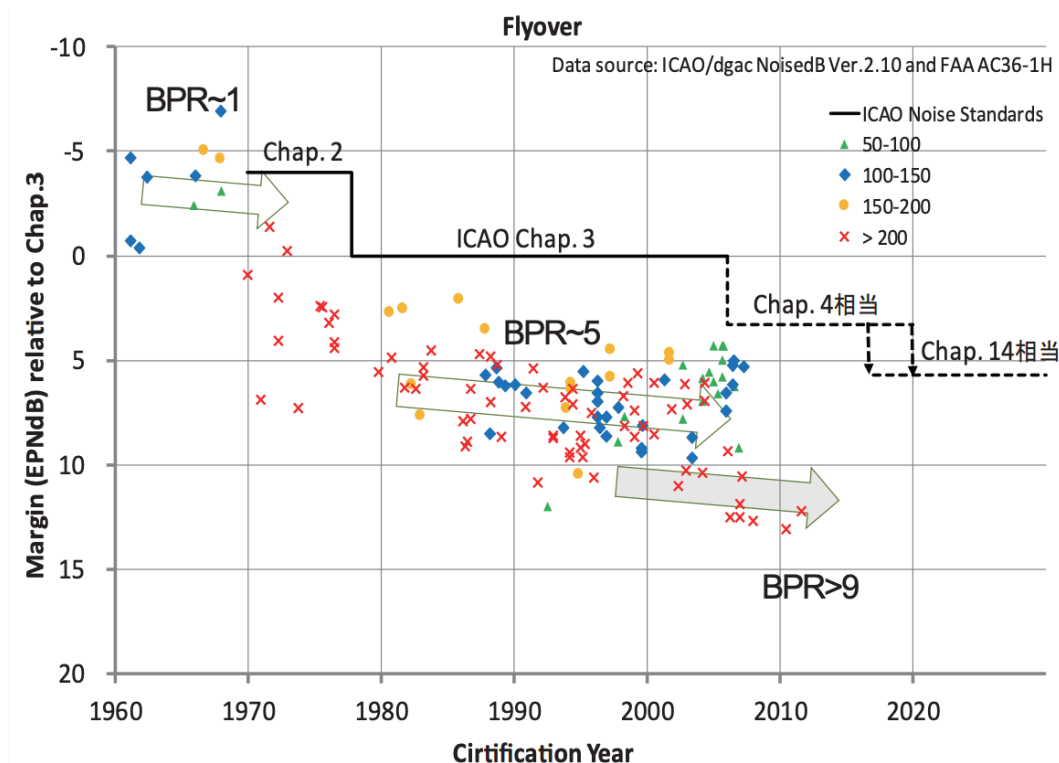


図 1.2 Flyover の騒音低減推移^[9]

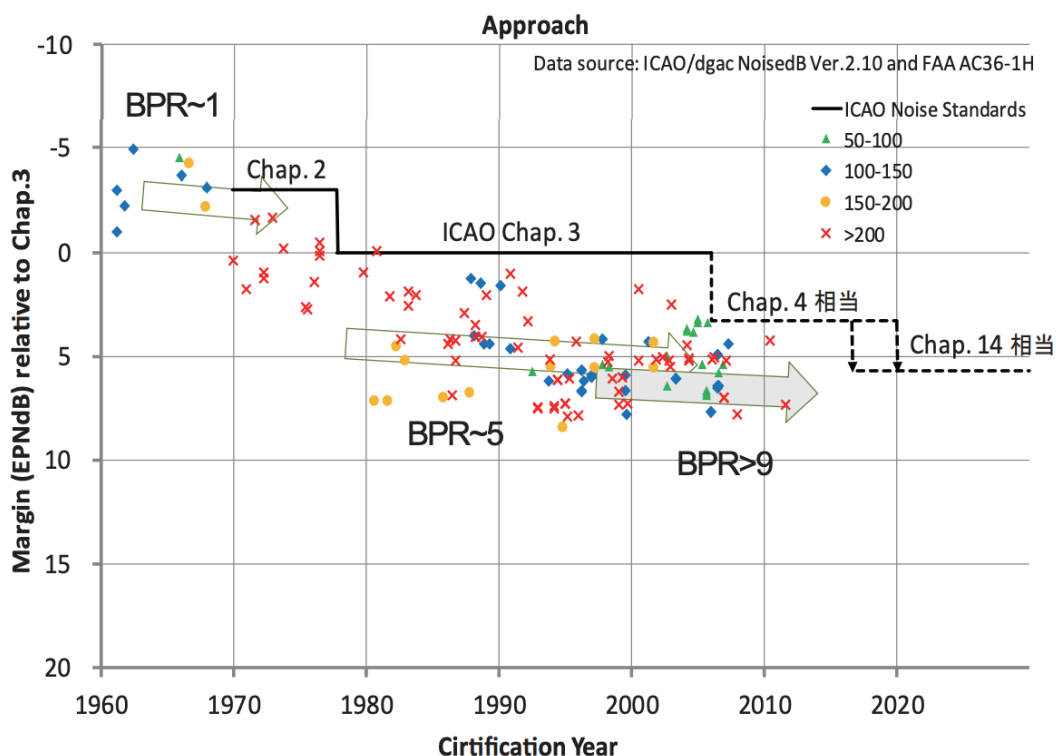


図 1.3 Approach の騒音低減推移^[9]

1.1.3 機体騒音の予測

航空機の開発現場では、実際に飛行試験を行う前に、風洞実験のデータと数値流体力学 (Computational Fluid Dynamics: CFD) による流れの予測が行われている。風洞実験は、短期間で行う事が可能であり、信頼性の高いデータを得ることができる。また CFD 計算は、実験と比較して低コストであり、理論解析が困難な複雑現象のシミュレーションが可能である。この両者の特性を活かした研究が行われ、航空機開発が進められている。

CFD による機体騒音の予測では、流体騒音の解析手法となる空力音響学 (Computational Aeroacoustics: CAA) に対して大きな期待が寄せられている^[10]。空力音の数値予測において流れと音波の発生・伝播を圧縮性 Navier-Stokes 方程式 (N-S 方程式) により直接計算する手法 (Direct Numerical Simulation : DNS) は、音源のモデル化等に伴う近似を含むことなく、微少な乱流渦の挙動を精度良く解くことが可能である。しかし、微少な乱流渦に対し遥かに長さスケールが大きく、また微小な変動である音波の伝播・反射・放射を非定常に解析するためには時間刻み幅や格子を非常に細かくする必要がある。よって膨大な計算コストを要する^[11]。そこで、CAA では非定常な流れから生じる音の発生と伝播を分離して解く分離解法^{[12], [13]}が広く用いられており、DNS と比較して計算コストの大幅な削減に成功してきた^[14]。しかし、流体計算と音の生成・伝播にそれぞれモデル化を施すため、その妥当性の検討が必要である^[15]。また、音の伝播計算では時間刻み幅の制約が厳しく、計算時間が長大になってしまう^[16]。そのため、航空機開発に資する騒音予測ツールとするには更なる計算コストの削減が求められる。

そこで次節では、より計算コストを削減するために本研究の流体解析手法の基盤となる格子ボルツマン法(Lattice Boltzmann Method: LBM)について述べ、続いて差分格子ボルツマン法(Finite Difference LBM: FDLBM)について述べる。

1.2 差分格子ボルツマン法

まず LBM の背景について述べる。LBM は、1960 年代に Von Neumann らにより研究されたセルラオートマトン(Cellular Automaton : CA)^[17]を流体解析に適用した格子ガスオートマトン(Lattice Gas Automaton)から発展し、1988 年に McNamara と Zanetti によって提案され^[18]、近年 CFD の一手法として様々な分野で用いられるようになってきている計算手法である。LBM の概念は流体を有限個の離散速度を持つ仮想的な粒子の集合体として近似を行い、格子上を仮想的な粒子群が並進・衝突し、粒子の存在割合(速度分布関数 f)の時間発展を解くことで流体の巨視的変数を求める数値計算法である。LBM は N-S 方程式を解くのではなく Boltzmann 方程式に基づいた以下の式で速度分布関数の時間発展を解く。

$$\frac{\partial f_i(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \mathbf{C}_{i\alpha} \frac{\partial f_i(\mathbf{x}, t)}{\partial x_\alpha} = \Omega_i(\mathbf{x}, t) \quad (1.1)$$

ここで、添字 i , α は各離散粒子の番号と直交座標をそれぞれ表す。 f_i は離散粒子の速度分布関数、 \mathbf{x} , t はそれぞれ空間と時間、 $\mathbf{C}_{i\alpha}$ は離散粒子速度、 Ω_i は各離散粒子に対応した衝突則である。また、式(1.1)は分子気体力学の支配方程式である Boltzmann 方程式の速度空間を有限個の粒子速度へ離散近似することで得られる。

LBM の利点は、本来無限に存在する速度ベクトルを有限種類に限定することで計算機の負荷を低減できることである。また、従来の流体解析手法では連続の式、運動量の式、エネルギーの式を連立して解かなければならず、加えて非圧縮性流体解析の場合は収束判定に時間を要するポアソン方程式を解くため計算時間が長大となっていた。一方、LBM においては 2 章で詳しく述べるが、速度分布関数の時間発展方程式のみを解くことで流体の巨視的変数を求めることができ、ポアソン方程式を繰り返し計算して圧力分布を求める必要もない。そのため計算アルゴリズムがシンプルであり、陽解法であるため並列計算に適している^{[19],[20]}。近年では LBM の大規模計算に GPU(Graphics Processing Unit)並列化を活用した研究が進んでおり、血管内の流れの解析^[21]や都市部 10km 内の気流シミュレーション^[22]などが行われている。また、音響計算では非常に相性が良く^{[23],[24]}、分離解法の音の伝播計算に用いられている線形オイラー方程式(Linearized Euler Equation : LEE)^{[25],[26]}の解析と比較して計算時間が大幅に短縮できることがわかっている。一方で欠点としては、粒子の運動を有限の方向に離散化した数だけ速度分布関数を用意する必要があり、結果として通常の流体解析コードでの計算に比べ使用メモリが増加してしまう点である。

LBM は衝突則のモデル化によって様々な種類がある。例えば、広く用いられている衝突則として、ボルツマン方程式の衝突項を平衡状態までの緩和過程とした BGK(Bhatnagar-Gross-

Krook)モデル^[27]がある。BGK モデルは以下の式の時間発展を解いている。

$$\frac{\partial f_i(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \mathbf{C}_{i\alpha} \frac{\partial f_i(\mathbf{x}, t)}{\partial x_\alpha} = \frac{1}{\tau} (f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) - f_i(\mathbf{x}, t)) \quad (1.2)$$

ここで、 τ は単一緩和時間係数と呼ばれる定数であり衝突の頻度を表す。 f_i^{eq} は各離散速度方向における粒子の局所平衡分布関数である。例えば、2次元で9方向に速度空間を離散化した2次元9方向モデル(D2Q9model)における局所平衡分布関数 f_i^{eq} は以下の Maxwell-Boltzmann 分布を Taylor 展開して得た式により、導出される。

$$f_i^{eq} = \omega_i \rho \left[1 + \frac{\mathbf{C}_{i\alpha} \cdot \mathbf{u}}{C_s^2} + \frac{(\mathbf{C}_{i\alpha} \cdot \mathbf{u})^2}{2C_s^4} - \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}}{2C_s^2} \right] \quad (1.3)$$

ここで、 ω_i は各離散粒子の局所平衡分布関数に対する重み係数、 \mathbf{u} は流れ場の流速、 C_s はLBMに対する音速であり $C_s = 1/\sqrt{3}$ である。BGK モデルから Chapman-Enskog 展開^[28]により N-S 方程式を導出する^{[27],[29]}と、単一緩和時間係数 τ は動粘性係数 ν と以下のような関係が成り立ち、粘性の影響は τ の値により表すことができる。

$$\nu = \frac{c^2 \Delta t}{3} \left(\tau - \frac{1}{2} \right) \quad (1.4)$$

また、レイノルズ数は

$$Re = \frac{3DU}{c^2 \Delta t \left(\tau - \frac{1}{2} \right)} \quad (1.5)$$

となる。ここで、 Δt は時間刻み幅、 D は代表長さ、 U は代表速度であり、数値的安定条件は

$$\tau > \frac{1}{2}, \quad U < 0.42 \quad (1.6)$$

を満たす必要があると実証された^[29]。単一緩和時間係数 τ の安定条件は式(1.4)から導かれる。代表速度 U の安定条件は非圧縮性を考慮する場合であり、 U に関する高次の項を省略することで N-S 方程式を導出できるが、 U が大きくなると高次の項は無視できなくなり圧縮性誤差が発生する。そして、単一緩和時間係数 τ は動粘性係数 ν の間には

$$\tau \propto \nu \quad (1.7)$$

の関係がある。式(1.6)の安定条件と式(1.7)から高レイノルズ数流れの計算を行う場合において、時間刻み幅 Δt を非常に細かく取らざるを得なくなり LBM の計算時間を大幅に短縮できる利点を活かせなくなる^{[30],[31]}。

また、式(1.2)右辺の衝突則は SRT(Single-Relaxation-Time)衝突則と呼ばれており、広く用いられているが高レイノルズ数流れを対象とする計算において高次の散逸誤差が大きくなり計算が不安定となることがこれまでに判っている^[32]。

現在では上記の欠点を克服するよう試みた LBM の研究が多数提案されている。その一つに時間刻み幅を細かくとらなければならない欠点を克服する目的で FDLBM が提案された^[33]。FDLBM とは Boltzmann 方程式を従来の差分法を用いて解き、負の粘性項という修正項を追加したことで、高レイノルズ数流れの計算において Δt の制約を緩和させた計算手法である。次式に FDLBM の基礎方程式を示す。

$$\frac{\partial f_i(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + C_{i\alpha} \frac{\partial f_i(\mathbf{x}, t)}{\partial x_\alpha} + C_{i\alpha} A \frac{\partial [f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) - f_i(\mathbf{x}, t)]}{\partial x_\alpha} = \frac{1}{\tau} (f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) - f_i(\mathbf{x}, t)) \quad (1.8)$$

ここで、式(1.8)の左辺第3項は修正項として加えた負の粘性項であり、 A は負の粘性係数に相当する量($A > 0$)である。式(1.8)を流体力学的変数との関係を導く Chapman-Enskog 展開を行うと、次式の関係を得る。

$$\tau - A \propto \nu \quad (1.9)$$

式(1.7)と比較すると、 A を調整することで τ の値を操作することが可能となり、高レイノルズ数の計算において $\nu \rightarrow 0$ とするとき、 $\tau \rightarrow 0$ とする必要がなくなり、 Δt を非常に細かくする制約を緩和することが可能^{[30],[33]}となり、高レイノルズ数流れに対応した LBM である。

一方、FDLBMも欠点がある。LBMの場合、規則正しい格子上を離散粒子が1時間ステップ毎に隣接する格子に必ず移動するという計算方法であり、境界条件を簡単に与えることができる。しかし、FDLBMでは完全移流型ではなく格子形状と離散粒子の速度ベクトルを分離して解いているため、LBMのような単純な境界条件は適用できない。また、LBMでは複雑形状に対する境界を表現するためにレベルセット関数^[34]や格子と格子の間の壁面を取り扱う Interpolated Bounce-back 法^[35]が開発されており、様々な形状に適応可能である。しかし、FDLBMの場合は直交格子の座標変換を行なって形状を表現するため、航空機の脚まわりから発生する流体騒音の解析など複雑な形状への適応は困難な点がある。

また、高レイノルズ数流れの計算における不安定性を改善するため、分布関数を速度モーメントに変換して複数の緩和時間係数を用いる多緩和時間(Multiple-Relaxation-Time : MRT)衝突則^[36]、Galilei不変性を満足させたことでMRTよりも安定性を向上させたカスケード衝突則^{[37],[38]}、分布関数を統計的な量であるキュムラント C に変換させ衝突過程を計算するキュムラントモデル^[39]がSRT衝突則の改良モデルとして提案されている。また、式(1.2)の右辺の衝突項を0とし、粘性項や温度拡散項を含んだChapman-Enskog型平衡分布関数と呼ばれる関数を用いることでN-S方程式を満たす自由分子型格子ボルツマン法(Free-Molecular-Type Lattice Boltzmann Method : FMT-LBM)^{[40],[41]}が提案され、研究^{[30],[42]}が行われている。

1.3 研究目的

従来の計算手法より計算コストの低いFDLBMを用いて、機体騒音が支配的となる着陸時における流れ場を計算対象とする空力音響計算コードの開発を最終的な目的とする。本研究では、この目的を達成するための第一歩として、一様な流れの中に置かれた円柱から放射される音を計算し、実験^[42]との比較を行う。得られた流動解析結果がN-S方程式を回復できているか確認し、計算コストについて示す。また、非定常な音響伝播の模擬と騒音予測性能について議論する。

第2章 数値計算手法

2.1 無次元数の定義

本研究では無次元数を用いて数値計算を行うため、以下のように定義する。ここで L_0 は基準長さ、 ρ_0 は基準密度、 $C_{s0}(=1/\sqrt{3})$ はLBMによる基準音速である。

$$\begin{aligned} t^* &= \frac{C_{s0}}{L_0} t, & x_\alpha^* &= \frac{x_\alpha}{L}, & C_{i\alpha}^* &= \frac{C_{i\alpha}}{C_{s0}}, & f_i^* &= \frac{f_i}{\rho_0}, & f_i^{eq*} &= \frac{f_i^{eq}}{\rho_0} \\ \rho^* &= \frac{\rho}{\rho_0}, & u_\alpha^* &= \frac{u_\alpha}{C_{s0}}, & p^* &= \frac{p}{\rho_0 C_{s0}^2} \end{aligned} \quad (2.1)$$

ここで、 t, x_α は時間、空間座標であり、添字 α は座標の方向を表している。 $C_{i\alpha}$ は粒子の速度、 $f, f^{(0)}$ は速度分布関数および局所平衡分布関数である。 ρ, u_α, p は密度、流速、圧力である。これより以降の本文では特に記述がない限り無次元変数はアスタリスク(*)を省略している。

2.2 速度空間の離散化

FDLBM は空間を規則的な格子で離散化し、粒子の運動はその格子に沿って有限な方向に制限する。速度や密度などの物理量は各格子点上によって定義する。計算する N-S 方程式の次元やエネルギー保存式を考慮するかによって粒子の速度分布関数の離散点が異なる。本研究では、3次元で速度ベクトルを27方向に離散化した非熱流体モデルであるD3Q27modelを用いた。D3Q27modelの離散粒子速度を表2.1に示す値で定義し、図2.1のように速度空間を離散化する。3次元の離散化モデルもいくつか提案されているが、円柱管内の乱流解析においてD3Q27model以外では平均流速分布に方向依存性が見られ、非物理的な結果^[43]が報告されているため、本研究ではD3Q27modelを用いた。

表2.1 D3Q27modelの離散粒子速度

i	Velocity vector $C_{i\alpha} = (C_{ix}, C_{iy}, C_{iz})$	$ C $
0	(0, 0, 0)	0
1~6	(1, 0, 0), (-1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, -1, 0), (0, 0, 1), (0, 0, -1)	1
7~18	(1, 1, 0), (-1, -1, 0), (1, -1, 0), (-1, 1, 0), (0, 1, 1), (0, -1, -1), (0, 1, -1), (0, -1, 1), (1, 0, 1), (-1, 0, -1), (1, 0, -1), (-1, 0, 1)	$\sqrt{2}$
19~26	(1, 1, 1), (-1, -1, -1), (1, 1, -1), (-1, -1, 1), (1, -1, 1), (-1, 1, -1), (-1, 1, 1), (1, -1, -1)	$\sqrt{3}$

ここで、表2.1の $i=0\sim 26$ は図2.1で示されるように速度0の粒子、面方向に進む粒子、辺方向に進む粒子、頂点方向に進む粒子をそれぞれ表している。

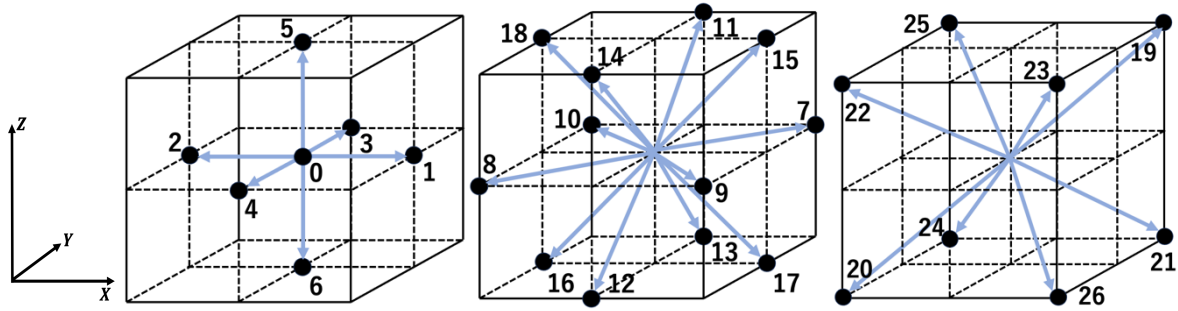


図 2.1 D3Q27model

2.3 基礎方程式

FDLBM は、分子気体力学における Boltzmann 方程式の速度空間を有限個の離散粒子速度に近似して得られる離散化 BGK 方程式に負の粘性項を追加した次式を用いて粒子の存在割合を表す速度分布関数 f_i の時間発展を解く。この方程式は、速度空間を離散化したため速度ベクトルの数だけの方程式を解くことになる。

$$\frac{\partial f_i(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \mathbf{C}_{i\alpha} \frac{\partial f_i(\mathbf{x}, t)}{\partial x_\alpha} + \mathbf{C}_{i\alpha} \frac{A}{\tau} \frac{\partial [f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) - f_i(\mathbf{x}, t)]}{\partial x_\alpha} = \frac{1}{\tau} (f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) - f_i(\mathbf{x}, t)) \quad (2.2)$$

ここで、 f_i は粒子の速度分布関数、添字 i は速度ベクトルを離散化した各番号である。 $\mathbf{C}_{i\alpha}$ は粒子の速度を表しており、添字 α は直交座表、 \mathbf{x}, t はそれぞれ空間と時間である。左辺第 3 項は負の粘性項と呼ばれる修正項であり、 A は負の粘性係数に相当する量 ($A > 0$) である。 τ は単一緩和時間係数と呼ばれる定数であり衝突の頻度を表す。また、 f_i^{eq} は Boltzmann 方程式を Taylor 展開して得られた粒子の局所平衡分布関数で密度 ρ 、流速 \mathbf{u} 、粒子の離散速度 $\mathbf{C}_{i\alpha}$ を用いて以下の式で表される。

$$f_i^{eq} = \omega_i \rho \left[1 + \frac{\mathbf{C}_{i\alpha} \cdot \mathbf{u}}{C_s^2} + \frac{(\mathbf{C}_{i\alpha} \cdot \mathbf{u})^2}{2C_s^4} - \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}}{2C_s^2} \right] \quad (2.3)$$

ここで、 \mathbf{u} は流れ場の流速、 C_s は LBM に対する音速であり $C_s = 1/\sqrt{3}$ である。 ω_i は各離散粒子の局所平衡分布関数に対する重み係数であり、D3Q27model では次の値を用いる。

$$\omega_i = \begin{cases} \frac{8}{27} & (i = 0) \\ \frac{2}{27} & (i = 1 \sim 6) \\ \frac{1}{54} & (i = 7 \sim 18) \\ \frac{1}{216} & (i = 19 \sim 26) \end{cases} \quad (2.4)$$

また、流体力学変数である密度、流速は速度分布関数と離散粒子速度を用いて次のように定義する。

$$\rho = \sum_{i=0}^N f_i \quad (2.5)$$

$$\rho \mathbf{u} = \sum_{i=0}^N f_i \mathbf{c}_{i\alpha} \quad (2.6)$$

次に衝突則について記述する．基礎方程式の右辺は衝突則 Ω_i と呼ばれており，衝突則のモデル化によって様々な種類がある．式(2.2)の右辺は SRT(Single-Relaxation-Time)衝突則とよばれるモデルである．SRT 衝突則は速度分布関数 f_i と局所平衡分布関数 f_i^{eq} との差を単一緩和係数 τ で割ったものを平衡状態までの緩和として解いている．以下に SRT 衝突則を示す．

$$\Omega_i = \frac{1}{\tau} \left(f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) - f_i(\mathbf{x}, t) \right) \quad (2.7)$$

SRT 衝突則は全ての離散粒子が局所平衡状態まで単一緩和時間係数 τ の同一な近づき方をしている． τ は流体の粘性と比例しており， τ が大きければ平衡状態に近づくまでに時間がかかり， τ が小さければ平衡状態に早く到達する．航空機の着陸時のような高レイノルズ数の流れを計算対象とする場合，単一緩和時間係数 τ が1/2近傍になる．しかし，SRT 衝突則を用いた計算では1/2近傍で計算が不安定となり N-S 方程式を回復しない可能性がある．そのため，高レイノルズ数の流れを安定に計算するために衝突則の改良が行われている．安定性を向上させる衝突則として，複数の緩和時間係数を用いる MRT 衝突則^[36]が提案された．次式に MRT 衝突則を示す．

$$\Omega_i = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{S} \mathbf{M} \left(f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) - f_i(\mathbf{x}, t) \right) \quad (2.8)$$

ここで， \mathbf{Q} を速度ベクトルの数とすると行列 \mathbf{M} は $\mathbf{Q} \times \mathbf{Q}$ の行列で，中身は離散粒子速度 $\mathbf{c}_{i\alpha}$ で構成されており，粒子の速度分布関数 f_i に行列 \mathbf{M} をかけてモーメント $\tilde{m}_i = f_i C_{ix}^m C_{iy}^n C_{iz}^p$ に変換する．つまり，行列 \mathbf{M} に分布関数 f_i をかけることで密度や運動量，エネルギーなどの物理量に変換する．モーメント $f_i C_{ix}^m C_{iy}^n C_{iz}^p$ はローモーメントと呼ばれており，添字 m, n, p は0を含む整数であり離散粒子速度に対する乗数を表す．行列 \mathbf{M}^{-1} はモーメントから分布関数に戻す逆変換行列である．行列 \mathbf{S} は各モーメントに適切な緩和時間かける緩和時間行列であり，緩和時間行列 $\mathbf{S} = (s_0, s_1, \dots, s_{Q-1})^T$ となる．この緩和時間行列の値は各物理量によって異なり，密度，運動量は保存されるため0に設定し，動粘性係数，体積粘性係数に対応する物理量には τ を設定する．それ以外の緩和時間係数には任意の値を設定することができ，推奨値が研究されている^[43]．

例として，3次元で速度ベクトルを27方向に離散化した D3Q27model は，分布関数 f_i に行列 \mathbf{M} をかけることで物理量 $\tilde{m}_i = f_i C_{ix}^m C_{iy}^n C_{iz}^p$ に変換し， $\tilde{\mathbf{m}}_i = (\tilde{m}_0, \tilde{m}_1, \dots, \tilde{m}_{26})^T$ となる．K. Suga ら^[43]，F.Dubois ら^[44]に倣い，物理量 \tilde{m}_i を以下のように示す．行列 \mathbf{M} の詳細な導出はグラム-シュミットの正規直行化を施して導出される^{[43],[45]}．

$$\text{[密度]} \quad \tilde{m}_0 = \rho = \sum_{i=0}^{26} f_i \quad (2.9)$$

$$\begin{cases}
\tilde{m}_1 = j_x = \sum_{i=0}^{26} C_{ix} f_i \\
\tilde{m}_2 = j_y = \sum_{i=0}^{26} C_{iy} f_i \\
\tilde{m}_3 = j_z = \sum_{i=0}^{26} C_{iz} f_i
\end{cases} \quad (2.10)$$

[各方向の運動量]

$$\tilde{m}_4 = e = \sum_{i=0}^{26} (C_{ix}^2 + C_{iy}^2 + C_{iz}^2) f_i \quad (2.11)$$

[エネルギー]

$$\begin{cases}
\tilde{m}_5 = XX = \sum_{i=0}^{26} (2C_{ix}^2 - C_{iy}^2 - C_{iz}^2) f_i \\
\tilde{m}_6 = WW = \sum_{i=0}^{26} (C_{iy}^2 - C_{iz}^2) f_i
\end{cases} \quad (2.12)$$

[2 階の応力テンソルの対角成分]

$$\begin{cases}
\tilde{m}_7 = XY = \sum_{i=0}^{26} (C_{ix} C_{iy}) f_i \\
\tilde{m}_8 = YZ = \sum_{i=0}^{26} (C_{iy} C_{iz}) f_i \\
\tilde{m}_9 = ZX = \sum_{i=0}^{26} (C_{iz} C_{ix}) f_i
\end{cases} \quad (2.13)$$

[2 階の応力テンソルの非対角成分]

$$\begin{cases}
\tilde{m}_{10} = \varphi_x = 3 \sum_{i=0}^{26} (C_{ix}^2 + C_{iy}^2 + C_{iz}^2) C_{ix} f_i \\
\tilde{m}_{11} = \varphi_y = 3 \sum_{i=0}^{26} (C_{ix}^2 + C_{iy}^2 + C_{iz}^2) C_{iy} f_i \\
\tilde{m}_{12} = \varphi_z = 3 \sum_{i=0}^{26} (C_{ix}^2 + C_{iy}^2 + C_{iz}^2) C_{iz} f_i
\end{cases} \quad (2.14)$$

[各方向の熱流束]

$$\begin{cases}
\tilde{m}_{13} = \psi_x = \frac{9}{2} \sum_{i=0}^{26} (C_{ix}^2 + C_{iy}^2 + C_{iz}^2)^2 C_{ix} f_i \\
\tilde{m}_{14} = \psi_y = \frac{9}{2} \sum_{i=0}^{26} (C_{ix}^2 + C_{iy}^2 + C_{iz}^2)^2 C_{iy} f_i \\
\tilde{m}_{15} = \psi_z = \frac{9}{2} \sum_{i=0}^{26} (C_{ix}^2 + C_{iy}^2 + C_{iz}^2)^2 C_{iz} f_i
\end{cases} \quad (2.15)$$

[各方向のエネルギーの2乗の流速]

$$[\text{エネルギーの 2 乗}] \quad \tilde{m}_{16} = \varepsilon = \frac{3}{2} \sum_{i=0}^{26} (C_{ix}^2 + C_{iy}^2 + C_{iz}^2)^2 f_i \quad (2.16)$$

$$[\text{エネルギーの 3 乗}] \quad \tilde{m}_{17} = e_3 = \frac{9}{2} \sum_{i=0}^{26} (C_{ix}^2 + C_{iy}^2 + C_{iz}^2)^3 f_i \quad (2.17)$$

$$[\text{2 階の応力テンソルの対角成分とエネルギーの積}] \quad \begin{cases} \tilde{m}_{18} = XX_e = \sum_{i=0}^{26} (2C_{ix}^2 - C_{iy}^2 - C_{iz}^2)(C_{ix}^2 + C_{iy}^2 + C_{iz}^2) f_i \\ \tilde{m}_{19} = WW_e = \sum_{i=0}^{26} (C_{iy}^2 - C_{iz}^2)(C_{ix}^2 + C_{iy}^2 + C_{iz}^2) f_i \end{cases} \quad (2.18)$$

$$[\text{2 階の応力テンソルの非対角成分とエネルギーの積}] \quad \begin{cases} \tilde{m}_{20} = XY_e = \sum_{i=0}^{26} (C_{ix}C_{iy})(C_{ix}^2 + C_{iy}^2 + C_{iz}^2) f_i \\ \tilde{m}_{21} = YZ_e = \sum_{i=0}^{26} (C_{iy}C_{iz})(C_{ix}^2 + C_{iy}^2 + C_{iz}^2) f_i \\ \tilde{m}_{22} = ZX_e = \sum_{i=0}^{26} (C_{iz}C_{ix})(C_{ix}^2 + C_{iy}^2 + C_{iz}^2) f_i \end{cases} \quad (2.19)$$

$$[\text{3 階の疑似速度}] \quad \begin{cases} \tilde{m}_{23} = \tau_x = \sum_{i=0}^{26} C_{ix}(C_{iy}^2 - C_{iz}^2) f_i \\ \tilde{m}_{24} = \tau_y = \sum_{i=0}^{26} C_{iy}(C_{iz}^2 - C_{ix}^2) f_i \\ \tilde{m}_{25} = \tau_z = \sum_{i=0}^{26} C_{iz}(C_{ix}^2 - C_{iy}^2) f_i \end{cases} \quad (2.20)$$

$$[\text{3 階の非対称テンソル}] \quad \tilde{m}_{26} = XYZ = \sum_{i=0}^{26} (C_{ix}C_{iy}C_{iz}) f_i \quad (2.21)$$

また、2次元で速度空間を9方向に離散化したモデルである D2Q9model における行列 M は Luo ら^[46]を参考にされたい。

MRT 衝突則を用いた計算では、高レイノルズ数流れの計算に対して安定化することは可能となったが、渦の乱流エネルギーと波数との関係がコルモゴロフのマイナス3分の5乗則に従わず、定量的に正しいことが確認されていない^[47]。この原因として、MRT 衝突則は各モーメントに異なる緩和時間係数を設定することで計算を安定化していたが、それにより SRT 衝突則では満たされていたガリレイ不変性が3次以上のモーメントで満たされず誤差が生じてしまうためである^{[37],[48]}。

ガリレイ不変性を満たす衝突則として Cascaded 衝突則が提案された^{[37],[49]}。以下に Cascaded

衝突則を次式に示す.

$$\Omega_i = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{N}^{-1} \text{SNM} \left(f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) - f_i(\mathbf{x}, t) \right) \quad (2.22)$$

ここで, 行列 \mathbf{N} , \mathbf{N}^{-1} はガリレイ不変性を満たすためにガリレイ変換/逆変換する行列である. ローモーメント $f_i C_{ix}^m C_{iy}^n C_{iz}^p$ ではなく, セントラルモーメントと呼ばれる $f_i (C_{ix} - u_x)^m (C_{iy} - u_y)^n (C_{iz} - u_z)^p$ に変換して各モーメントに対応した緩和時間係数をかけ, 平衡状態までの緩和を解く. 次式に Rosis ら^[50]に倣い, D3Q27model におけるセントラルモーメント $\mathbf{T} = \mathbf{NM}$ を示す. ここで, 添字 m, n, p は 0 を含む整数であり離散粒子速度に対する乗数であり, $|\bar{C}_{ix}\rangle = |C_{ix} - u_x\rangle$, $|\bar{C}_{iy}\rangle = |C_{iy} - u_y\rangle$, $|\bar{C}_{iz}\rangle = |C_{iz} - u_z\rangle$ である. 行列 \mathbf{M} , \mathbf{N} の詳細については Rosis ら^[50]を参照されたい.

$$\mathbf{T} = \mathbf{NM} = \begin{bmatrix} \langle C_i |^0 \\ \langle \bar{C}_{ix} | \\ \langle \bar{C}_{iy} | \\ \langle \bar{C}_{iz} | \\ \langle \bar{C}_{ix} \bar{C}_{iy} | \\ \langle \bar{C}_{ix} \bar{C}_{iz} | \\ \langle \bar{C}_{iy} \bar{C}_{iz} | \\ \langle \bar{C}_{ix}^2 - \bar{C}_{iy}^2 | \\ \langle \bar{C}_{ix}^2 - \bar{C}_{iz}^2 | \\ \langle \bar{C}_{ix}^2 + \bar{C}_{iy}^2 + \bar{C}_{iz}^2 | \\ \langle \bar{C}_{ix} \bar{C}_{iy}^2 + \bar{C}_{ix} \bar{C}_{iz}^2 | \\ \langle \bar{C}_{ix}^2 \bar{C}_{iy} + \bar{C}_{iy} \bar{C}_{iz}^2 | \\ \langle \bar{C}_{ix}^2 \bar{C}_{iz} + \bar{C}_{iy} \bar{C}_{iz} | \\ \langle \bar{C}_{ix} \bar{C}_{iy}^2 - \bar{C}_{ix} \bar{C}_{iz}^2 | \\ \langle \bar{C}_{ix}^2 \bar{C}_{iy} - \bar{C}_{iy} \bar{C}_{iz}^2 | \\ \langle \bar{C}_{ix}^2 \bar{C}_{iz} - \bar{C}_{iy} \bar{C}_{iz} | \\ \langle \bar{C}_{ix} \bar{C}_{iy} \bar{C}_{iz} | \\ \langle \bar{C}_{ix}^2 \bar{C}_{iy}^2 + \bar{C}_{ix}^2 \bar{C}_{iz}^2 + \bar{C}_{iy}^2 \bar{C}_{iz}^2 | \\ \langle \bar{C}_{ix}^2 \bar{C}_{iy}^2 + \bar{C}_{ix}^2 \bar{C}_{iz}^2 - \bar{C}_{iy}^2 \bar{C}_{iz}^2 | \\ \langle \bar{C}_{ix}^2 \bar{C}_{iy}^2 - \bar{C}_{ix}^2 \bar{C}_{iz}^2 | \\ \langle \bar{C}_{ix}^2 \bar{C}_{iy} \bar{C}_{iz} | \\ \langle \bar{C}_{ix} \bar{C}_{iy}^2 \bar{C}_{iz} | \\ \langle \bar{C}_{ix} \bar{C}_{iy} \bar{C}_{iz}^2 | \\ \langle \bar{C}_{ix} \bar{C}_{iy}^2 \bar{C}_{iz} | \\ \langle \bar{C}_{ix}^2 \bar{C}_{iy} \bar{C}_{iz} | \\ \langle \bar{C}_{ix}^2 \bar{C}_{iy} \bar{C}_{iz} | \\ \langle \bar{C}_{ix}^2 \bar{C}_{iz} \bar{C}_{iy} | \\ \langle \bar{C}_{ix}^2 \bar{C}_{iz} \bar{C}_{iy} | \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

本研究では, この Cascaded 衝突則を式(2.2)の右辺に代入した以下の式を基礎方程式とし, 分

布関数の時間発展を解いている。本研究は Rosis ら^[50]の行列 M, N を用いた。

$$\frac{\partial f_i(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + C_{i\alpha} \frac{\partial f_i(\mathbf{x}, t)}{\partial x} + C_{i\alpha} \frac{A \partial [f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) - f_i(\mathbf{x}, t)]}{\partial x} = M^{-1} N^{-1} S N M [f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) - f_i(\mathbf{x}, t)] \quad (2.24)$$

2.4 座標変換

形状が複雑になるにつれて正方形などの規則的な格子では隙間ができ、実際の物理現象とコンピューター上の流体計算には誤差が生じてしまう。そこで、物理空間内で定義された領域を格子間隔 1 の計算空間内に写像し、計算を行う。

3次元の物理空間 (x, y, z) を等間隔の直交座標で示した計算空間 (ξ, η, ζ) への写像関係式は以下で表される。

$$\begin{cases} \xi = \xi(x, y, z) \\ \eta = \eta(x, y, z) \\ \zeta = \zeta(x, y, z) \end{cases} \quad (2.25)$$

式(2.25)の変換は連鎖則より次のようになる。

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial y} & \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\ \frac{\partial \xi}{\partial z} & \frac{\partial \eta}{\partial z} & \frac{\partial \zeta}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \\ \frac{\partial}{\partial \zeta} \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

式(2.26)の (x, y, z) と (ξ, η, ζ) を入れ替えると

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \\ \frac{\partial}{\partial \zeta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

となる。次に、逆行列を用いて式(2.27)を変形すると

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} - \frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} \frac{\partial z}{\partial \xi} - \frac{\partial z}{\partial \zeta} \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} - \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \\ \frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \zeta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} & \frac{\partial x}{\partial \zeta} \frac{\partial z}{\partial \xi} - \frac{\partial z}{\partial \zeta} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} - \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \zeta} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} \frac{\partial x}{\partial \xi} - \frac{\partial x}{\partial \zeta} \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \\ \frac{\partial}{\partial \zeta} \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

となる。ここで、 J はヤコビ行列であり、

$$J = \frac{\partial x}{\partial \xi} \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} - \frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \zeta} \right) + \frac{\partial y}{\partial \xi} \left(\frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \zeta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} \right) + \frac{\partial z}{\partial \xi} \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \zeta} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \zeta} \right) \quad (2.29)$$

である。式(2.26)と式(2.28)を比較することで、以下に示す物理空間から計算空間に変換するための関係式が得られる。

$$\begin{cases} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} - \frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \zeta} \right), & \frac{\partial \xi}{\partial y} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \zeta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} \right), & \frac{\partial \xi}{\partial z} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \zeta} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \zeta} \right) \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \zeta} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \zeta} \right), & \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \zeta} - \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \zeta} \right), & \frac{\partial \eta}{\partial z} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \zeta} - \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \zeta} \right) \\ \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} - \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right), & \frac{\partial \zeta}{\partial y} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} \right), & \frac{\partial \zeta}{\partial z} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) \end{cases} \quad (2.30)$$

2.5 計算手順

FDLBM の計算手順は図 2.2 の通りである。はじめに、初期条件として各物理量を計算領域全体に与え、境界上の値を蔦原ら^[51]が開発した局所平衡分布関数の値に非平衡成分を加える境界条件を設定する。次に、分布関数をセントラルモーメントに変換して異なる緩和時間係数を用いて衝突項をとく、基礎方程式(2.24)の時間発展を解く。その後、境界条件を計算し、流体力学変数を求めるといった流れである。

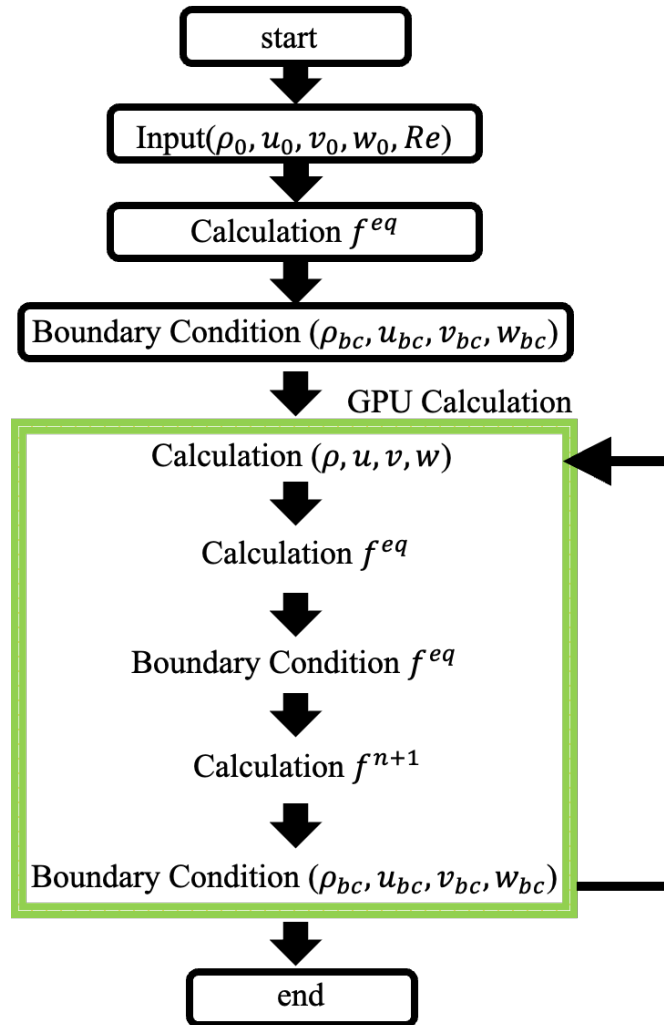


図 2.2 計算手順

LBM は並列計算に適しているため、画像処理装置(Graphics Processing Unit : GPU)を用いた

計算の高速化が行われており，本研究においても計算の高速化を目的として，図 2.2 の緑で囲まれた計算区間は OpenACC^{[52],[53],[54],[55]}による並列化を行なっている。

2.6 計算機性能

本研究は，コンピュータ言語 Fortran90 と NVIDIA High Performance Computing Software Development kit 内の旧 PGI コンパイラを用いて行なった。また，本研究の計算は以下に示す 2 つの計算機を用いた。

表 2.2 計算機の仕様①

Mother Board	MSI PRO Z690-A
Central Processing Unit	Core i9-12900 KF
Computer Memory	16GB DDR5-4800 SDRAM×4
Solid State Drive	1TB WD Black NVMe SSD
Hard Disk Drive	6TB SATA3[WD Red Plus]
Graphics Processing Unit	MSI GeForce RTX 3090Ti
Operating System	Ubuntu 20.04 LTS

表 2.3 計算機の仕様②

Mother Board	PRIME B365M-A
Central Processing Unit	Core i7-8700
Computer Memory	8GB DDR4 M378A1K43CB2-CTD×2
Solid State Drive	1TB SP SOLID STATE DRIVE A55
Hard Disk Drive	-
Graphics Processing Unit	MSI GeForce RTX 4080
Operating System	Ubuntu 20.04 LTS

第 3 章

円柱まわりの放射音予測

3.1 計算対象

構築した計算コード検証のため、一様流中に置かれた直径 $D(40\text{mm})$ 、高さ $12.5D$ の円柱から放射される流体音の予測を行う。図 3.1 に計算対象の模式図を示す。計算は(a),(b)の 2 ケースを行った。流体音の予測計算を行う前に、Cascaded 型衝突則を用いた FDLBM(以下 C-FDLBM)により得られた流動解析結果がどの程度 N-S 方程式を回復しているか検証する計算ケース(a)を、流速 $U = 21.2\text{m/s}$ 、レイノルズ数 $\text{Re}=1.4 \times 10^5$ の主流条件として、得られた円柱の表面圧力係数を Cantwell らの実験値^[56]と比較する。計算ケース(b)は、流速 $U = 37.5\text{m/s}$ 、レイノルズ数 $\text{Re}=1.0 \times 10^5$ の主流条件による流れ場の中に置かれた円柱から放射された音波を実験値^[57]と比較する。上流から反時計回りの角度を θ と定義し、淀み点を $\theta = 0^\circ$ とする。また、音の計測点は一様流方向と垂直な $\theta = 90^\circ$ で、円柱中心から $25D$ の位置である。図 3.2 は計算格子の全体図であり、中央に円柱が存在する。格子は O 型構造格子を用いており、 i は半径方向、 j は円周方向、 k はスパン方向を表す。格子点数は $(i_{\max}, j_{\max}, k_{\max}) = (231, 300, 71)$ で、総格子点数は約 500 万点である。時間刻み幅 Δt は 0.001、最小格子幅 Δx は 0.005 である。境界条件は円柱表面をすべり無し壁、遠方境界を一様流条件、スパン方向の境界面(地面と図 3.1 の $12.5D$ の位置)に滑り壁条件を設定する。また、時間発展に 2 段階 Runge-Kutta 法、移流に 3 次精度風上差分法を用いて解いている。

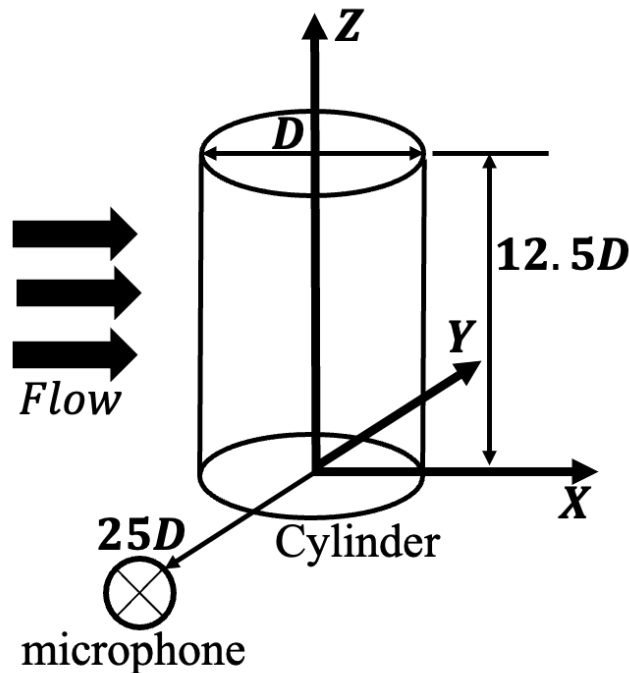


図 3.1 計算対象の模式図

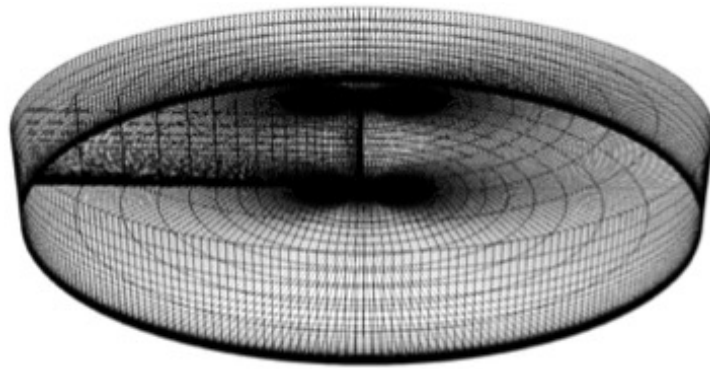


図 3.2 計算格子の全体図

3.2 円柱表面圧力係数の比較

計算ケース(a)流速 $U = 21.2\text{m/s}$, レイノルズ数 $\text{Re}=1.4 \times 10^5$ の主流条件で C-FDLBM を用いて計算した円柱の表面圧力係数を実験値^[56]と比較した結果を図 3.3 に示す. 円柱の表面圧力係数は以下の式により求めており, 図 3.1 の Z 軸方向に空間平均し, 円柱から放射されるカルマン渦の周期で時間平均している. p は円柱表面の圧力, p_0 は大気圧, ρ_0 は標準状態の密度, U は一様流速である.

$$C_p = \frac{p - p_0}{\frac{1}{2}\rho_0 U^2} \quad (3.1)$$

SRT-FDLBM は D2Q21model の離散速度モデルと SRT 衝突則を用いて同じ主流条件で計算した値^[58]であり, Cascaded 衝突則を用いたことで予測精度が向上している.

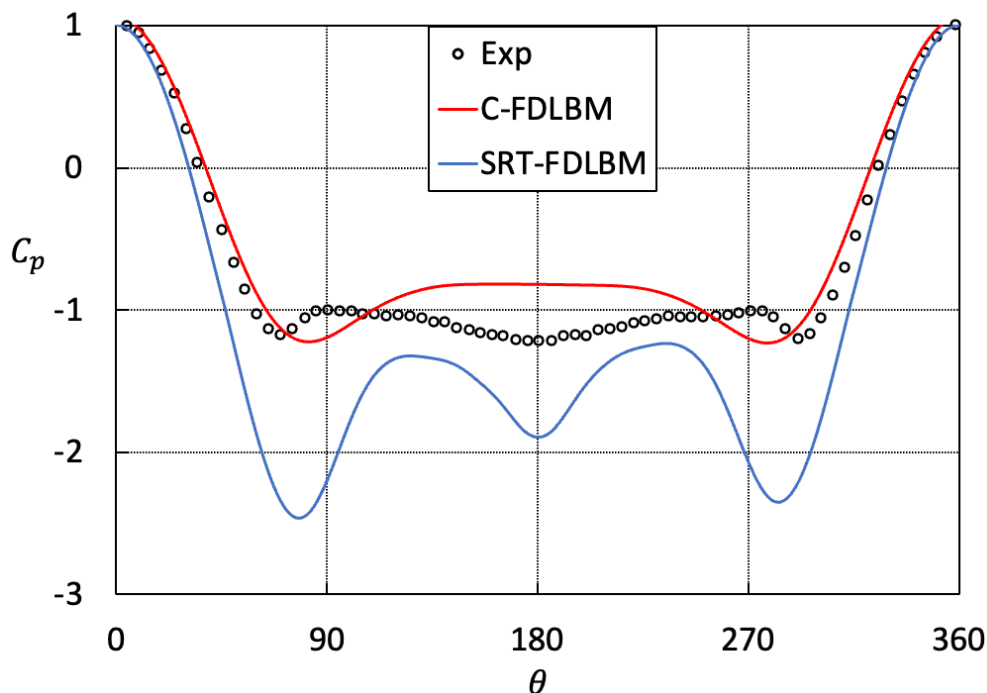
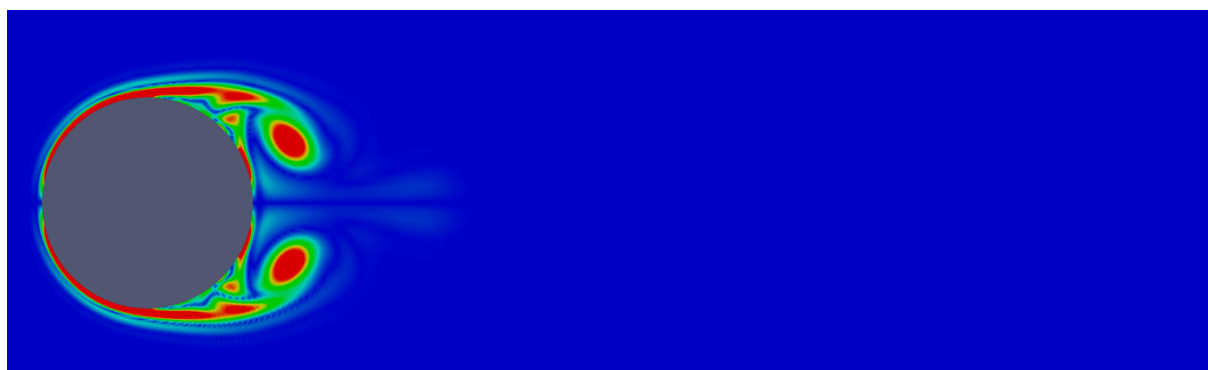


図 3.3 円柱表面の圧力係数 c_p の比較

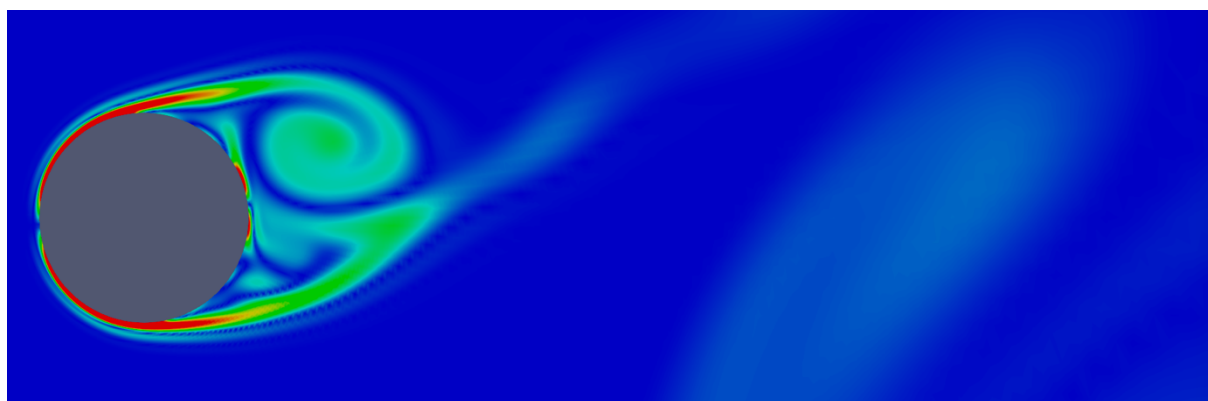
SRT 衝突則を用いた計算では、実験値と比較し円柱背面側での負圧を過小評価する結果となったが、Cascaded 衝突則を用いた計算では実験値に格段に近づいたことが分かる。しかし、円柱背後の $\theta = 180^\circ$ 付近では非常に複雑な流れとなっており、DNS のように細密な格子を切っているわけではないため再現できておらず差異が生じたと考える。図 3.4 に円柱近傍の渦度の時間経過を表したもので示す。渦度の時間経過より徐々に流れが成長しカルマン渦が生まれていることがわかる。円柱表面圧力係数を計算している(d)において、円柱真裏に再付着している渦が存在しており、この渦により円柱真裏において実験値よりも圧力係数が増加していると考えられる。しかし、局所的な誤差はあるものの実験値と大域解としては概ね流れ場を再現することができた。



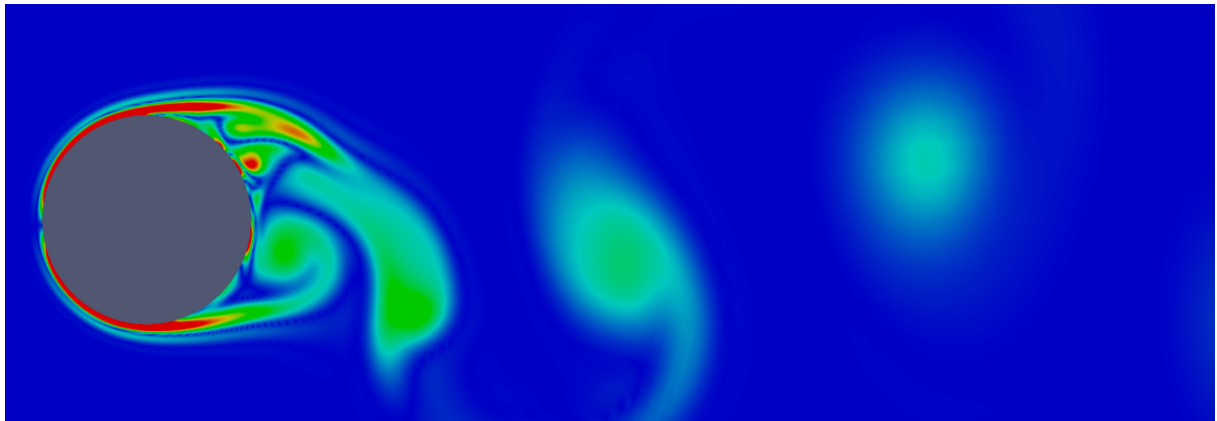
(a) T=9



(b) T=18



(c) T=770



(d) T=960

図 3.4 円柱スパン中央における渦度の大きさの時間変化

3.3 C-FDLBM を用いた放射音予測

円柱から 25D 離れた測定点における音圧の予測は、C-FDLBM により円柱の表面圧力変動 \tilde{p} を求め、以下に示す Lighthill-Curle の式^[12]を用いて行う。

$$p_a = \frac{1}{4\pi a r^2} \frac{\partial}{\partial t} \int n_i \tilde{p}(y, t - r/a) dS \quad (3.2)$$

ここで、 p_a は遠方場における音圧、 \tilde{p} は円柱の表面圧力変動である。 a は静止流体中における音速、 x_i は観測点座標、 y は音源点位置、 r は物体中心と観測点間の距離、 n_i は境界面における外側法線ベクトル、 S は円柱表面をそれぞれ表す。図 3.5 は式(3.2)で用いる測定開始からの圧力変動 \tilde{p} の時間経過を示している。

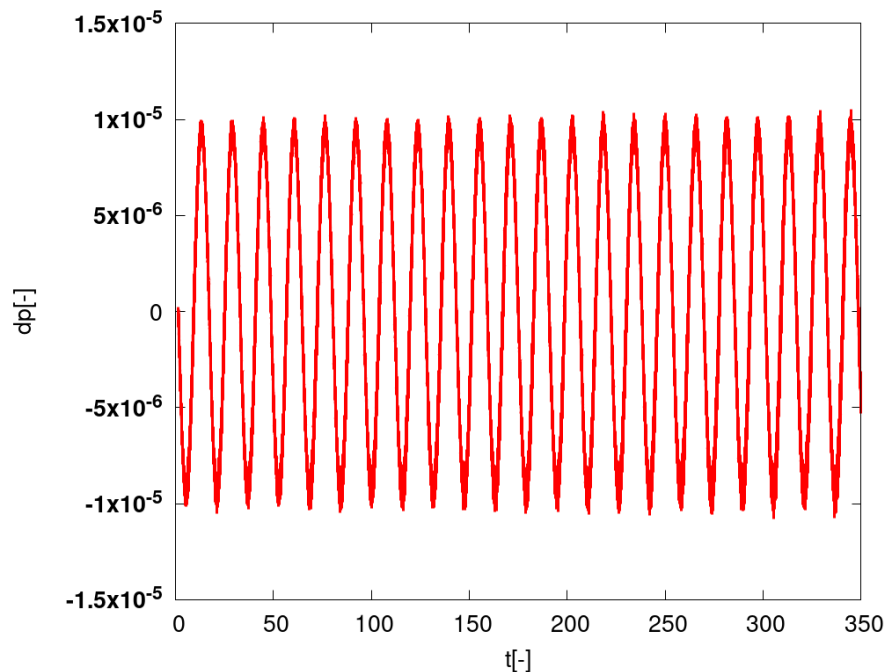


図 3.5 円柱表面圧力変動

図 3.6 は計算ケース(b)の主流条件で C-FDLBM により計算した表面圧力変動を用いて式(3.2)により求めた円柱中心から 25D 離れた位置における音圧レベルを実験値^[57]と比較した結果である。

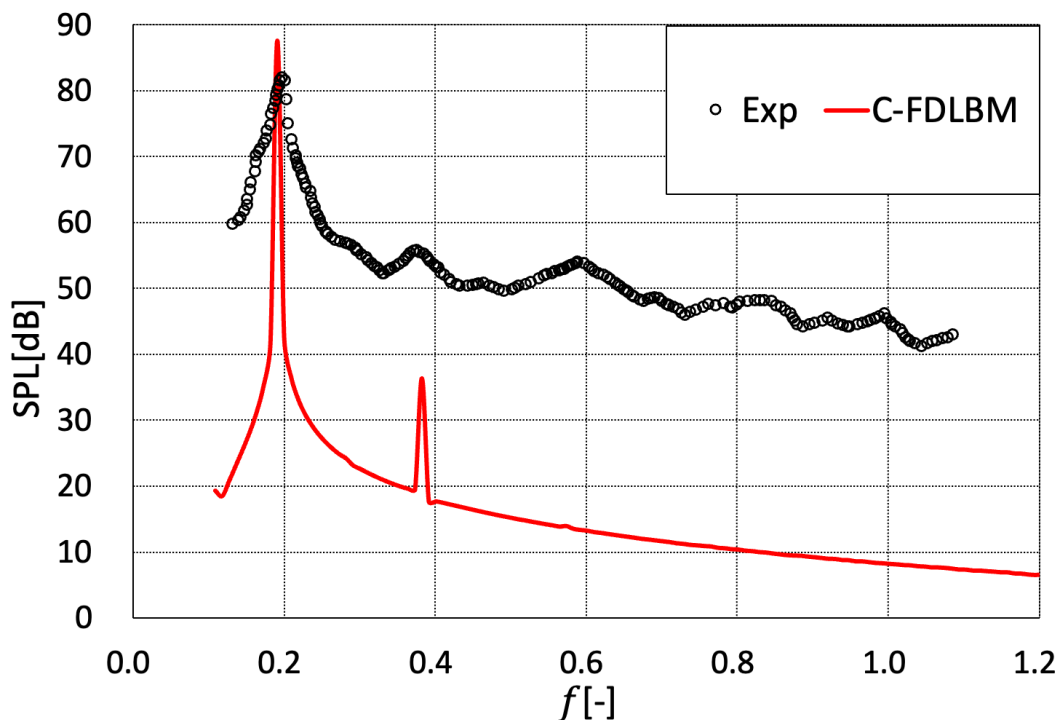


図 3.6 C-FDLBM により予測した音圧レベルと実験値の比較

C-FDLBM の計算により求めたカルマン渦のピーク周波数は 0.19 であり、実験値と比較して 0.01 程度の誤差となり良好な一致をみせた。また SPL のピーク値は、C-FDLBM は 87dB となっており実験値と 5 dB 程度の差である。

しかし、カルマン渦の 3 次以降のピークは捉えきれていない。航空機の機体騒音を予測するためには高周波領域を含めた広帯域の予測が必要となる。原因として、(1)緩和時間行列 S における値に計算対象に合わせたチューニングパラメータが含まれる、(2)細かい渦の解像が不十分である、この 2 点が考えられる。

(1)に関して、Cascaded 衝突則内の緩和時間行列 S に含まれる値は、MRT 衝突則と同様^[36]に粘性係数と体積粘性係数に対応した値を一部に設定できるが、それ以外はチューニングパラメータとなっている。緩和時間係数を適切な値に設定している MRT 衝突則を用いた計算では、DNS と良好な一致^[43]をみせており、同様に Cascaded 衝突則の緩和時間行列の値を問題設定に合わせることで渦のエネルギーカスケードが実際の物理に近づくと考えられる。(2)に関して、格子幅は円柱まわりの LES 計算と同程度の値^[59]を用いているが高周波成分は C-FDLBM では解けていない。図 3.7 に時間経過する三次元の渦度分布を示す。二次元性の高い分布となっており、大きな渦は解けてはいるものの渦が混合しているような三次元性の高い結果を得ることが出来ていない。そこで、格子幅以下の渦を解くために LBM にも LES を施したモデ

ル^{[22],[60]}が研究されており，本研究でも LES を C-FDLBM に施すことで，高周波領域を含めた広帯域の予測が可能になると考える．

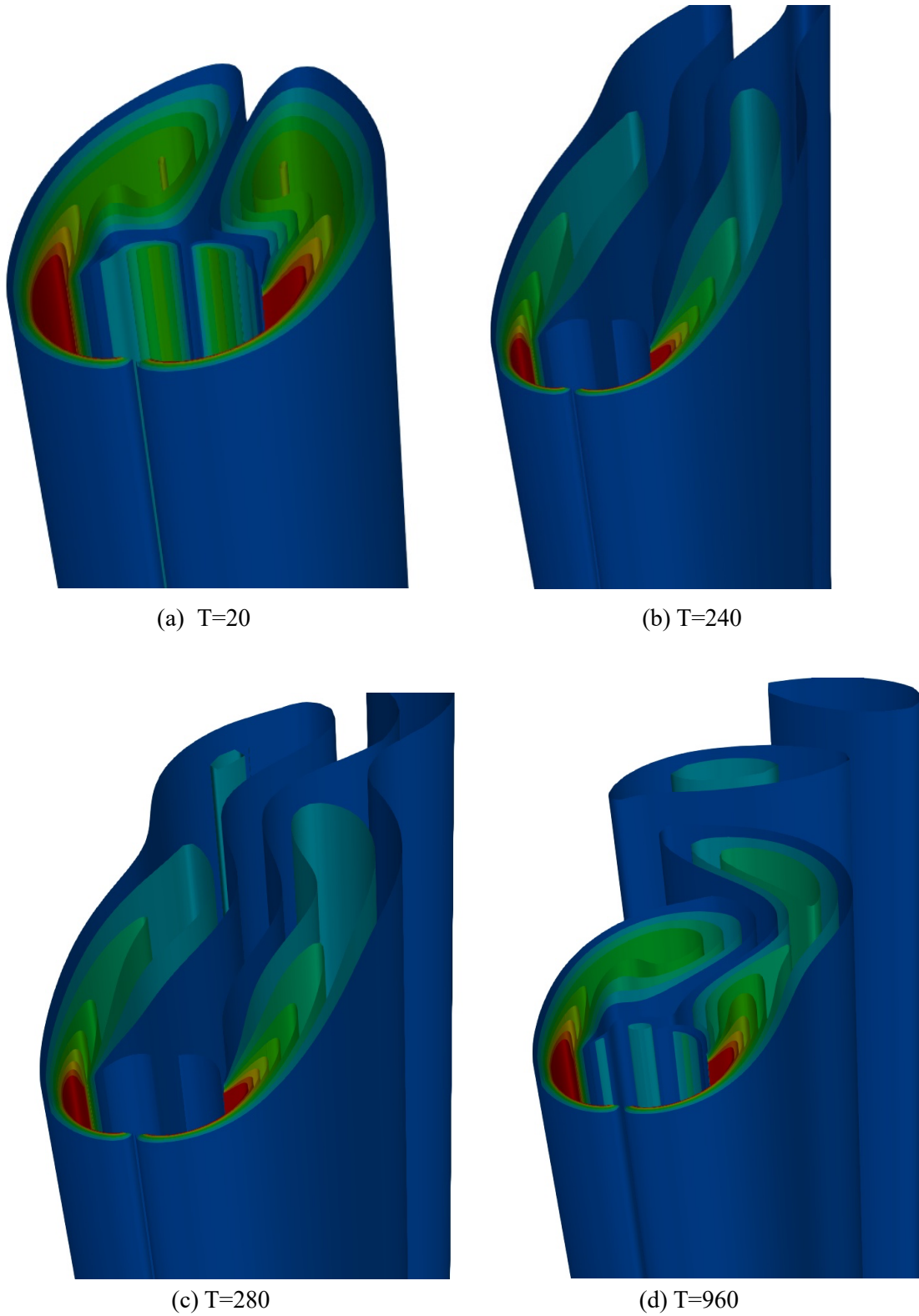


図 3.7 渦度分布の時間変化

3.4 LES-C-FDLBM を用いた放射音予測

乱流の全ての大きさの渦を計算するためには、およそレイノルズ数の 9/4 乗程度の格子数が必要となり、直接計算するには多大な時間を要する。それに対して、格子幅程度の変動であるグリットスケール(GS)成分は直接計算が可能と考えて、格子幅以下の変動成分であるサブグリットスケール(SGS)成分にモデル化を施して方程式に組み込むことで乱流を解くラージエディシミュレーション(Large-Eddy-Simulation: LES)が研究されている。本研究手法の FDLBM においても LES 化したモデル^[60]が提案されている。前節の計算結果からカルマン渦の 2 次、3 次やそれ以降の高周波数が解けていないため、C-FDLBM に LES を施すことで高周波成分の予測精度が向上すると期待できる。

本節では計算ケース(b)の主流条件で C-FDLBM を LES 化した LES-C-FDLBM を用いて計算した円柱の放射音を実験値、C-FDLBM の予測値と比較する。まず、通常の N-S 方程式にフィルター操作^[61]を施した LES と同様に、FDLBM においてもフィルターを施した以下の基礎方程式を解き、分布関数の時間発展を求める。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{f}_i(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + C_{i\alpha} \frac{\partial \bar{f}_i(\mathbf{x}, t)}{\partial x} + C_{i\alpha} \frac{A}{\tau_{total}} \frac{\partial [f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) - \bar{f}_i(\mathbf{x}, t)]}{\partial x} \\ = M^{-1} N^{-1} \text{SNM} [f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) - \bar{f}_i(\mathbf{x}, t)] \end{aligned} \quad (3.3)$$

ここで、 τ_{total} は分子粘性と渦粘性の和に関連した値であり、通常の緩和時間係数 τ に SGS 成分を加えたものである。以下の式(3.4)~(3.7)にその関係を示す。LES-LBM の粘性 ν_{total} は、分子粘性 ν と渦粘性 ν_{SGS} の和で構成されており^[62],

$$\nu_{total} = \nu + \nu_{SGS} \quad (3.4)$$

で表される。その中でも渦粘性 ν_{SGS} は、

$$\nu_{SGS} = C \bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \quad (3.5)$$

で表される。ここで、 C はモデル係数、 $\bar{\Delta}$ は格子幅相当のフィルター幅であり、歪み速度テンソル \bar{S}_{ij} 、歪み速度テンソルの大きさ $|\bar{S}|$ は、

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right), \quad |\bar{S}| = \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}} \quad (3.6)$$

と定義される。本研究では、モデル係数 C の決め方として、Smagorinsky モデル^[63]を用いており、Smagorinsky 定数を C として、物体まわりの流れは $C=0.1$ ^[64]より値を与えている。以上の式(3.4)~式(3.6)により求めた ν_{total} を用いて、 τ_{total} は以下により導出する。

$$\nu_{total} = \frac{c^2 \Delta t}{3} \left(\tau_{total} - \frac{1}{2} \right) \quad (3.7)$$

また、式(3.3)の \bar{f}_i はフィルターを施した分布関数である。フィルターの掛け方として、本研究では Gaitonde ら^[65]により開発された 4 次精度のフィルターを分布関数に施している。以下にフィルターの掛け方を示す。図 3.8 は 4 次精度フィルターを施した場合の各格子点におけるフィルターのイメージである。

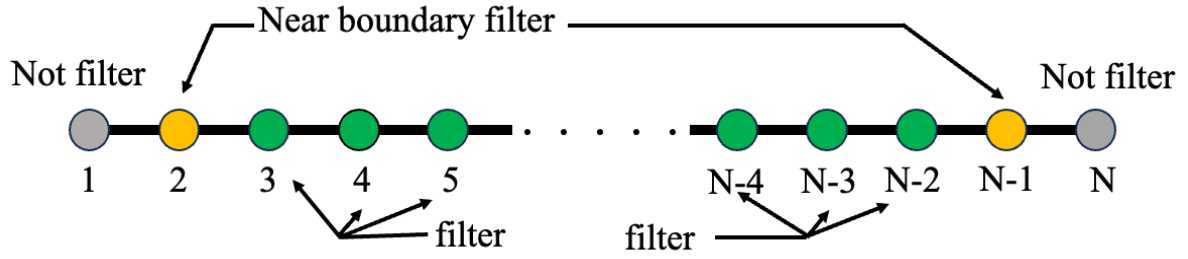


図 3.8 格子点の位置におけるフィルターの種類(4th-filter)

壁面の格子点を $i=1$ として壁から順に $i=1, 2, 3, \dots, N-2, N-1, N$ と定義する. 図 3.8 における壁面($i=1$)と反対側の壁面($i=N$)についてはフィルターを考えないため Not filter とする. $i=3, 4, \dots, N-3, N-2$ の緑で示す格子点については式(3.4)を用いてフィルターを施す.

$$a_f \tilde{\phi}_{i-1} + \tilde{\phi}_i + a_f \tilde{\phi}_{i+1} = \sum_{n=0}^N \frac{a_n}{2} (\phi_{i+n} + \phi_{i-n}) \quad (3.8)$$

ここで, a_f は $0 < |a_f| < 0.5$ の値を任意に設定でき, 本研究では 0.4 とした. ϕ_i の添字 i は格子番号である. $\tilde{\phi}_i$ はフィルター後の分布関数であり, ϕ_i はフィルター前の分布関数である. a_n に入る値は用いるフィルターの精度により異なるが, 4 次精度フィルターでは, 以下の表 3.1 の値^[65]を用いている. 4 次よりも高次精度なフィルターに関してはステンシルを広げて a_3 以降にも値が入る.

表 3.1 4 次精度フィルターに用いた係数

Order of accuracy	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
4	$\frac{5}{8} + \frac{3}{4}a_f$	$\frac{1}{2} + a_f$	$-\frac{1}{8} + \frac{a_f}{4}$	0	0	0

壁面に対して一つ隣の格子点(オレンジの格子点)は, 上記のフィルターではなく, 以下に示す Near-boundary filter を施す.

$$a_f \tilde{\phi}_{i-1} + \tilde{\phi}_i + a_f \tilde{\phi}_{i+1} = \sum_{n=1}^{11} a_{n,i} \phi_n, \quad i \in [2, \dots, 5] \quad (3.9)$$

$$a_f \tilde{\phi}_{i-1} + \tilde{\phi}_i + a_f \tilde{\phi}_{i+1} = \sum_{n=0}^{10} a_{N-n,i} \phi_{N-n}, \quad i \in [N-4, \dots, N-1]$$

ここで, N は $i=1$ の壁面の反対側の壁面の格子点をさす. また, $a_{n,i}$ の値は通常のフィルターで用いた値ではなく, 以下に示す表の値を用いる. $a_{N-n,i} = a_{n+1, N-i+1}$ の関係があり, 対称に

フィルターをかけていると考えれば良い。

表 3.2 Near-boundary filter に用いる係数

Order of accuracy	$a_{1,2}$	$a_{2,2}$	$a_{3,2}$	$a_{4,2}$	$a_{5,2}$	$a_{6,2} \sim a_{11,2}$
4	$\frac{1}{16} + \frac{7a_f}{8}$	$\frac{3}{4} + \frac{a_f}{2}$	$\frac{3}{8} + \frac{a_f}{4}$	$-\frac{1}{4} + \frac{a_f}{2}$	$\frac{1}{16} - \frac{a_f}{8}$	0

通常のフィルターと同様に，高次精度になるにつれて Near-boundary のステンシルも増える．6 次精度以降のフィルターについては Gaitonde ら^[65]を参考にされたい．

以上の操作により，LES を C-FDLBM に導入して計算ケース(b)の主流条件で計算した円柱の放射音の音圧レベルを C-FDLBM，実験値と比較した図を以下に示す．

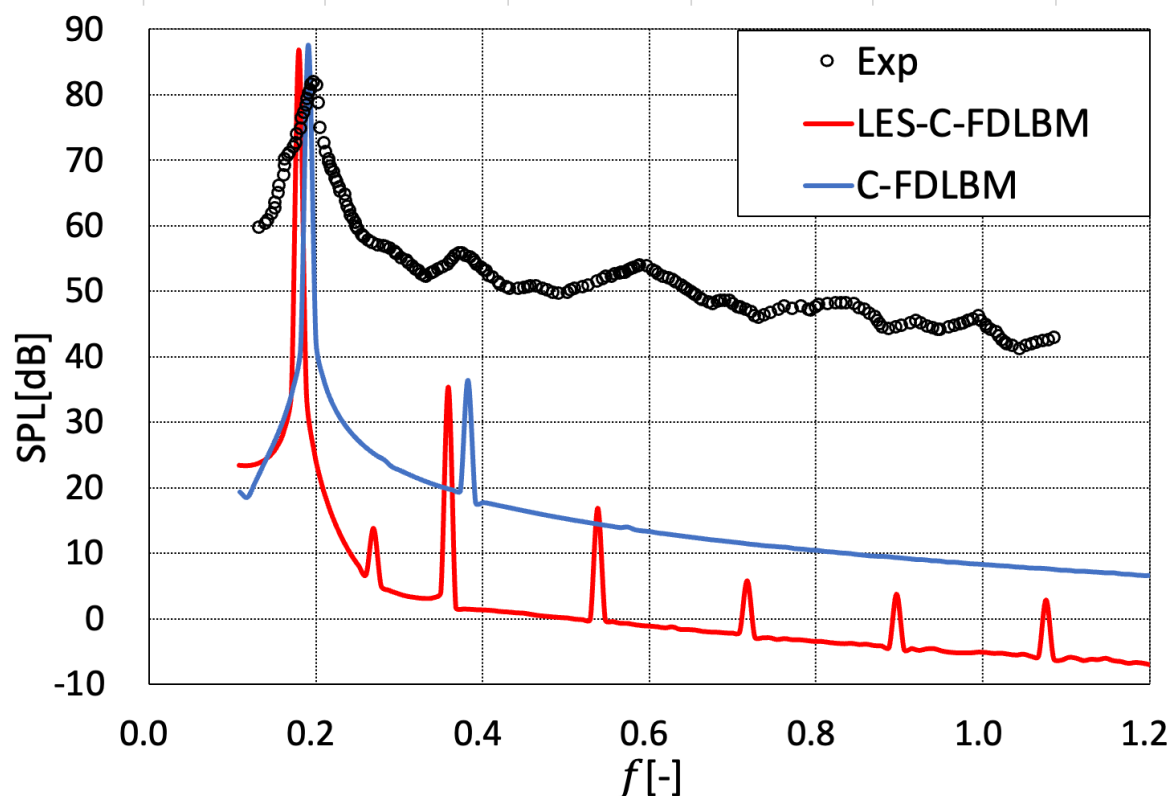


図 3.9 LES-C-FDLBM を用いた予測値と C-FDLBM，実験値の比較

LES-C-FDLBM の計算により求めたカルマン渦のピークの周波数は 0.18，音圧レベルは 86dB であった．実験値ほぼ基本周波数，2 次のピーク周波数は概ね一致している．また C-FDLBM に LES を施したことで基本周波数のピーク値が下がり，その成分が 3 次以降のピーク値に微小ではあるが生まれていることが分かり，C-FDLBM では解けていなかった細かい渦を考慮できつつあることが分かる．しかし，カルマン渦の 3 次以降の周波数や SPL の値に関して

誤差がみられた。この原因として、Smagorinsky 定数が常に正の一定な値であるため、計算の安定性は高いものの GS 成分から SGS 成分への乱れのエネルギーのやりとりが一定となってしまう、エネルギーカスケードに対応できていない。そのため、Smagorinsky model を用いたことで小さな渦は生まれているものの複雑な渦の混合は正確に解くことが出来なかったと考える。一方、LES-C-FDLBM と C-FDLBM を比較して、C-FDLBM の方が高周波成分の SPL 値が実験値に近い要因として、数値振動による誤差のためであると考えられる。C-FDLBM にフィルターを施したことで非物理的な数値振動が抑えられたため SPL 値に差異が生じたと考える。よってエネルギーカスケードをより実際の物理に近い乱流モデルを C-FDLBM に導入することでさらに予測精度が向上すると考えられる。また、図 3.10 に変動圧力の計測開始から終了までの LES-C-FDLBM と C-FDLBM の円柱表面圧力を比較した結果を示す。圧力変動の極大値、極小値近傍では、LES-C-FDLBM の方が、C-FDLBM と比べて変動値が増加していることがわかる。特に、 $T=200\sim 250$ の波が重ね合わさっている所をみると明らかであり、図 3.11 に $T=200\sim 250$ の分布を拡大したものを示す。円柱表面圧力変動の値は、式(3.2)の Lighthill-Curle の式^[12]に用いられ、音圧レベルの予測に直接関係する。LES-C-FDLBM の計算では、円柱表面の圧力変動分布の極大値、極小値近傍において変動量が増加したため、図 3.9 の高周波へピークが立ったと考える。

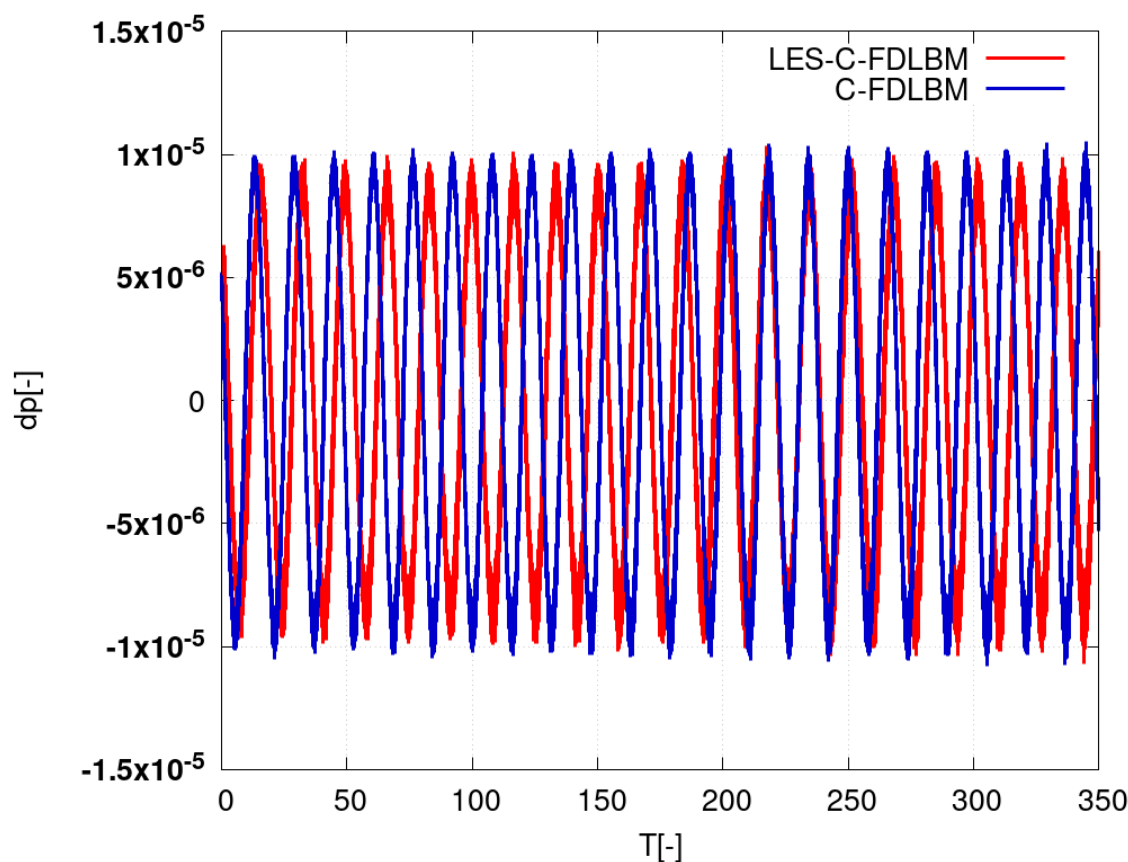


図 3.10 LES-C-FDLBM と C-FDLBM の円柱表面圧力変動

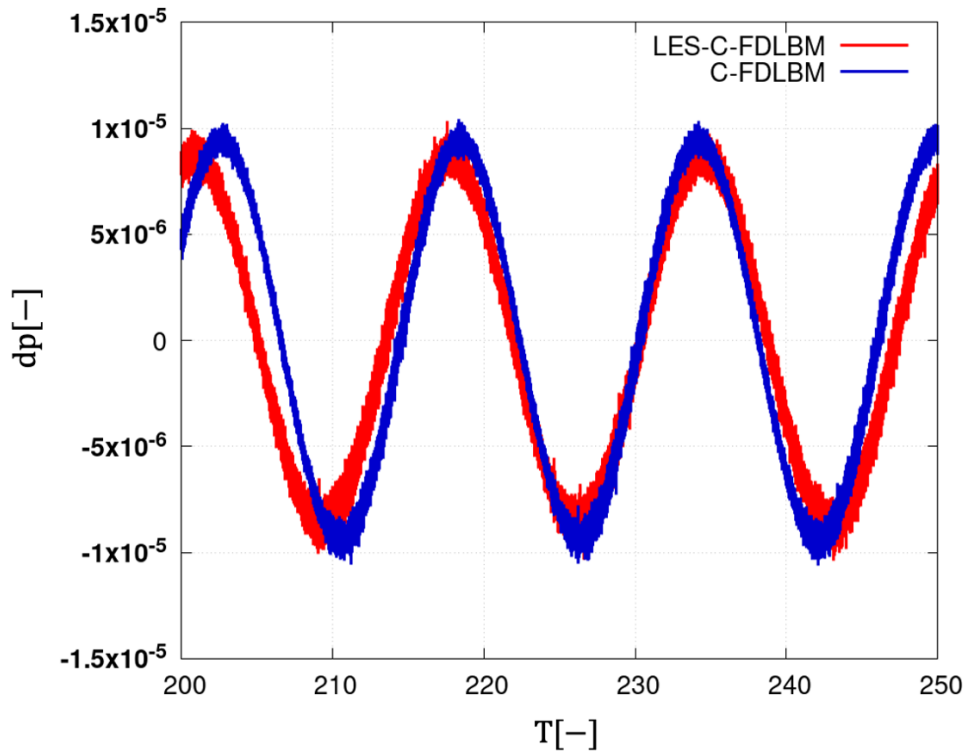


図 3.11 T=200~250 における LES-C-FDLBM と C-FDLBM の円柱表面圧力変動

また，LES で計算された渦度分布を図 3.12 に示す．図 3.9 では高周波成分に微小であるがピークが立っているものの，渦度分布には図 3.7 同様に三次元性のある渦は確認できず二次元性の高い結果となった．そのため，格子解像度の不足が考えられ，通常の CFD よりも LBM ではより格子を細密にする必要があると考える．

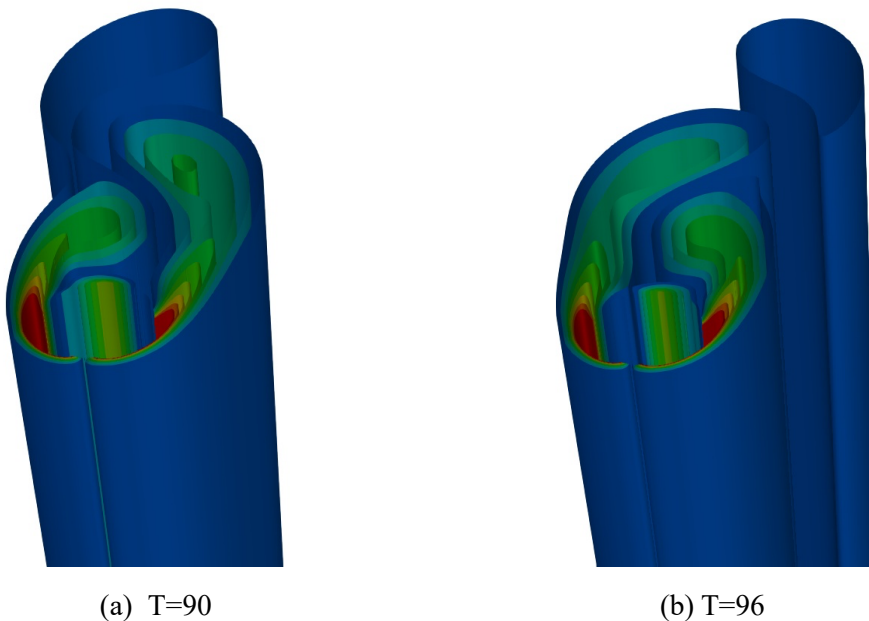


図 3.12 LES-C-FDLBM により計算した渦度分布

3.5 計算時間

本研究は第2章6節で述べた NVIDIA 社製の GPU 計算機①GeForce3090Ti と GPU 計算機②Geforce4080 を用いて OpenACC による GPU 並列化を施して計算した。計算ケース(b)について C-FDLBM を用いた計算時間は計算機①が約6日、計算機②は約3日となった。また、LES 解析では計算機①が14日、計算機②では7日程度となった。計算機①と計算機②の違いとして、計算機①の方が並列コア数は1000ほど多いものの、クロック周波数、メモリ転送の性能が計算機②の方が高いため、このような計算時間の差異が生じたと考える。よって本計算コードをより性能の高い GPU で計算すれば、数日相当で音響解析が実現でき、航空機の開発に資するツールとして期待できる。研究目的である航空機騒音の解析における計算コストの削減は、以上の結果から実用性の高い計算時間となり、本計算コードを更に性能の高いワークステーションレベルの GPU で計算すれば、従来の音響解析手法に比べて計算時間の削減された音響解析が可能になる。

第4章

結言

機体騒音が支配的となる着陸時における流れを計算対象とする計算コストの少ない空力音響計算コードの開発を目的として、FDLBMによる円柱まわりの流れ場を計算した。衝突則をSRTからCascaded型に変更したことで、円柱の表面圧力係数は実験値に大幅に近づくことができ、円柱まわりの流動現象を概ね再現できた結果となった。

また、円柱から遠方場における流体音をピーク周波数においてはほぼ実験値と等しく、音圧レベルも概ね近い値を予測することを可能とした。しかし、カルマン渦の2次、3次は予測出来ておらず、航空機の騒音解析では高周波成分も考慮した広帯域の解析を必要となるため、改善が求められる。

C-FDLBMでは考慮出来ていない細かな渦の計算を可能とするために、C-FDLBMに乱流解析の基礎モデルであるSmagorinsky modelを用いてLES化を行った。LES-C-FDLBMの計算は、C-FDLBMでは解析出来ていなかった小さな渦を解析することができた。しかし、エネルギーカスケードが一方的なモデルであるため、逆カスケードを考慮することができず渦の混合が過小評価されており、カルマン渦の2次、3次の予測値が実験値に比べて差異の生じる結果となった。しかし、計算時間は3次元の音響解析かつ120万stepほど計算を行っているにも関わらず、NVIDIA GeForce4080を用いれば3日程度で計算できるため、更に性能の良いGPUで計算を行うことが出来れば、一晩で音響解析が実現できるため航空機開発に資するツールとして貢献できる現実味のある結果となった。

本研究において開発した音響解析コードは、円柱から放射される渦の基本周波数のピーク値は実験値と概ね一致しており、従来の音響解析手法の予測精度には劣るもののGPU並列化を施しているため計算時間の短縮には貢献できる。また、より複雑な形状での計算が必要な場合は、本計算コードの移流を通常のLBM用に変更するだけで良く非常に汎用性の高い流体計算コードである。以上のような計算コードを開発したことで、これからの航空機音響の研究分野へ貢献できたと考える。

参考文献

- [1] 総務省, “新型コロナウイルス感染症流行による GDP の低下”, <https://www.soumu.go.jp/johotsusintokei/whitepaper/ja/r03/html/nd121210.html>, (参照日 2024 年 1 月 9 日)
- [2] 一般財団法人 日本航空機開発協会, “民間航空機に関する市場予測 2022-2041”, pp.7, 2022
- [3] 一般財団法人 日本航空機開発協会, “民間航空機に関する市場予測 2023-2042”, pp.2, 2023
- [4] International Civil Aviation Organization, “Annex 16 to the Convention on International Civil Aviation – Environmental Protection – Volume 1 Aircraft Noise”, July 2008.
- [5] 大石勉, “航空機騒音の低減対策について”, 日本音響学会誌, 73 巻, 11 号, pp.725- 730, 2017.
- [6] 小林紘, “航空機の空力騒音とその制御技術について”, 日本航空宇宙学会誌, 第 43 巻, 第 493 号, (1995).
- [7] James Bridges, and Clifford A. Brown, “Parametric Testing of Chevrons on Single Flow Hot Jets” , *10th Aeroacoustics Conference cosponsored by the American Institute of Aeronautics and Astronautics and the Confederation of European Aerospace Societies*, 2004.
- [8] 矢崎由美子, 土屋利明, “ジェットエンジン性能とジェット騒音にシェブロンノズルが与える影響”, 第 48 回日本ガスタービン学会定期講演会講演論文集, B-7, 2020.
- [9] 山本一臣, “航空環境プログラム 機体騒音低減技術”, 航空技術 No.758 [18-05]
- [10] 加藤千幸, “流体騒音解析の現状と今後の課題”, 生産研究, 52 巻 1 号 (2000.1).
- [11] 金田行雄, 石原卓, 横川三津夫, 板倉憲一, 宇野篤也, “大規模直接数値シミュレーションによる周期境界乱流中のエネルギー散逸率とエネルギースペクトル”, *ながれ*, 31, (2012), 241-244.
- [12] Curle, N., “The Influence of Solid Boundaries upon Aerodynamic Sound” , *Proc. Royal Soc. Lond. A*, 231 (1995), 504-514.
- [13] 釜土敏裕, “Linearized Euler Equation による翼型まわりの流れと音の連成解析”, *ながれ*, 23, (2004), 285-294.
- [14] Manoha, E., Guenanff, R., Redonnet, S. and Terracol, M., “Acoustic Scattering from Complex Geometries”, *AIAA Paper* 2004-2938, 2004.
- [15] 飯田明由, 加藤千幸, “数値流体騒音解析の最近の事例”, 騒音制御, Vol. 31, No. 4. 2007.
- [16] Bailly, C. and Juve, D., “A Stochastic Approach to Compute Subsonic Noise Using Linearized Euler’s Equations”, *AIAA Paper* 99-1872, 1999.
- [17] J. von Neumann, “Theory of Self-reproducing Automata”, *University of Illinois Press* (1967).
- [18] Guy R. McNamara, and Gianluigi Zanetti, “Use of the Boltzmann Equation to Simulate Lattice-Gas Automata”, *Physical Review Letters*, Vol. 61, No. 20, pp. 2332-2335, 1988.

- [19] N. Satofuka, and T. Nishioka, “Parallelization of lattice Boltzmann method for incompressible flow computations”, *Computational Mechanics*, Vol. 23, pp. 164 - 171, 1999.
- [20] 葛原道久, “差分格子ボルツマン法と数値音響解析への応用”, *ながれ*, 32, (2013), 279-282.
- [21] Massimo Bernaschi, Mauro Bisson, Toshio Endo, Satoshi Matsuoka, Massimiliano Fatica, and Simone Melchionna, “Petaflop biofluidics simulations on a two million-core system”, *Conference on High Performance Computing Networking, Storage and Analysis*, SC 2011.
- [22] 小野寺直幸, 青木尊之, 下川辺隆史, 小林宏充, “格子ボルツマン法による 1m 格子を用いた都市部 10km 四方の大規模 LES 気流シミュレーション”, *HPCS2013*, 123-131.
- [23] 葛原道久等, “差分格子ボルツマン法による円柱まわりの放射音解析”, *日本機械学会論文集論文集 (B 編) 76 巻 765 号 (2010-5)*.
- [24] 久保田佑弥, “航空機開発のための差分格子ボルツマン法による音波伝播計算”, *高知工科大学卒業論文*, (2022).
- [25] 今村太郎等, “線形オイラー方程式解析コードの構築と複雑形状への適用”, *日本航空宇宙学会論文集*, Vol. 53, No.621, pp.452-460, 2005.
- [26] 廣原和希, “実機形状適用を目指した線形オイラー方程式を用いた音響計算コードの開発”, *高知工科大学修士論文*, (2019).
- [27] P. L. Bhatnagar, E. P. Gross, and M. Krook, “A Model for Collision Processes in Gases. I. Small Amplitude Processes in Charged and Neutral One-Component Systems”, *Physical Review*, Vol. 94, No. 3, pp. 511 - 525, 1954.
- [28] Shiyi Chen and Gray D. Doolen, “Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows”, *Annu. Rev. Fluid mech*, Vol. 30, pp. 329 - 364, 1998.
- [29] J. D. Sterling, S. Chen, “Stability analysis of lattice Boltzmann method”, *journal of Computational Physics*, vol. 123, 196, 1996.
- [30] 花田卓弥, “自由分子型運動学的方程式を用いた新しい差分格子ボルツマン法の開発”, *神戸大学博士論文*, (2019).
- [31] 今村太郎, 鈴木宏二郎, 中村孝, 吉田正廣, 福田正大, “格子ボルツマン法による高レイノルズ数円柱周り流れの解析”, 第 15 回数値流体力学シンポジウム, B14-3.
- [32] 稲室隆二等, “格子ボルツマン法入門-複雑境界および移動境界流れの数値計算法”, 丸善出版, 2020.
- [33] 葛原道久, “数値流体力学としての差分格子ボルツマン法”, *数理解析研究所講究録*, 第 1946 巻, 2015 年, 31-40.
- [34] Mark Sussman, Peter Smereka, and Stanley Osher. “A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow”, *Journal of Computational physics*, Vol. 114, No.1, pp. 146-159, 1994.
- [35] Bouzidi, M., Firdaouss, M. and Lallemand, P., “Momentum transfer of a Boltzmannlattice fluid with boundaries”, *Physics of Fluids*, 13 (11), 3452–3459, 2001.
- [36] Dominipue D'Humières, Irina Ginzburg, Manfred Krafczyk, Pierre Lallemand, and Li-shi Luo,

- “Multiple-relaxation-time lattice Boltzmann models in three dimensions”, *Philosophical Transactions of the Royal Society A Mathematical Physical and Engineering Sciences*, Vol. 360, pp. 437-451, 2002.
- [37] Martin Geier, Andreas Greiner, and Jan G. Korvink, “Cascaded digital lattice Boltzmann automata for high Reynolds number flow”, *Physical Review E*, Vol. 73, 066705, 2006.
- [38] Linlin Fei, and K. H. Luo, “Consistent forcing scheme in the cascaded lattice boltzmann method”, *Physical Review E*, Vol. 96, 053307, 2017.
- [39] Martin Geier, Martin Schönherr, Andrea Pasquali, and Manfred Krafczyk, “The cumulant lattice Boltzmann equation in three dimensions: Theory and validation”, *Computers & Mathematics with Applications*, Vol. 70, No. 4, pp. 507-547, 2015.
- [40] Y. Sone, “Kinetic theory and fluid dynamics”, *Birkhäuser Boston*, Appendix C, 2002.
- [41] T. Kataoka, “Gas-Flow Simulations by Novel Lattice Boltzmann Method”, *Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 59, pp. 221- 227, 2011.
- [42] 濱崎大輝, “ジェット騒音の予測に向けた自由分子型格子ボルツマン法による流体計算コードの開発”, 高知工科大学修士論文, (2022).
- [43] K. Suga, Y. Kuwata, K. Takashima, R. Chikasue, “A D3Q27 multiple-relaxation-time lattice Boltzmann method for turbulent flows”, *Computers and Mathematics with Applications*, Vol. 69, (2015), pp. 518–529.
- [44] F. Dubois, P. Lallemand, “Quartic parameters for acoustic applications of lattice Boltzmann scheme”, *Computers and Mathematics with Applications*, Vol. 61, (2011), pp. 3404–3416.
- [45] 伊藤和憲, “格子ボルツマン法を用いた移動物体周りの流体解析”, 首都大学東京大学院修士論文, (2018).
- [46] P. Lallemand, L.-S. Luo, “Theory of the lattice Boltzmann method: Dispersion, dissipation, isotropy, Galilean invariance, and stability”, *Physical Review E*, Vol. 61, 6546, 2000.
- [47] 瀬田剛, “格子ボルツマン法”, 森北出版, pp. 90-100, 2021.
- [48] Paul. J.D, “Lattice Boltzmann algorithms without cubic defects in Galilean invariance on standard lattices”, *Journal of Computational physics*, 256, (2014), 270-283.
- [49] A. D. Rosis, “Non-orthogonal central moments relaxing to a discrete equilibrium: A D2Q9 lattice Boltzmann model”, *Europhysics Letters*, Vol. 116, 44003 (2016).
- [50] S. Saito, A. D. Rosis, A. Festuccia, A. Kaneko, Y. Abe, K. Koyama, “color-gradient lattice Boltzmann with nonorthogonal central moments: Hydrodynamic melt-jet breakup simulations”, *Physical Review E*, Vol. 98, 013305, 2018.
- [51] 渡利實, 蔦原道久, “差分格子ボルツマン法の境界条件”, 日本機械学会論文集(B編), 68巻 676号 (2002-12).
- [52] 成瀬彰, “OpenACCで始めるGPUコンピューティング: OpenACC概要”, 日本計算工学会誌「計算工学」, Vol. 21, No. 2, 2016.
- [53] 成瀬彰, “OpenACCで始めるGPUコンピューティング: ループの並列化”, 日本計算工

- 学学会誌「計算工学」, Vol. 21, No. 3, 2016.
- [54] 成瀬彰, “OpenACC で始める GPU コンピューティング: データ転送の最適化”, 日本計算工学学会誌「計算工学」, Vol. 21, No. 4, 2016.
- [55] 成瀬彰, “OpenACC で始める GPU コンピューティング: ループの最適化”, 日本計算工学学会誌「計算工学」, Vol. 22, No. 1, 2017.
- [56] Cantwell, B. and Coles, D., “An experimental study of entrainment and transport in the turbulent near wake of a circular cylinder”, *J. Fluid Mech.*, (1983), vol. 136, pp. 321-374.
- [57] 飯田明由, 藤田肇, 加藤千幸, 大田黒俊夫, “空力音の発生機構に関する実験解析(第2報, 表面圧力変動と空力音の相互関係について)”, 日本機械学会論文集(B編), 62巻 604号 (1996-12).
- [58] 久保田佑弥, “航空機の機体騒音低減に向けた差分格子ボルツマン法を用いた空力音響解析コードの開発”, 第61回飛行機シンポジウム講演集, 2F06.
- [59] 加藤千幸, 高野靖, 飯田明由, 藤田肇, 池川昌弘, “LESによる流体音の予測(第一報, 二次元円柱からの放射音)”, 日本機械学会論文集(B編), 60巻 569号(1994-1).
- [60] M. Hiraishi, M. Tsutahara, “Application of Dynamic Smagorinsky Model to the Finite Difference Lattice Boltzmann Method”, *Journal of Fluid Science and Technology*, Vol. 3, No. 1, 2008.
- [61] Leonard, A., “On the energy cascade in large-eddy simulations of turbulent fluid flows”, *Adv. In Geophys.*, Vol. 18 A, pp. 237-248, 1974.
- [62] Y. H. Dong and P. Sagaut, “A Study of time correlations in lattice Boltzmann-based large-eddy simulation of isotropic turbulence”, *Phys. Fluids*, Vol. 20, No. 3, (2008).
- [63] Smagorinsky, J., “General circulation experiments with the primitive equations”, *Mon. Weath. Rev.*, Vol. 91 No. 3, pp. 99-164, (1963).
- [64] 谷口伸一, “ラーゼ・エディ・シミュレーション(LES)(その1 LESモデルと数値計算法)”, ターボ機械, 第24巻 第6号, pp. 46-52, (1996).
- [65] D., V., Gaitonde and M., R., Visbal, “Pade-Type Higher-Order Boundary Filters for the Navier-Stokes Equations”, *AIAA-Journal*, Vol. 38, No. 11, pp. 2103-2112, (2000).

謝辞

本研究を行うにあたり、高知工科大学の荻野 要介 講師には日頃から大変多くのご指導とご支援を承りました。研究手法を学ぶにあたり、お忙しい中にも関わらず個人的な勉強会やLBMの講習会に参加させて下さり、研究手法について深く学ぶことが出来ました。また、イベント好きな一面もあり、時に逃げ道のある研究室の雰囲気を作って下さっていたため、研究に逃げ出すことなく突き進めました。心から深く感謝致します。

高知工科大学の野崎 理 教授には研究室の全体報告会において、私に足りない視点からの的確な意見をくださり、より航空分野での研究に関する知識を身につけることができました。また、就職活動の際には相談や私の拙い言語力を鍛えていただきました。厚く御礼申し上げます。

高知工科大学の辻 知宏 教授には本研究を行うにあたり GPU の知識が必要となり、ハードウェアの知識や GPU 並列化についてご教授いただきました。また、本研究で使用した GPU 計算機②GeForce4080 をお借りしました。深く感謝申し上げます。

航空エンジン超音速流研究室の超音速班のメンバーである橋爪 見奈さん、竹森 和希君、堀内 涼平君、安田 裕貴君には研究生活、飲み会などで親しく接して頂きました。内部流班の横山 貴大君、田村 風太君には内部流班へ遊びに行った時に親しく接して頂きました。特に内部流班の中澤 巽君、超音速班の堀内君には気分転換するための散歩へ同行いただき、多くの談笑をさせて頂き、精神的に助けて頂きました。また、同期である浅井 友彰君、岩田 雄太郎君、野老山 将悟君、沼野 翔泰君、東谷 涼平君には夜中まで研究をしている姿など、数多く良い刺激を頂き、私も頑張ることができました。研究室メンバーの皆様に深く感謝申し上げます。

最後に、修士から大学周辺に住むことを承諾して頂き、充実した研究生活を何不自由なく送らせて頂きました両親と兄には、心より深く感謝申し上げます。