

修士論文

高次ラゲールガウシアンビームの

Gouy 位相による光強度分布の回転制御

Rotation control of light intensity distribution

with Gouy phase of higher-order Laguerre-Gaussian beam

報告者

学籍番号: 1235129

氏名: 横川 恒助

指導教員

小林 弘和 准教授

令和3年3月1日

高知工科大学 電子・光工学コース

目次

| | | |
|--------------|--|-----------|
| 第 1 章 | 序論 | 1 |
| 1.1 | 研究背景 | 1 |
| 1.2 | 回転する空間位相構造と回転制御方法 | 2 |
| 1.3 | 回転する空間位相構造のビームを利用した応用例 | 4 |
| 1.3.1 | レーザードップラー流速計 | 4 |
| 1.3.2 | 重ね合わせた LG モードのビームを利用した速度測定 | 5 |
| 1.4 | 研究目的 | 6 |
| 1.5 | 論文構成 | 6 |
| 第 2 章 | Laguerre-Gaussian ビームの生成手法 | 7 |
| 2.1 | Laguerre-Gaussian ビーム | 7 |
| 2.2 | 高次 LG ビームの生成手法 | 10 |
| 2.2.1 | SLM | 10 |
| 2.2.2 | ブレードグレーティング型の位相変調分布 | 11 |
| 2.2.3 | LG ビームを生成する位相変調分布 | 12 |
| 第 3 章 | SLM の校正 | 15 |
| 3.1 | 実験構成 | 15 |
| 3.2 | 干渉結果 | 16 |
| 3.3 | 補正データ作成 | 16 |
| 3.3.1 | SLM と CCD の座標対応 | 16 |
| 3.3.2 | 干渉模様の強度分布の雑音除去 | 17 |
| 3.3.3 | 干渉模様の強度と位相の関係 | 17 |
| 3.3.4 | 干渉模様の電圧レベルに対する強度変化量 | 18 |
| 3.3.5 | 補正データ | 19 |
| 3.4 | 補正結果 | 19 |
| 第 4 章 | 動径方向モード p による回転量制御 | 21 |
| 4.1 | 2 つの LG モードの重ね合わせによる強度分布回転量 | 21 |
| 4.2 | 動径モード p による回転制御の実験 | 22 |
| 4.2.1 | 強度分布回転実験の構成 ($z_r=148\text{mm}$) | 22 |
| 4.2.2 | 強度分布回転実験の結果 ($z_r=148\text{mm}$) | 23 |
| 4.2.3 | 強度分布回転実験の構成 ($z_r=32\text{mm}$) | 24 |

| | | |
|--------------|---|-----------|
| 4.2.4 | 強度分布回転実験の結果 ($z_r=32\text{mm}$) | 24 |
| 4.3 | 考察 | 25 |
| 第 5 章 | ビームウェストからの伝搬距離の差による回転量制御 | 26 |
| 5.1 | 伝搬距離に差がある 2 つの LG モードの重ね合わせによる強度分布回転量 . | 26 |
| 5.2 | レンズを透過後のビームのビームウェスト位置とレーリー長 | 27 |
| 5.3 | 伝搬距離の差による回転制御の実験 | 28 |
| 5.3.1 | 伝搬距離の差による強度分布回転実験の構成 | 28 |
| 5.3.2 | 強度分布回転実験の結果 (レンズの影響の補正なし) | 29 |
| 5.3.3 | 強度分布回転実験の結果 (レンズの影響の補正あり) | 31 |
| 5.4 | 考察 | 32 |
| 第 6 章 | まとめ | 33 |
| | 謝辞 | 34 |
| | 参考文献 | 35 |
| | 付録 A | 38 |
| | 付録 B | 39 |

第 1 章

序論

1.1 研究背景

光は電磁波の一種であり、電磁波は電場と磁場が振動しながら空間を伝搬することで形成される横波である。自由空間の光速が一定であることはよく知られているが、これは平面波にのみ適用される。ここで、図 1.1 に平面波の波面を示す。波面は波の同位相の位置を繋いだ面で平面波の場合は平面であり、伝搬方向へ光速 ($c = 3.0 \times 10^8$ m/s) で伝搬する。平面波のビーム径は無限に大きくなるが、現実のビームはビーム径が有限であるため波数ベクトルが変わり、位相速度 (波面の進む速度) が変化する [1]。

有限のビーム径を持つガウシアンビームの場合は横方向の強度分布がガウス関数となり、波面はビーム半径が最小となるビームウェストと呼ばれる光軸上のある点付近では平面波のように振る舞う。ビームウェストから離れると球面波のように振る舞うため横方向の波数ベクトルが表れ、位相速度が変化する。図 1.2 に基本モードのガウシアンビームの波面と平面波の波面の比較を示す。ガウシアンビームの波面は平面波とズレがあり、光軸では位相速度が伝搬方向に加速している。

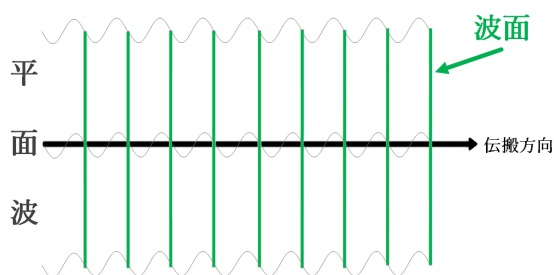


図 1.1 平面波の波面

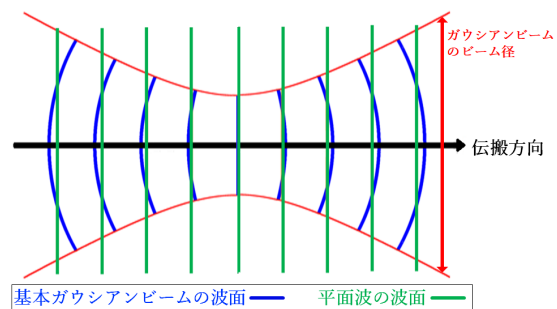


図 1.2 基本ガウシアンビームと平面波の波面の比較

ビーム断面内で加速するビームの 1 つとしてエアリービームがある [2]。図 1.3 にエアリービームの伝搬方向に対して水平な断面の強度分布を示す。エアリービームは伝搬方向 (z 方向) に垂直な横方向 (x 方向) に加速するため、曲線に沿って伝搬する特異な光ビームである。横方向に空間位相構造を持つ光は一般に多くの応用研究 [3] がなされており、横方向に加速する構造を持つエアリービームの場合は粒子の放物線に沿ったトラップとガイド、光学

顕微鏡の解像度向上など、多くのアプリケーションがある [4–6]。

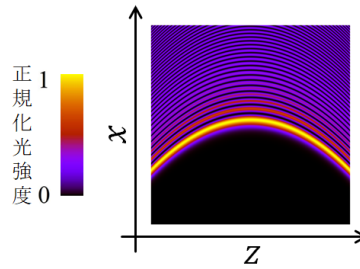


図 1.3 エアリービームの断面強度分布の伝搬特性

横方向の空間位相構造を持つ光の中で、我々の研究室では角加速度をもつ光ビームに注目している。このビームは伝搬時に角加速度を取得しながら光軸を中心に回転する傾向があることが、理論と実験の両方で広く報告されている [7–12]。角加速度を持つビームの応用としては光トラップと粒子の誘導、光リモートセンシング、マイクロ流体ポンピングなどのアプリケーションが考えられており、様々な応用が期待される [13–20]。このような角加速度をもつビームの生成手法としては、光共振器からの直接生成や、回折光学系を使用した生成法、軌道角運動量 (OAM) を運ぶビームの重ね合わせによって生成する方法が報告されている [21–23]。

しかし、自由度の高い回転量制御方法については十分に報告されていない。本研究では OAM を運ぶ高次のガウシアンビームの Laguerre-Gaussian モード (LG モード) の重ね合わせによって角加速度をもち、強度分布が回転しながら伝搬するビームを生成する。また、異なる LG モードの重ね合わせにより回転量増加と回転量制御を目標としている。

1.2 回転する空間位相構造と回転制御方法

ガウシアンビームは高次のモードに Laguerre-Gaussian モード (LG モード) [26] が存在し、波面が螺旋状にねじれて伝搬するモードで光渦とも呼ばれる。LG モードは方位角モード番号 l と動径モード番号 p によって特徴づけられる。方位角モード l について図 1.4(a) に伝搬方向に対して垂直な断面の複素振幅分布 (振幅: 明度, 位相: 色相)、図 1.4(b) に波面の伝搬を示す。

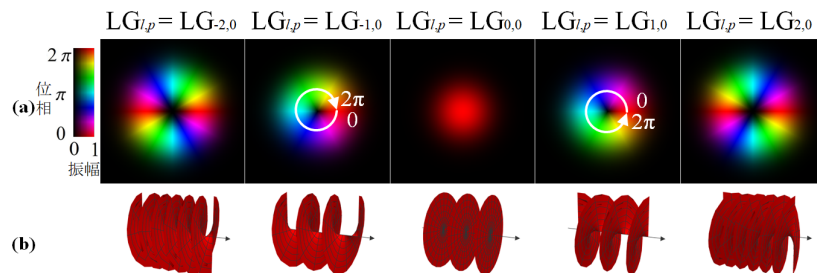


図 1.4 方位角モード l についての LG モード (a) ビームの垂直断面の複素振幅分布 (b) 波面の伝搬

方位角モード l はビーム断面内で光軸を中心に $0 \sim 2\pi l$ の位相変化を方位角方向に持つビームとなる。 l の正負は位相変化の向き (左回りか右回り) を表している。光軸の位相は周りの $0 \sim 2\pi l$ の位相の重ね合わせであり、位相特異点となる。位相特異点は振幅がゼロになって暗点となり、リング状の強度分布となる。さらに動径モード p によって表される光軸を中心とした動径方向の位相変化を持つモードも LG モードには存在する。動径モード p について、図 1.5(a) に伝搬方向に対して垂直な断面の複素振幅分布、図 1.5(b) に波面の伝搬を示す。

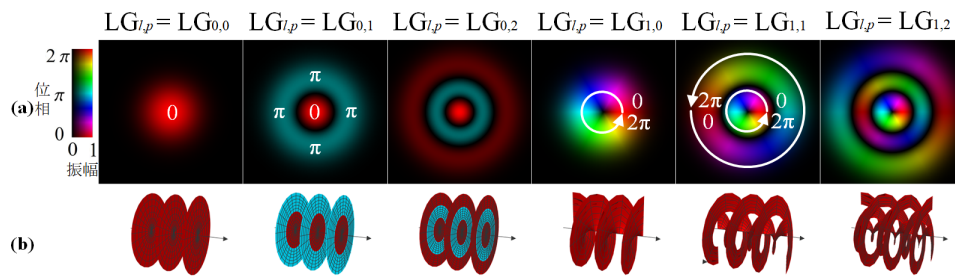


図 1.5 動径モード p についての LG モード (a) ビームの垂直断面の複素振幅分布 (b) 波面の伝搬

このモードは強度分布が光軸を中心に多重リングになっている。各リング状強度分布に対して動径モード p はリングの数と各リングの位相差を示し、中心から n 番目のリングには $n\pi$ の位相が付加されている。(但し、 n は $0 \leq n \leq p$ の整数である)

LG モードを含むガウシアンビームにはビームウェストからの伝搬距離に応じて Gouy 位相と呼ばれる位相量が生じ、光軸上で平面波の波面とズレが生じるといった特性がある。図 1.6 に基本モードのガウシアンビームと平面波の波面の光軸上に差として現れる Gouy 位相を示す。Gouy 位相はビームウェスト付近で急峻に変化し、伝搬するにつれて平面波との位相のズレが増加していく。また、LG モードの場合は高次モードになるほど Gouy 位相の位相量が大きくなる。Gouy 位相は強度分布の範囲が制限される光波が伝搬する際に現れる非常に重要な光波パラメータである [27, 28]。

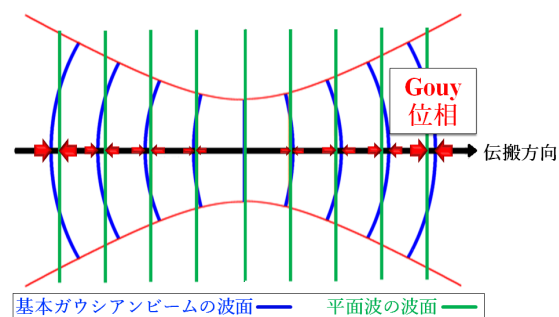


図 1.6 基本ガウシアンビームと平面波の光軸上に現れる Gouy 位相

異なる LG モードを重ね合わせるとモード毎に異なる Gouy 位相の差によって、モード毎の位相速度にも差が生じる。位相速度の差によって、重ね合わされたビームの干渉位置が方

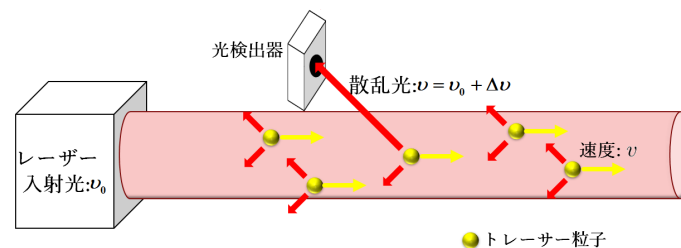
位角方向へ沿って回転する。そのためビームの空間位相構造が複数の LG モードの重ね合わせであれば、角加速度をもち、強度分布が回転しながら伝搬するビームとなる。モード毎に Gouy 位相が異なり、位相速度に差があることで回転するため、重ね合わせるビームの Gouy 位相をモードの組み合わせによって調整することで、回転量制御や回転量設計が可能となる。

1.3 回転する空間位相構造のビームを利用した応用例

応用例として流速計測を挙げる。はじめに光を利用した代表的な流速計であるレーザードップラー流速計についての特徴について述べ、次に LG モードを重ね合わせたビームに生じる強度分布の回転を利用した速度計測についての原理と利点について説明する。

1.3.1 レーザードップラー流速計

光を用いて流れ場の流速を計測する際には、流れに対し追従性が高い微小粒子 (トレーサー粒子) を利用する。代表的なレーザードップラー流速計は図 1.7 のように流れ場に周波数 ν_0 のレーザーを入射し、トレーサー粒子からの散乱光を観測するとドップラー効果によって散乱光の周波数 ν が粒子の速度 v に比例して変化する現象を利用している。



ただし、光の周波数を直接計測することは困難であるので、入射光と散乱光を重ね合わせて電気信号へ変換した場合に得られるビート (うなり) 信号を測定する。ビート信号の周波数は両者の周波数の差によって生じるためドップラーシフト周波数 $\Delta\nu$ が観測可能となる。この方式は光ヘテロダイン検波と呼ばれる。

現在はドップラーシフト周波数の計測にフリンジ方式が多用されている。この方式はレーザーをハーフミラーなどで 2 光路に分割して、レーザーを観測地点で交差させることで干渉縞を生じさせる。そして、生じた干渉縞をトレーサー粒子が通過する際に得られる散乱光を測定し、ドップラーシフト周波数を計測する。

レーザードップラー流速計は流れ場に影響を与えず流速計測が可能であることや光の直進性、波長の短さから精度が高いという優れた特性を持つ。ただし、レーザーの伝搬方向速度成分しか計測ができないという欠点がある。また、トレーサー粒子からの散乱光は、レー

ザーが伝搬している広範囲の空間に分布するそれぞれのトレーサー粒子からの散乱光であるため局所的な流速計測には向いていない [29]。

1.3.2 重ね合わせた LG モードのビームを利用した速度測定

基本ガウシアンビームと高次のガウシアンビームを重ね合わせ、干渉させると同位相では強め合い、逆位相では弱め合う。ここで、図 1.8(a) に基本ガウシアンビーム ($LG_{0,0}$) と高次のガウシアンビーム ($LG_{1,0}$, $LG_{2,0}$) の複素振幅分布、図 1.8(b) にその強度分布を示す。 $LG_{0,0}$ と $LG_{1,0}$ の強度分布は干渉により強め合う同位相と弱め合う逆位相が原点を中心に隣り合う。 $LG_{0,0}$ と $LG_{2,0}$ の強度分布は干渉により強め合う同位相が原点を中心に隣り合い棒状の強度分布となる。

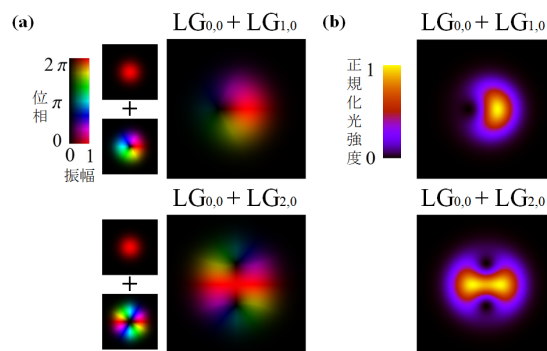


図 1.8 基本ガウシアンビームとモード l について高次のガウシアンビームの干渉
(a) 複素振幅分布 (b) 強度分布

干渉させたビームを伝搬させるとモード間の Gouy 位相の差によって、強度分布が回転する。このビームを図 1.9 のように流れ場に入射し、トレーサー粒子からの散乱光の時間変化を計測する。トレーサー粒子が入射ビームの強い光強度の位置を通過するとき散乱光は強くなり、入射ビームの弱い光強度の位置では弱くなる。この散乱光の信号の周期と強度分布の単位長さあたりの回転量から流速を測定できる。また、粒子からの散乱光だけでなく、流れ場を通過する干渉ビームの光強度の変化からも流速を測定できる。

干渉ビームの強度分布の回転量は Gouy 位相が急峻に変化するビームウェスト付近で増加するためビームウェスト付近での局所的な流速計測に向いている。ただし、速度を測定したい空間にビームウェストがある必要がある。

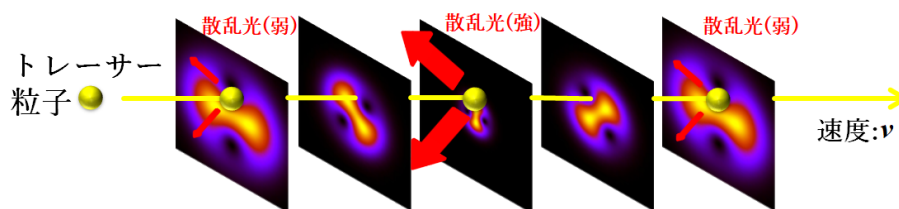


図 1.9 強度分布の回転によるトレーサー粒子の散乱光

1.4 研究目的

Gouy 位相による強度分布の回転は文献 [11, 12] ですでに報告されている。文献 [11] は LG ビームの一部分を削り、欠けた状態の強度分布の回転を計測している。この文献では、欠けた状態の LG ビームを高次の LG ビームを重ね合わせたものと考えている。また、文献 [12] は重ね合わせる LG ビームごとに、レーリー長に差を与えている。レーリー長は Gouy 位相に関係するパラメータであり、レーリー長が短いほどビームウェストで Gouy 位相は急峻に変化し、遠方で Gouy 位相の変化が小さくなる。この文献では、LG モードのモードの違いによる Gouy 位相の差でなく、レーリー長の差による Gouy 位相の差を回転に利用している。

本研究では任意のモード、特に動径モードを有する LG ビームを重ね合わせ、Gouy 位相を調整し、強度分布の回転量を制御することを目的とする。また、重ね合わせるモードのビームウェストの位置を伝搬方向にずらすことによって、回転方向を制御できることを示す。LG ビームを生成する手段として、空間位相変調器 (SLM:Spatial Light Modulator) [24,25] を用いる。SLM は位相変調のみで振幅変調ができないが、位相フィルタ通過後の光波に対してフーリエ面で空間フィルタを作用させて振幅位相変調を実現し、任意の LG モードとその重ね合わせを生成する。

1.5 論文構成

1 章では角加速度をもつ空間位相構造のビームとして LG ビームを挙げ、基本的な特性と応用について触れた。2 章では本研究で用いるガウシアンビームについて詳しく説明する。また、LG ビームを生成する際に用いる SLM の原理と生成手法についても述べる。3 章では SLM の断面内位相校正と位相変調校正の実験と校正結果を示す。4 章では複数の LG ビームを重ね合わせを生成し、 p モードの増加による強度分布回転制御の実験結果を示す。5 章では重ね合わせるモードのビームウェストの位置をずらして生成し、強度分布回転方向制御の実験結果を示す。6 章ではこれまでの章で得られた結果についての考察とまとめを述べる。

第 2 章

Laguerre-Gaussian ビームの生成手法

2.1 Laguerre-Gaussian ビーム

自由空間における波動方程式を近軸近似の下で解くと、円筒座標系 (ρ, φ, z) の固有解として Laguerre-Gaussian モード (LG モード) が得られる。ここで ρ は xy 平面における原点からの長さを表し、 $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ である。また、 φ は xy 平面における方位角方向の角度を表し、

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{y}{x} \quad (2.1)$$

である。LG モードは l の方位角方向モード、 p の動径方向モードで特徴づけられ、伝搬方向を z とするとその電場 $E_{l,p}$ は

$$\begin{aligned} E_{l,p}(\rho, \varphi, z) = & A_{l,p} \left(\frac{\rho}{w(z)} \right)^{|l|} L_p^{|l|} \left(\frac{2\rho^2}{w(z)^2} \right) \frac{1}{w(z)} \exp \left(-\frac{\rho^2}{w(z)^2} \right) \\ & \times \exp \left[i \left\{ kz + k \frac{\rho^2}{2R(z)} - l\varphi - (2p + |l| + 1)\chi_0(z) \right\} \right] \end{aligned} \quad (2.2)$$

である [30, 31]。 k は真空中の波数であり、波長が λ であるとき $k = 2\pi/\lambda$ となる。 $A_{l,p}$ は

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |E_{l,p}(\rho, \varphi, z)|^2 dx dy = 1 \quad (2.3)$$

となるように規格化する規格化係数で

$$A_{l,p} = \sqrt{\frac{2^{|l|+1} p!}{\pi (p + |l|)!}} \quad (2.4)$$

である。 $L_p^{|l|}$ はラーゲル陪多項式であり、

$$L_p^{|l|}(x) = \sum_{r=0}^p (-1)^r \binom{p + |l|}{p - r} \frac{x^r}{r!} \quad (2.5)$$

と定義される。ここで $\binom{p+|l|}{p-r}$ は二項係数である。 $w(z)$ はビーム半径を表し、 $R(z)$ は波面の曲率半径を表すパラメータで

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_r^2}} \quad (2.6)$$

$$R(z) = z \left(1 + \frac{z_r^2}{z^2} \right) \quad (2.7)$$

と表される。 w_0 はガウシアンビームの最小ビーム半径となるビームウェストでのビーム半径を表す。 $\text{LG}_{0,0}$ の基本ガウシアンモードの強度分布 $|E_{0,0}|^2$ では通常の高スアン分布のビームとなり、このときの強度のピーク値から $1/e^2$ 倍まで低下する半径をビーム半径とみなしている。ここで伝搬によりビーム半径が $\sqrt{2}w_0$ となるまでの距離をレーリー長 z_r と呼び、

$$z_r = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (2.8)$$

で定義される。また、 $\chi_0(z)$ は基本の Gouy 位相で

$$\chi_0(z) = \tan^{-1} \left(\frac{z}{z_r} \right) \quad (2.9)$$

と表され、伝搬距離 z によって変化する位相量となる。

式 (2.2) の (l, p) を含まない項は基本ガウシアンビーム $\text{LG}_{0,0}$ の成分で

$$E_{0,0}(\rho, \varphi, z) \propto \frac{1}{w(z)} \exp \left(-\frac{\rho^2}{w(z)^2} \right) \exp \left[i \left(kz + k \frac{\rho^2}{2R(z)} - \chi_0(z) \right) \right] \quad (2.10)$$

となる。 $\frac{1}{w(z)}$ は伝搬方向 z についての 2 次関数で、ビームウェストから離れると小さくなる振幅成分である。 $\exp \left[-\frac{\rho^2}{w(z)^2} \right]$ はガウシアン分布状振幅分布を示す。 $\exp(ikz)$ は平面波の位相である。 $\exp \left[ik \frac{\rho^2}{2R(z)} \right]$ は曲率半径 $R(z)$ となる放物面位相を表しており、波面が平面波から球面波状に変化していくことを表す。基本モード $\text{LG}_{0,0}$ の Gouy 位相は $\chi_0(z)$ で表される。

$\left(\frac{\rho}{w(z)} \right)^{|l|}$ はモード l についての強度暗点の広がりを示し、 $l\varphi$ はビーム断面内の方位角方向の位相を示す。 $L_p^{|l|} \left(\frac{2\rho^2}{w(z)^2} \right)$ はモード p についてのリング状強度分布を示す。高次のモードに加わる Gouy 位相を示す成分は $(2p + |l|)\chi_0(z)$ で表される。

式 (2.9) で表される基本の Gouy 位相に注目すると $\chi_0(z)$ の値域は $|\chi_0(z)| \leq \pi/2$ で、 $\chi_0(z)$ は $|z| \leq z_r$ の範囲で $\pi/2$ 変化する。式 (2.9) を微分すると

$$\frac{d\chi_0(z)}{dz} = \frac{1}{z_r \left(1 + \frac{z^2}{z_r^2} \right)} \quad (2.11)$$

となり、 $\chi_0(z)$ の傾きを表す。式 (2.11) の $\chi_0(z)$ の傾きを z に対してプロットしたものを図 2.1(a) に示す。 z_r が小さいほど $\chi_0(z)$ の傾きが増加し、ビームウェスト ($z = 0$) で最大になることがわかる。したがって、Gouy 位相はビームウェストで最も変化し、レーリー長 z_r が短いほど急峻に変化する。図 2.1(b) にモードごとの伝搬距離による Gouy 位相の位相量を示す。

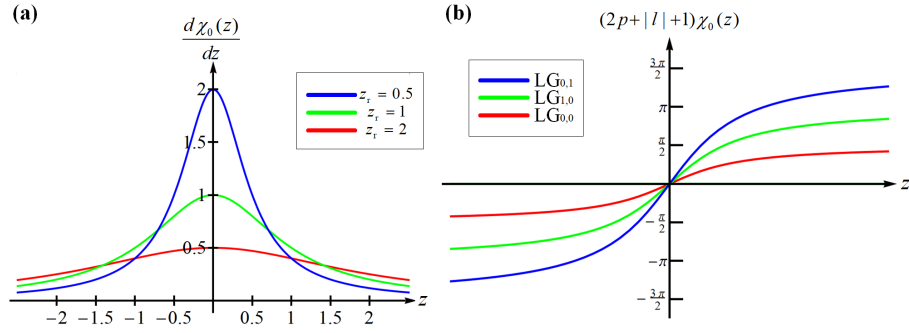


図 2.1 Gouy 位相 (a) $\chi_0(z)$ の傾き (b) モードごとの Gouy 位相

図 2.2 にモード (l, p) を変化させた LG ビームの複素振幅分布を示す。方位角モード l についてはビーム断面内で位相が $l\phi$ 変化するため、逆位相が互いに打ち消し合い、中心に振幅の暗点ができる。動径モード p はリングの数と各リングの位相差を示す。各リング内では $0 \sim 2\pi l$ の位相変化が生じているが、その位相に対して中心から n 番目のリングには $n\pi$ の位相が付加されることで多重リング状強度分布となる。(但し、 n は $0 \leq n \leq p$ の整数である)

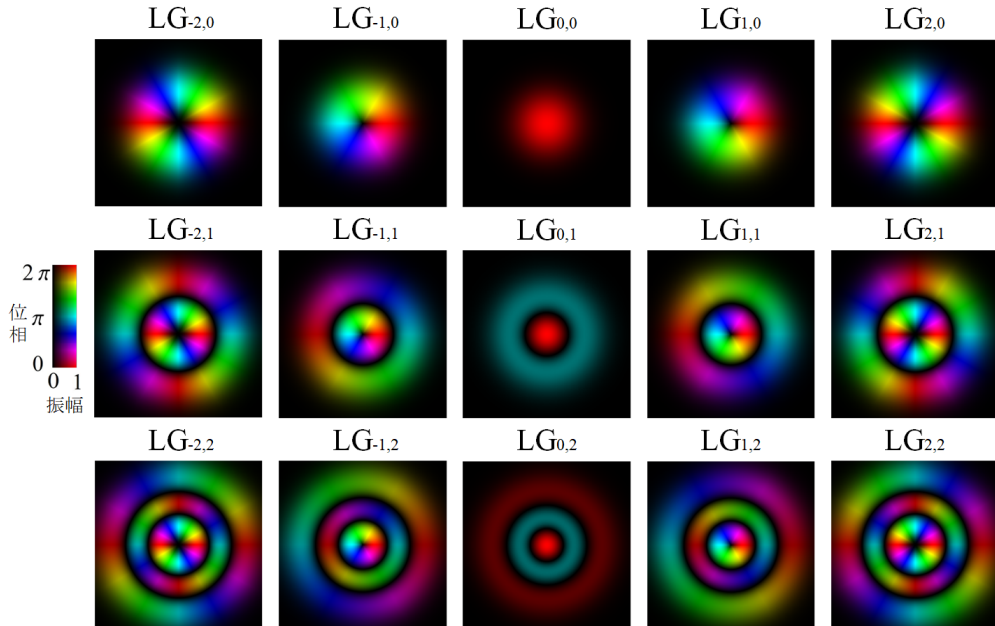


図 2.2 LG モードの複素振幅分布

2.2 高次 LG ビームの生成手法

2.2.1 SLM

SLM は LCOS(Liquid crystal on silicon) チップの技術を使用する空間位相変調器で、平行配向されたネマティック液晶層のピクセルを多数有している。図 2.3 のようにアドレス部に CMOS 技術を応用して、PC からの DVI 信号によるアドレス部への書き込み情報により、加える電圧を変化させ、液晶分子の立ち上がりを制御することで位相変調をしている。

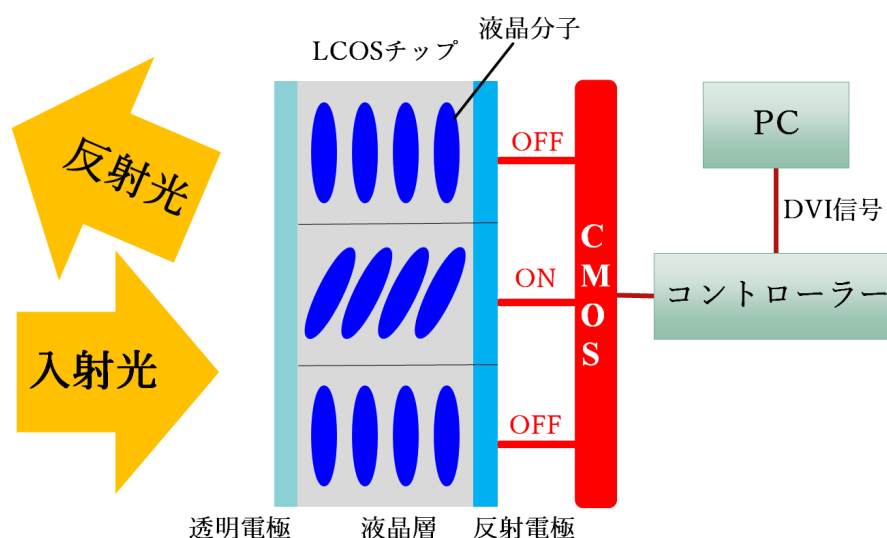


図 2.3 SLM の動作原理

ネマティック液晶分子は細長い形状を持ち、電圧を加えていないときには光軸に対して液晶分子の長軸が垂直方向を向いて位置し、複屈折を示す。液晶分子の長軸と光軸が同じ方向を向くように電圧を加えると複屈折が実質的になくなる。つまり電圧で液晶分子の長軸を回転させて液晶層の複屈折の性質を制御することで位相変調を可能としている。液晶分子の長軸を回転させているため、長軸に対して平行な直線偏光成分のみ位相変調ができる。

SLM は液晶を用いるためビームによる損傷閾値が低く、パルスレーザーなどの高いエネルギーのビームにはそのままでは使用できない。また、電極の吸収や散乱による損失も考慮する必要がある。しかし、ビーム成形に対する自由度が高く、高次のモードの光渦や重ね合わせたモードの生成も容易にできる利点がある。

LG ビームを生成するには、入射ビームが LG ビームの複素振幅分布へ変化するような位相変調分布を SLM へ入力すれば良いが、SLM 表面での反射光などの影響で生成精度が低くなる。また、SLM は位相変調しかできないため本研究ではブレードグレーティング型の分布を用いて振幅と位相の変調を実現した。

2.2.2 ブレーズドグレーティング型の位相変調分布

回折格子は周期的な構造により入射光を回折する光学素子である。ブレーズド回折格子の場合は鋸歯状の透過複素振幅をしており、透過複素振幅の位相変調深度に応じて回折効率が決まる。図 2.4(a) に位相変調深度が 2π の場合の回折を示す。位相変調深度が 2π の場合は 1 次光のみに回折する。一方、図 2.4(b) に示すように位相変調深度が π の場合は約 8 割の強度が 0 次光と 1 次光に回折され、0 次光と 1 次光の強度は等しくなる。

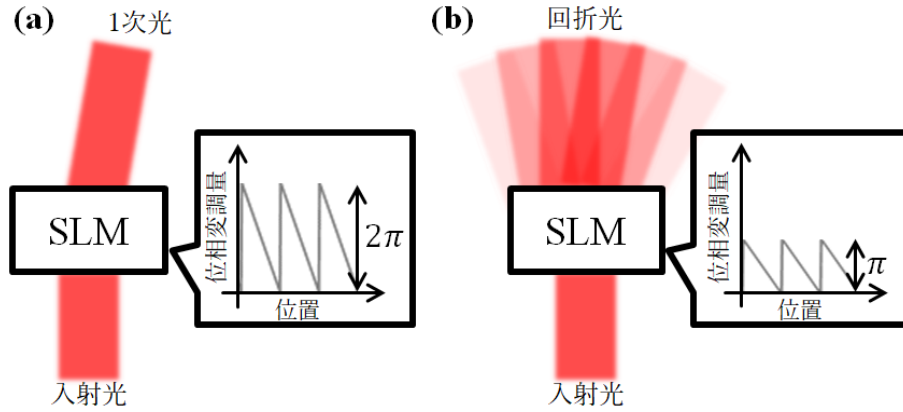


図 2.4 ブレーズド回折格子の回折 (a) 位相変調深度 2π (b) 位相変調深度 π

ブレーズドグレーティング型位相変調分布 $G(x)$ はブレーズド回折格子の透過複素振幅を再現した分布であり、

$$G(x) = \exp\left(i\frac{2\pi d}{T}x\right) \quad (2.12)$$

と表せる。ここで、 T は回折格子の周期を表し、 d は回折格子の位相変調深度を表す。図 2.5 にブレーズドグレーティング型位相変調分布の断面を示す。

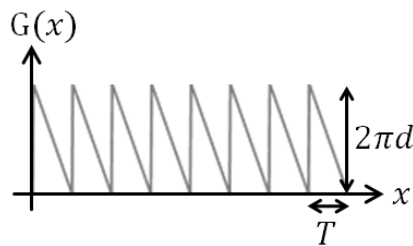


図 2.5 ブレーズドグレーティング型位相変調分布の断面

式 (2.12) を x についてフーリエ級数展開すると、

$$G(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m(x) \exp\left(i\frac{2\pi}{T}mx\right) \quad (2.13)$$

となる。フーリエ係数 $c_m(x)$ は

$$\begin{aligned}
c_m(x) &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \exp\left(i\frac{2\pi d}{T}x\right) \exp\left(-i\frac{2\pi}{T}mx\right) \\
&= \frac{\sin[\pi(d-m)]}{\pi(d-m)} = \text{sinc}(d-m)
\end{aligned} \tag{2.14}$$

である。ここで sinc 関数は $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$ と定義する。回折格子の回折光は入射光と回折格子の透過複素振幅の積であるため、回折光は入射光を平面波 $\exp(ikz)$ とすると式 (2.13) と式 (2.14) より

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \text{sinc}(d-m) \exp\left[i\left(kz + \frac{2\pi}{T}mx\right)\right] \tag{2.15}$$

と求められる。 m は回折光の次数に対応しており、それぞれの次数の回折光の振幅は位相変調深度 d に依存する。図 2.6 に位相変調深度 d と 1 次光の振幅の関係を表す。SLM は位相変調しかできないが、ブレードグレーティング型位相変調分布の位相深度 d で振幅を操作することで特定の次数 m の振幅変調ができる。

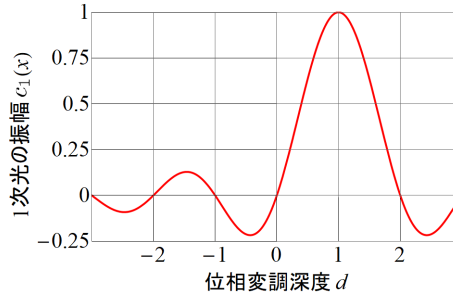


図 2.6 位相変調深度 d と 1 次光の振幅

2.2.3 LG ビームを生成する位相変調分布

位相フィルタ通過後の光波に対してフーリエ面で空間フィルタを作用させることで振幅位相変調を行う [32, 33]。SLM への入射光は平面波 $\exp(ikz)$ を仮定する。まず、実現したい LG ビームの複素振幅分布 $t_1(\vec{\rho})$ 、ブレード回折格子の透過複素振幅分布 $t_2(\vec{\rho})$ を以下で定義する。

$$t_1(\vec{\rho}) = a(\vec{\rho}) \exp[i\phi_1(\vec{\rho})] \tag{2.16}$$

$$t_2(\vec{\rho}) = \exp[i\phi_2(\vec{\rho})] \tag{2.17}$$

ただし、 $\vec{\rho} \equiv (x, y)$ は入射ビームの進行方向に垂直な断面内の座標である。 $t_1(\vec{\rho})$ を SLM で変調後に空間的に分離するために $t_1(\vec{\rho})$ に $t_2(\vec{\rho})$ の変調を加える。LG ビームの位相分布とブレード回折格子の位相分布の和を $\phi = \phi_1(\vec{\rho}) + \phi_2(\vec{\rho})$ とすると

$$\begin{aligned} t(\vec{\rho}) &= t_1(\vec{\rho})t_2(\vec{\rho}) \\ &= a(\vec{\rho})\exp[i\phi(\vec{\rho})] \end{aligned} \quad (2.18)$$

となる。SLM の位相変調分布は実現したい複素振幅分布である式 (2.18) の振幅 $a(\vec{\rho})$ と位相 $\phi(\vec{\rho})$ に応じて設計するため、SLM の位相変調分布は

$$h(\vec{\rho}) = \exp[i\psi(a, \phi)] \quad (2.19)$$

となる。ここで、振幅分布 $a(\vec{\rho})$ は SLM で直接変調できないため a に関する関数 $M(a)$ を用いて回折光として実現するものとして、

$$\psi(a, \phi) = \{1 - M(a)\}\phi \quad (2.20)$$

とおく。 $M(a)$ は位相変調深度に影響を与え、振幅変調を行う。

$h(\vec{\rho})$ と $t(\vec{\rho})$ を直接的に対応づけることはできないので、 $h(\vec{\rho})$ の $\phi(\vec{\rho})$ に関するフーリエ級数の 1 次光として $t(\vec{\rho})$ を生成することを考える。 $h(\vec{\rho})$ を ϕ についてフーリエ級数展開すると、

$$h(\vec{\rho}) = \exp[i\psi(a, \phi)] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m(a)\exp(im\phi) \quad (2.21)$$

となる。ここで 1 次光の振幅 $c_1(a) = a$ を満たすように式 (2.20) の $M(a)$ を設計すれば良い。 $c_1(a)$ はフーリエ級数展開の係数を求める計算と同様に、

$$c_m(a) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp[i\psi(a, \phi)] \exp(-im\phi) d\phi \quad (2.22)$$

という積分で求められる。 $c_1(a) = a$ は左辺、右辺ともに実数である必要があるので、この条件を満たす必要十分条件は

$$\begin{cases} \int_{-\pi}^{\pi} \sin[\psi(a, \phi) - \phi] d\phi = 0 \\ \int_{-\pi}^{\pi} \cos[\psi(a, \phi) - \phi] d\phi = 2\pi a \end{cases} \quad (2.23)$$

となる。式 (2.20) を代入し、計算すると

$$a = \text{sinc}[M(a)\pi] \quad (2.24)$$

$$\therefore M(a) = \frac{\text{sinc}^{-1}(a)}{\pi} \quad (2.25)$$

となり、式 (2.25) の場合に必要十分条件の式 (2.23) を満たすことがわかった。この計算の解説は付録 A で述べる。式 (2.25) より、SLM の位相変調分布である式 (2.19) は

$$h(\vec{\rho}) = \exp\left[i\left\{1 - \frac{\text{sinc}^{-1}[a(\vec{\rho})]}{\pi}\right\}\phi(\vec{\rho})\right] \quad (2.26)$$

となる。

入射光を式 (2.26) の分布で位相変調し、フーリエ変換すると 1 次光に実現したい LG ビームが現れる。そのため、フーリエ面に 1 次光のみ透過する空間フィルタを作用させて LG ビームを得る必要がある。実験では、レンズの焦点面がフーリエ面となることを利用する。変調した光をレンズで集光し、焦点面にしぼりやピンホールを配置して 1 次光のみ抽出することで所望の LG ビームを得る。

また、実験では SLM への入射光に基本ガウシアンビーム ($LG_{0,0}$) を利用する。SLM への入射光を平面波として、 $a(\vec{\rho})$ と $\phi_1(\vec{\rho})$ は実現したい LG ビームの振幅分布と位相分布として考えてきた。しかし、 $a(\vec{\rho})$ は入射ビームに対する出射ビームの振幅比とする必要がある。一方、位相分布 $\phi_1(\vec{\rho})$ については入射ビームを十分にコリメートし、平行光とすれば基本ガウシアンビームの波面は平面と考えて良いため影響はない。

図 2.7 に位相変調分布 $h(\vec{\rho})$ による変調の概略図を示す。位相変調分布 $h(\vec{\rho})$ を透過した光は回折し、1 次光に実現したい複素振幅分布が現れる。図 2.8(a) に $LG_{1,1}$ を生成する位相変調分布 $h(\vec{\rho})$ を示し、図 2.8(b) に $LG_{1,1}$ の複素振幅分布を示す。生成する LG ビームの強度の強さに応じて、位相変調深度が深くなっている。

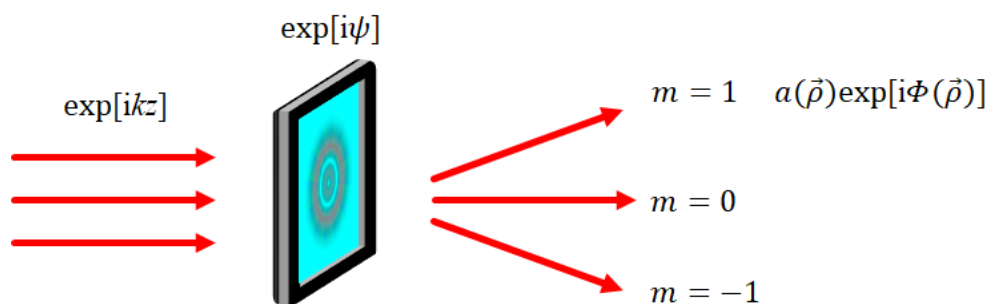


図 2.7 位相変調分布 $h(\vec{\rho})$ による変調の概略図

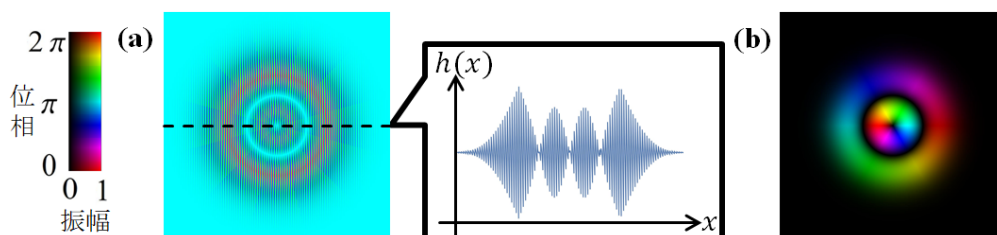


図 2.8 (a) 位相変調分布 (b) LG ビームの複素振幅分布

第 3 章

SLM の校正

本章では、SLM の校正と補正結果について述べる。SLM の欠点として、液晶ディスプレイの平坦度の不均一性がある。この空間的不均一性はディスプレイの横方向の応力や透明電極の厚さの変動など、さまざまな原因が考えられる。この不均一性は、SLM の性能を低下させる余分な空間位相分布を生じさせる。そのため適切な校正を行い、この余分な位相分布の影響を補正する必要がある。SLM の校正については様々な手法が提案されている [34–36]。本研究ではマイケルソン干渉計を SLM と鏡で構成し、SLM の電圧レベルと干渉模様の変化を利用して校正した。

3.1 実験構成

実験系を図 3.1 に示す。光源に He-Ne レーザー (波長 633nm、ビーム半径 3.6mm) を用い、偏光ビームスプリッター (PBS) と 1/2 波長板 (HWP) によって SLM で位相変調可能な直線偏光 (垂直偏光) にした。次に、ビームエキスパンダー (BE) でビーム径を約 2 倍にした。そして、ビームスプリッター (BS) と SLM (SLM-200, santec corp.) と鏡でマイケルソン干渉計を組み、SLM と鏡からの反射ビームを干渉させた。その後、観測に用いる CCD (BC106-VIS, Thorlabs Inc.) の撮像可能サイズとなるようにレンズ 1 ($f=75\text{mm}$) とレンズ 2 ($f=50\text{mm}$) でビーム径を縮小し、レンズ 3 ($f=50\text{mm}$) とレンズ 4 ($f=50\text{mm}$) とピンホール (直径 $400\mu\text{m}$) で雑音を除去したビームを CCD へ入射した。レンズ 1 とレンズ 2 の組み合わせとレンズ 3 とレンズ 4 の組み合わせはそれぞれ 4f 系となっており、SLM 表面が CCD 上に結像される。

実験では、SLM の電圧レベルを 34 段階に分けて液晶ディスプレイ全面を位相変調し、SLM と鏡からの反射ビームの干渉模様を観測した。電圧レベルに対応する干渉模様の強度から SLM の断面内位相と位相変調量を校正した。

位相変調する SLM の座標と干渉模様を観測する CCD の座標を対応させる必要がある。SLM に市松模様の電圧レベル分布を設定し、SLM からの反射ビーム (格子状の強度分布) の干渉模様を CCD で観測することで座標の対応を行った。使用する SLM の液晶ディスプレイの大きさは $15.36\text{mm} \times 9.60\text{mm}$ 、 $1920\text{pixel} \times 1200\text{pixel}$ で、CCD の受光面の大きさは $8.77\text{mm} \times 6.6\text{mm}$ 、 $1360\text{pixel} \times 1024\text{pixel}$ である。これらの値の範囲で SLM と CCD の座標対応を行った。また、SLM はピクセルに印加する電圧レベルを 10bit (0~1023) で制

御して位相変調し、CCD は 픽셀ごとに 12bit(0~4095) で光強度を電気信号に変換する。これらの値の範囲で、SLM の電圧レベルに対する CCD での干渉模様の強度変化を観測した。

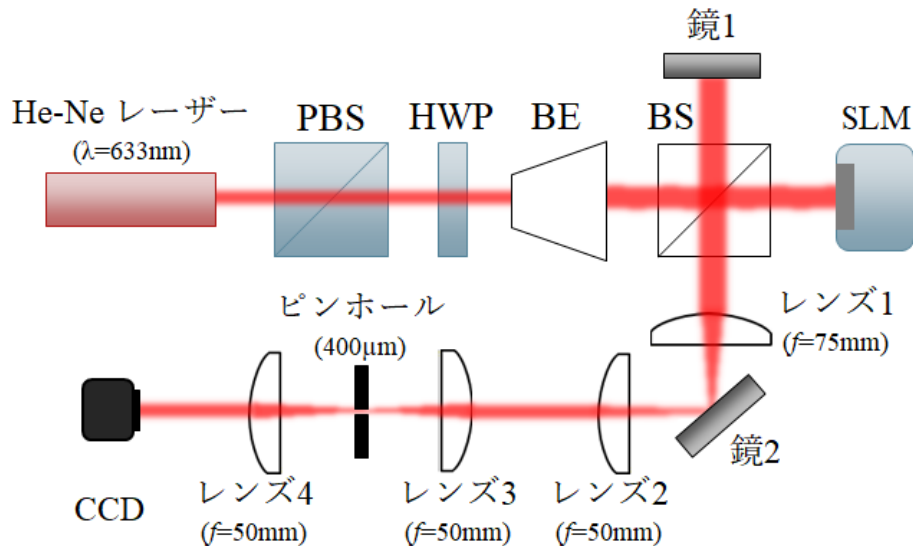


図 3.1 校正実験の実験系

3.2 干渉結果

図 3.1 の実験系での、干渉模様の強度分布を電圧レベル:(0,310,620,930) について図 3.2 に示す。電圧レベルがシフトするごとに、干渉模様の強度分布がシフトしていく結果を得られた。電圧レベル 0 と電圧レベル 930 ではほぼ同じ干渉模様の強度分布なのでほぼ 2π の位相変化だが、干渉模様を基にして 픽셀毎に補正していく。

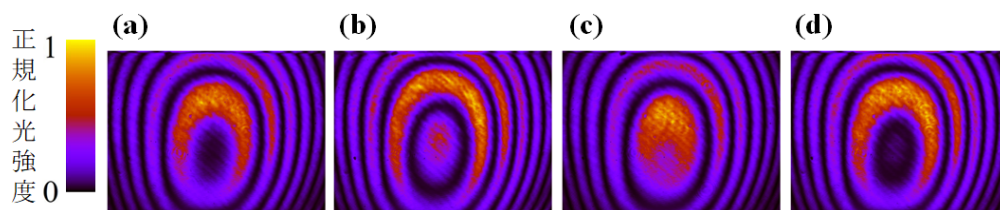


図 3.2 電圧レベル毎の干渉模様 電圧レベル:(a)0, (b)310, (c)620, (d)930

3.3 補正データ作成

3.3.1 SLM と CCD の座標対応

まず、SLM と CCD の座標対応を行った。図 3.1 に示す実験系で鏡 1 の経路を遮り、SLM からの反射ビームのみを CCD で観測した。観測の際に SLM を制御し、隣り合う正方形 (120pixel × 120pixel) の電圧レベルが 0 から 465 へ変化した市松模様の電圧レベル分布

を SLM に設定した。SLM の電圧レベルが変化する境目に位相のズレが生じ、強度が低下するため格子状の強度分布となる。図 3.3(a) に SLM の位相変調分布、図 3.3(b) に CCD で観測した強度分布を示す。この位相変調分布と強度分布の緑の点線を基準に SLM(範囲:1440pixel × 1200pixel) と CCD(範囲:1190pixel × 998pixel) の座標を対応させた。

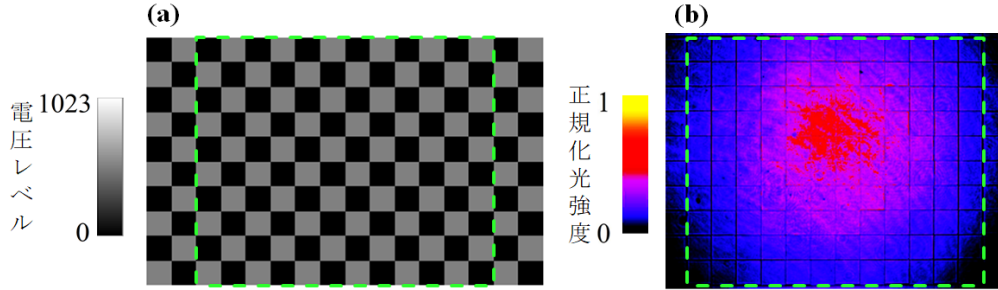


図 3.3 SLM と CCD の座標対応 (a) 位相変調分布 (市松模様) (b) 格子状の強度分布

3.3.2 干渉模様の強度分布の雑音除去

干渉模様の雑音成分を除去するために、ダウンサンプリングを行った。CCD で観測した干渉模様の強度分布を図 3.3 の緑の点線の範囲で抜き出し、抜き出した 1190pixel × 998pixel の強度分布をガウス補完により 48pixel × 40pixel にダウンサンプリングした。図 3.2 の干渉模様の強度分布についてダウンサンプリング後の干渉模様の強度分布を図 3.4 に示す。

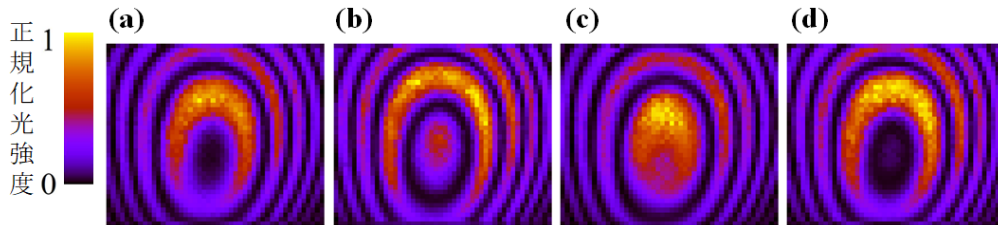


図 3.4 ダウンサンプリング後の干渉模様 電圧レベル:(a)0, (b)310, (c)620, (d)930

3.3.3 干渉模様の強度と位相の関係

干渉模様の強度と位相の関係を考える。まず、鏡からの反射ビームの複素振幅分布 (位相 0 を仮定) を $a_{\text{mir}}(\vec{\rho})\exp[ikz]$ 、SLM からの反射ビームの複素振幅分布を $a_{\text{slm}}(\vec{\rho})\exp[i\{kz - \phi(\vec{\rho}, V)\}]$ とすると、反射ビームを重ね合わせた干渉模様の強度分布 $I(\vec{\rho}, V)$ は

$$I(\vec{\rho}, V) = a_{\text{mir}}^2(\vec{\rho}) + a_{\text{slm}}^2(\vec{\rho}) + 2a_{\text{mir}}(\vec{\rho})a_{\text{slm}}(\vec{\rho})\cos[\phi(\vec{\rho}, V)] \quad (3.1)$$

となる。ここで、 $a_{\text{mir}}(\vec{\rho})$ は鏡からの反射ビームの振幅、 $a_{\text{slm}}(\vec{\rho})$ は SLM からの反射ビームの振幅、 $\phi(\vec{\rho}, V)$ は SLM の位相変調量、 V は SLM の電圧レベルとする。式 (3.1) より、強度は位相 $\phi(\vec{\rho}, V)$ に対して \cos カーブを描くことがわかる。

3.3.4 干渉模様の電圧レベルに対する強度変化量

ダウンサンプリングした干渉模様の各ピクセルに対して、電圧レベル V についての強度 I の変化を式 (3.2) に一致するように最小二乗法でフィッティングした。電圧レベルに対して非線形で位相が変化していたため、式 (3.1) の $\phi(\vec{\rho}, V)$ に対応するパラメータは 3 次関数 $\psi_3 V^3 + \psi_2 V^2 + \psi_1 V + \psi_0$ とした。また、 A と B はそれぞれ式 (3.1) の $2a_{\text{mir}}(\vec{\rho})a_{\text{slm}}(\vec{\rho})$ と $a_{\text{mir}}^2(\vec{\rho}) + a_{\text{slm}}^2(\vec{\rho})$ に対応するパラメータである。図 3.5 に SLM の中央のピクセルの電圧レベル V についての強度 I の変化と近似結果を示す。

$$I = A \cos[\psi_3 V^3 + \psi_2 V^2 + \psi_1 V + \psi_0] + B \quad (3.2)$$

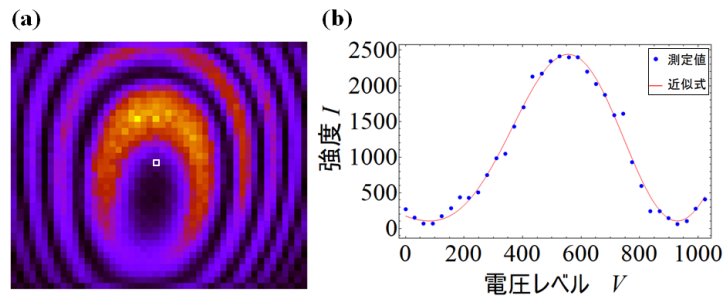


図 3.5 中央のピクセルの電圧レベル V についての強度 I の変化と近似結果
(a) 対象のピクセル (白枠) (b) 電圧レベル V についての強度 I の変化と近似結果

各ピクセルごとの近似式に一致するパラメータを示す。SLM の断面内位相に対応するパラメータ ψ_0 は図 3.6 のようになった。

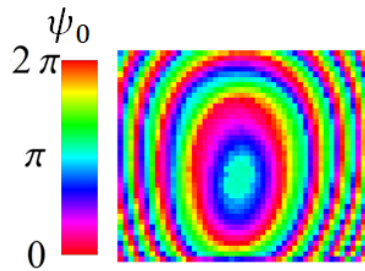


図 3.6 パラメータ ψ_0

位相変調量と対応するパラメータ ψ_1 、 ψ_2 、 ψ_3 は図 3.7 のようになった。

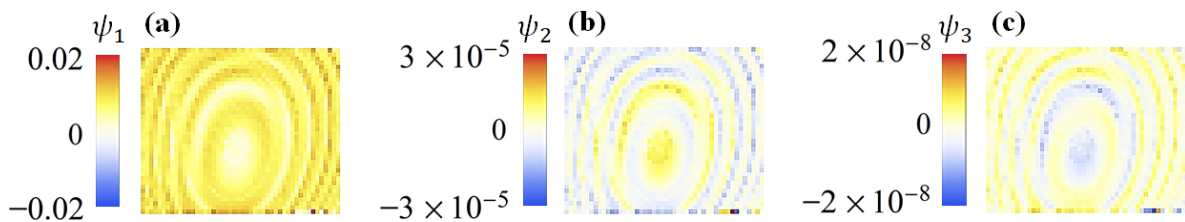


図 3.7 (a) パラメータ ψ_1 (b) パラメータ ψ_2 (c) パラメータ ψ_3

SLM と鏡の反射ビームの振幅に対応するパラメータ A 、 B は図 3.8 のようになった。

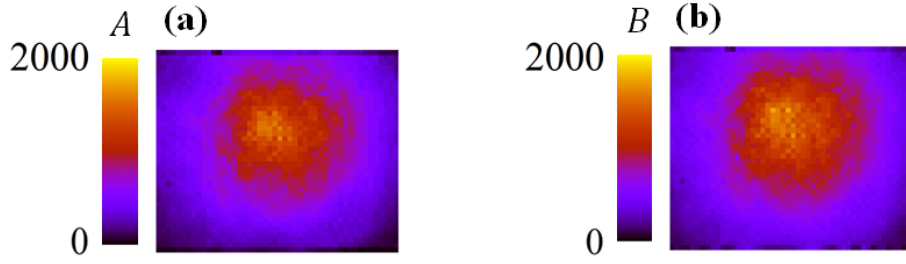


図 3.8 (a) パラメータ A (b) パラメータ B

3.3.5 補正データ

図 3.3 で抜き出した SLM の $1440\text{pixel} \times 1200\text{pixel}$ に対応するようにフィッティングで求めた式 (3.2) の各パラメータのデータ ($48\text{pixel} \times 40\text{pixel}$) を 2 次スプライン補完でアップサンプリングした。

アップサンプリングしたパラメータ ψ_0 の値が断面内位相を補正するデータとなる。また、アップサンプリングしたパラメータ ψ_1 、 ψ_2 、 ψ_3 の値を用いれば、電圧レベル V についての位相変調量 ψ の値は式 (3.3) となり、位相変調量を補正できる。図 3.9 に SLM の中央のピクセルの電圧レベル V についての位相変調量 ψ を示す。

$$\psi = \psi_3 V^3 + \psi_2 V^2 + \psi_1 V \quad (3.3)$$

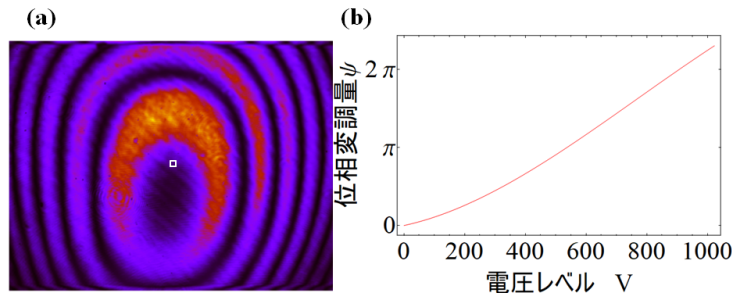


図 3.9 中央のピクセルの電圧レベル V についての位相変調量 ψ
(a) 対象のピクセル (白枠) (b) 電圧レベル V についての位相変調量 ψ

3.4 補正結果

図 3.6 の断面内位相 ψ_0 を打ち消す位相は $-\psi_0$ である。図 3.7 のパラメータ ψ_1 、 ψ_2 、 ψ_3 を式 (3.3) へ代入し、 $-\psi_0$ となる電圧レベル分布を計算した。図 3.10(a) に補正前の強度分布、図 3.10(b) に補正後の強度分布を示す。また、強度分布をフーリエ変換して空間周波数分布を求めた。図 3.11(a) に補正前の空間周波数分布、図 3.11(b) に補正後の空間周波数分

布を示す。

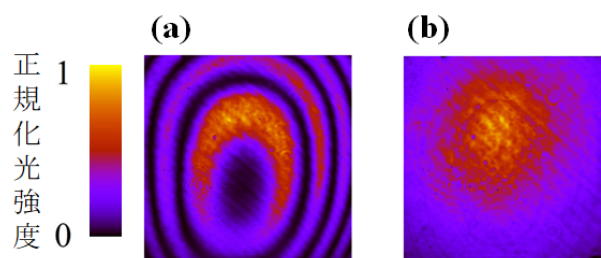


図 3.10 (a) 補正前の強度分布 (b) 補正後の強度分布

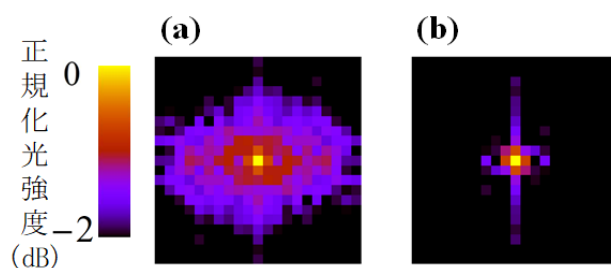


図 3.11 (a) 補正前の空間周波数分布 (b) 補正後の空間周波数分布

図 3.11 の空間周波数分布の断面を図 3.12(a)、断面の強度比 (補正後/補正前) を図 3.12(b) に示す。

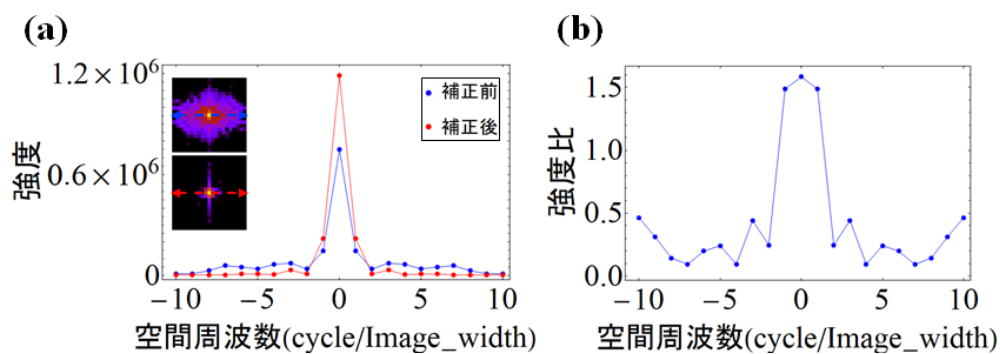


図 3.12 (a) 空間周波数分布の断面 (b) 空間周波数分布の断面の強度比

図 3.10 より、強度分布の干渉模様が補正後に消えた。また、図 3.11 と図 3.12 で空間周波数分布を補正前と補正後で比較すると、高周波成分が抑えられ、低周波成分が大きくなっている。空間周波数からも鏡と SLM からの反射ビームの干渉を抑えられていることがわかる。

第 4 章

動径方向モード p による回転量制御

本章では 2 つの LG モードのビームを重ね合わせた際の伝搬による強度分布の回転量について説明する。また、基本ガウシアンビーム (LG_{0,0}) を方位角モード $l = 2$ の LG ビームと重ね合わせ、LG ビームの動径モード p により回転量制御を行った結果について述べる。

4.1 2 つの LG モードの重ね合わせによる強度分布回転量

LG ビーム E_{l_1, p_1} と E_{l_2, p_2} を重ね合わせたビームの強度分布は

$$|E_{l_1, p_1}|^2 = |E_{l_1, p_1}|^2 + |E_{l_2, p_2}|^2 + E_{l_1, p_1} E_{l_2, p_2}^* + E_{l_1, p_1}^* E_{l_2, p_2} \quad (4.1)$$

と表される。この強度分布における干渉項の位相は $\Delta l = l_2 - l_1$ 、 $\Delta p = p_2 - p_1$ とし、

$$\arg(E_{l_1, p_1} E_{l_2, p_2}^*) = \Delta l \varphi + (2\Delta p + \Delta|l|)\chi_0(z) \quad (4.2)$$

となる。式 (4.2) において強め合いの干渉が生じる条件は

$$\Delta l \varphi + (2\Delta p + \Delta|l|)\chi_0(z) = 0 \quad (4.3)$$

となる。式 (4.3) をビームの断面の方位角を表す φ について整理すると

$$\varphi(z) = -\frac{2\Delta p + \Delta|l|}{\Delta l} \chi_0(z) \quad (l_1 \neq l_2) \quad (4.4)$$

となる。式 (4.4) は干渉により強め合う強度となる方位角 $\varphi(z)$ と伝搬距離 z の関係を表す。実験ではビームの強度分布の回転を CCD カメラで観測する。式 (4.4) はビーム側から見た場合の方位角であり、逆方向となる CCD から観測すると反転し、回転量 $\tilde{\varphi}(z)$ は

$$\tilde{\varphi}(z) = \frac{2\Delta p + \Delta|l|}{\Delta l} \chi_0(z) \quad (l_1 \neq l_2) \quad (4.5)$$

となる。回転量 $\tilde{\varphi}(z)$ は図 4.1 に示すようにビームウェスト ($z = 0$) 付近で急峻に回転することがわかる。また、方位角モード l のみ変化させたときの回転量 $\tilde{\varphi}(z)$ は最大で 180 度しか回転しないが、動径モード p が増加する場合の回転量 $\tilde{\varphi}(z)$ は上限なく増加する。

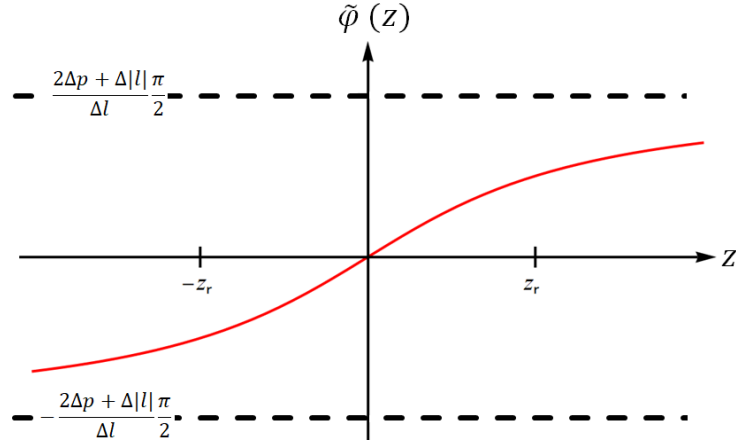


図 4.1 伝搬距離 z における強度分布の回転量

4.2 動径モード p による回転制御の実験

レーリー長 $z_r = 148\text{mm}$ 、 32mm となる実験系をそれぞれ作成した。

4.2.1 強度分布回転実験の構成 ($z_r = 148\text{mm}$)

実験系を図 4.2 に示す。光源に He-Ne レーザー (波長 633nm 、ビーム半径 3.6mm) を用い、PBS と HWP によって SLM で位相変調可能な直線偏光 (垂直偏光) のみを抽出した。そして、BS で SLM から反射光を反射させ、レンズ 1 ($f=75\text{mm}$) とレンズ 2 ($f=50\text{mm}$) でビーム系を縮小し、レンズ 3 ($f=50\text{mm}$) とレンズ 4 ($f=50\text{mm}$) と絞りで雑音を除去した。雑音の除去と 1 次光の抽出を行い、基本ガウシアンビームと LG ビーム ($\text{LG}_{2,0}$ 、 $\text{LG}_{2,10}$ 、 $\text{LG}_{2,20}$ 、 $\text{LG}_{2,30}$ 、 $\text{LG}_{2,40}$) の重ね合わせを生成した。最後に、レンズ 5 ($f=300\text{mm}$) でビームを集光し、CCD で集光点付近を 0.5mm ずつ動かして強度分布を観測した。この時、SLM へは式 (2.26) で計算した位相変調分布を写した。

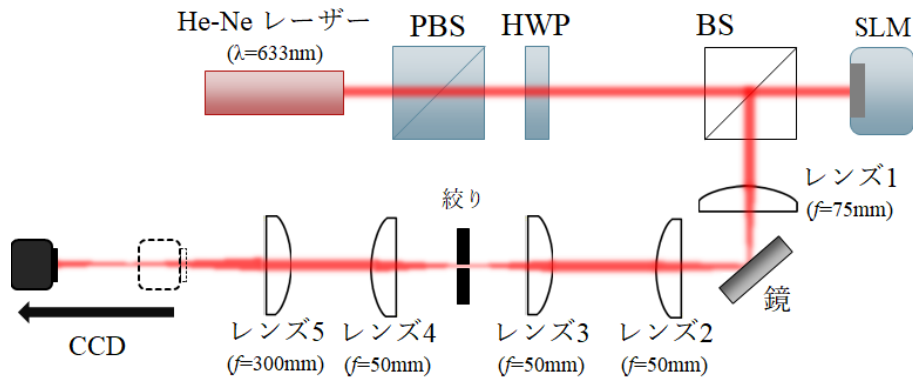


図 4.2 強度分布回転の実験系 ($z_r = 148\text{mm}$)

4.2.2 強度分布回転実験の結果 ($z_r=148\text{mm}$)

図 4.3 に内側のリングの強度分布回転の 3 次元分布を示す。最も内側の強度分布の回転のみを抜き出し、強度 60 % の輪郭で 3 次元分布プロットを行った。また、図 4.4 に CCD の移動距離に対する回転量を示す。動径モード p で回転量を制御し、増加させることができた。

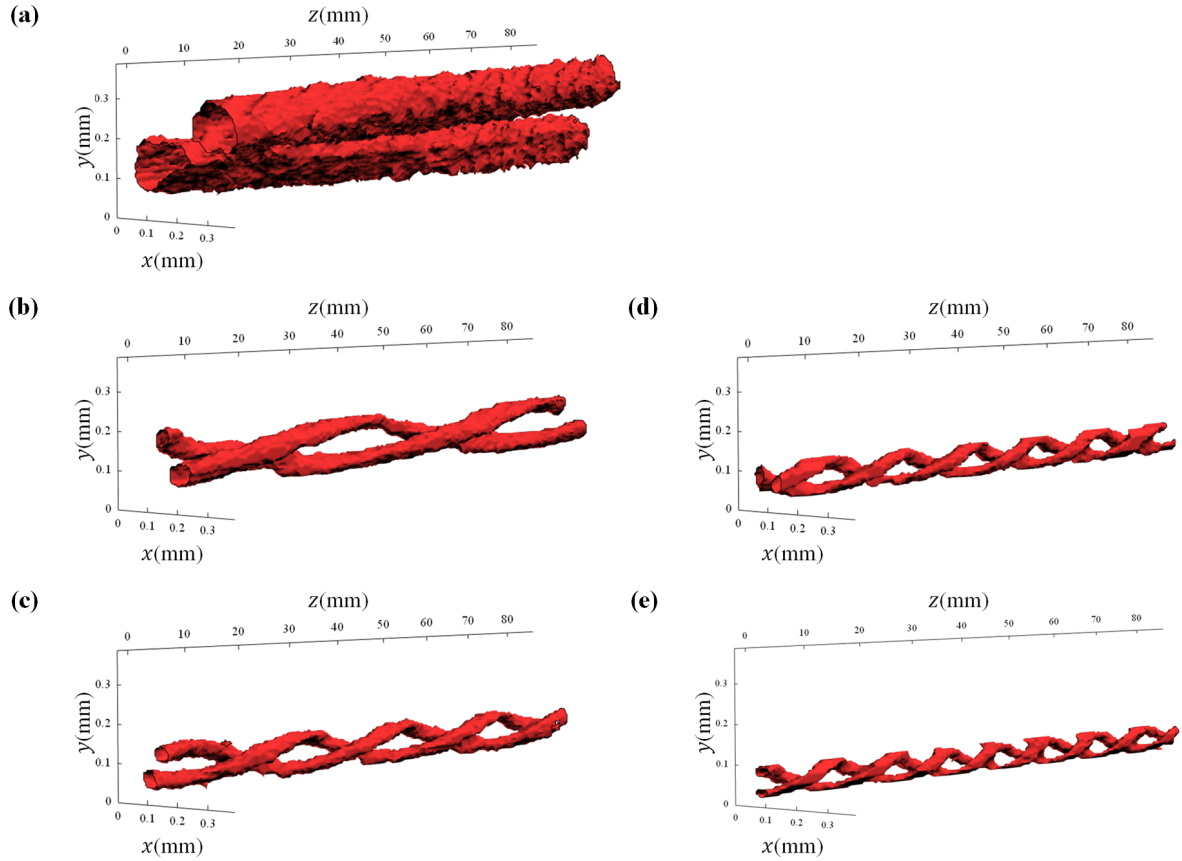


図 4.3 3 次元分布 (a) $\text{LG}_{0,0} + \text{LG}_{2,0}$ (b) $\text{LG}_{0,0} + \text{LG}_{2,10}$ (c) $\text{LG}_{0,0} + \text{LG}_{2,20}$
(d) $\text{LG}_{0,0} + \text{LG}_{2,30}$ (e) $\text{LG}_{0,0} + \text{LG}_{2,40}$

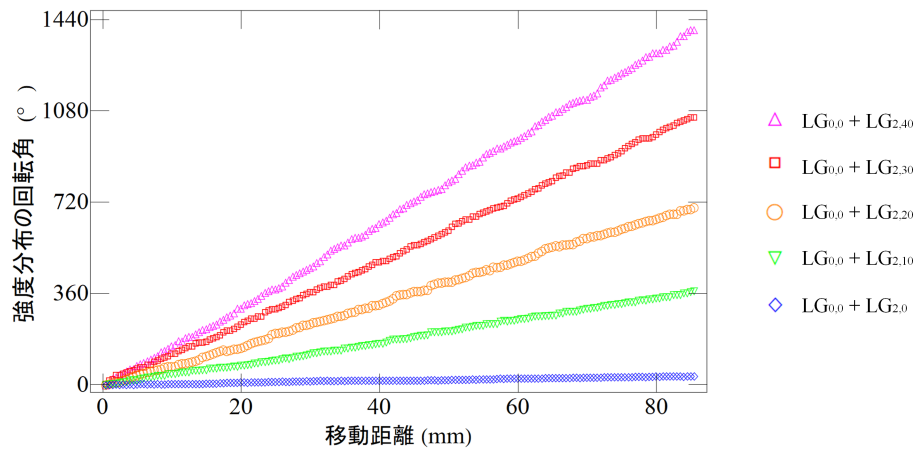


図 4.4 移動距離に対する回転量 ($z_r=148\text{mm}$)

4.2.3 強度分布回転実験の構成 ($z_r=32\text{mm}$)

実験系を図 4.5 に示す。図 4.2 の実験系に対して、レンズ 3 を焦点距離 $f=50\text{mm}$ から $f=35\text{mm}$ へと変更し、レンズ 4 とレンズ 5 の間に BE を追加して、レンズ 5 に入射するビーム径を拡大することでレンズ通過後の理論上のレーリー長を $z_r=32\text{mm}$ とし、前節の約 5 分の 1 にした。

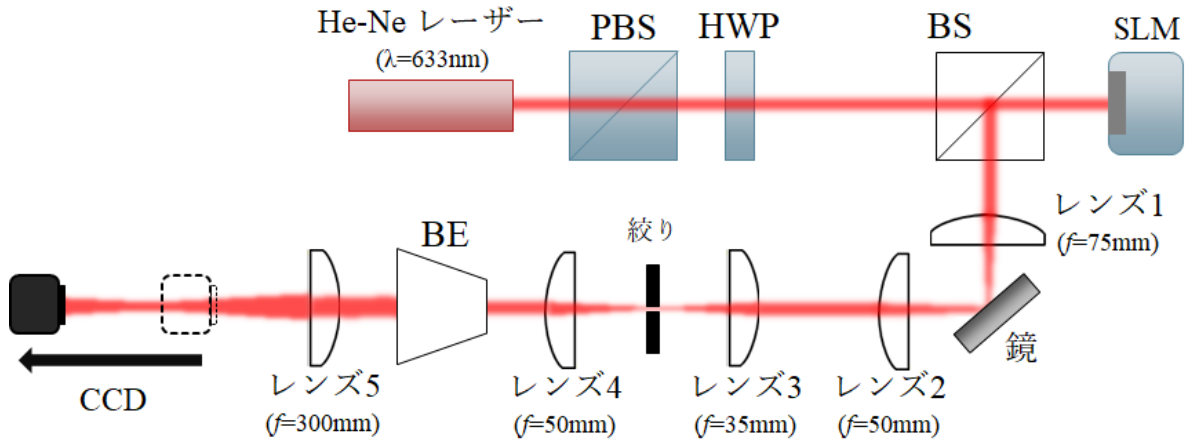


図 4.5 強度分布回転の実験系 ($z_r=32\text{mm}$)

4.2.4 強度分布回転実験の結果 ($z_r=32\text{mm}$)

図 4.6 に回転量と式 (4.5) で近似した結果を示す。近似式のパラメータであるレーリー長 z_r は $\text{LG}_{0,0}+\text{LG}_{2,0}$ で $z_r = 27.4\text{mm}$ 、 $\text{LG}_{0,0}+\text{LG}_{2,10}$ で $z_r = 30.5\text{mm}$ 、 $\text{LG}_{0,0}+\text{LG}_{2,20}$ で $z_r = 30.3\text{mm}$ 、 $\text{LG}_{0,0}+\text{LG}_{2,30}$ で $z_r = 30.0\text{mm}$ 、 $\text{LG}_{0,0}+\text{LG}_{2,40}$ で $z_r = 29.8\text{mm}$ となった。

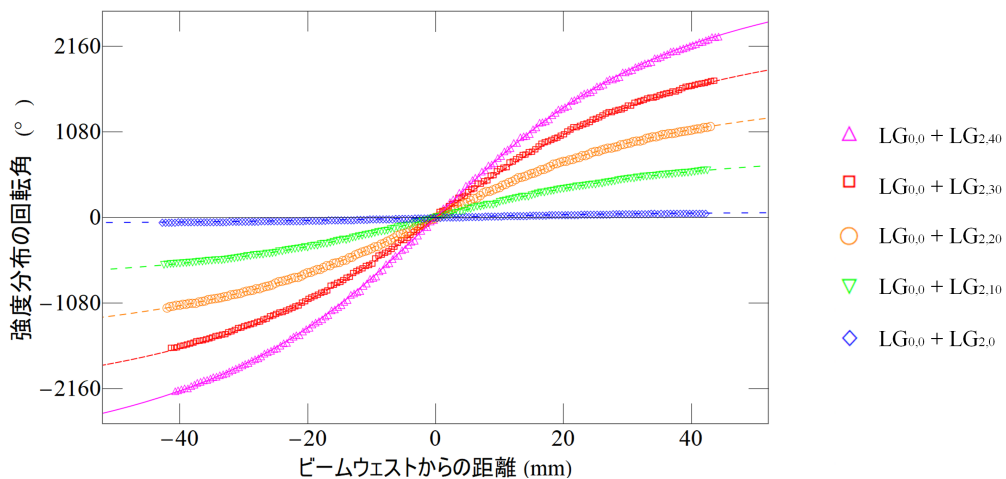


図 4.6 伝搬距離に対する回転量 ($z_r=32\text{mm}$)

4.3 考察

動径モード p を増加させることで、式 (4.5) に従い回転量を増加させることができた。そのため、単純に回転量を増やす回転量制御を行うことができたと考える。

またレーリー長 z_r が 3.2mm の設定の実験系で、 $LG_{0,0}+LG_{2,0}$ 以外のビームはレーリー長 z_r が約 3mm で設定どおりに生成できた。しかし、 $LG_{0,0}+LG_{2,0}$ のビームはレーリー長 z_r が 2.74mm で 10%以上ずれていた。これは高次のモードと比べて、リングの幅が大きいことため回転角の算出のばらつきが大きくなることが原因であると考ええる。

加えて、近似した結果としてビームウェストの位置が高次のモードになるに従ってズレていっていることが確認された。 $LG_{0,0}+LG_{2,0}$ と $LG_{0,0}+LG_{2,40}$ のビームウェストの位置の差は約 3.6mm であった。これは LG ビームは高次モードほどビーム系が大きくなるため、SLM のディスプレイ断面内か途中の経路のレンズなどにおいて光軸から離れるほど余分な位相差がつき、ビームウェストがずれていくのだと考える。

第 5 章

ビームウェストからの伝搬距離の差による回転量制御

本章では 2 つの LG モードのビームをビームウェストからの伝搬距離に差をつけ、重ね合わせた際の伝搬による強度分布の回転量について説明する。また、方位角モード $l = 1$ 、 $l = -1$ の LG ビームをビームウェストからの伝搬距離に差をつけた複素振幅分布で重ね合わせ、ビームウェストからの伝搬距離の差により回転量制御を行った結果について述べる。

5.1 伝搬距離に差がある 2 つの LG モードの重ね合わせによる強度分布回転量

ビームウェストからの伝搬距離がそれぞれ z_1 、 z_2 の LG ビーム $E_{l_1,p_1}(z_1)$ と $E_{l_2,p_2}(z_2)$ を重ね合わせたビームの強度分布は

$$|E_{l_1,p_1}(z_1) + E_{l_2,p_2}(z_2)|^2 = |E_{l_1,p_1}(z_1)|^2 + |E_{l_2,p_2}(z_2)|^2 + E_{l_1,p_1}(z_1)E_{l_2,p_2}^*(z_2) + E_{l_1,p_1}^*(z_1)E_{l_2,p_2}(z_2) \quad (5.1)$$

と表される。この強度分布における干渉項の位相は伝搬距離差を $\Delta z = z_1 - z_2$ とし、

$$\arg(E_{l_1,p_1}E_{l_2,p_2}^*) = k\Delta z + \left\{ \frac{1}{R(z_1)} - \frac{1}{R(z_2)} \right\} \frac{k\rho^2}{2} + \Delta l\varphi + \{(2p_2 + |l_2| + 1)\chi_0(z_2) - (2p_1 + |l_1| + 1)\chi_0(z_1)\} \quad (5.2)$$

となる。式 (5.2) において強め合う干渉が生じる条件は

$$k\Delta z + \left\{ \frac{1}{R(z_1)} - \frac{1}{R(z_2)} \right\} \frac{k\rho^2}{2} + \Delta l\varphi + \{(2p_2 + |l_2| + 1)\chi_0(z_2) - (2p_1 + |l_1| + 1)\chi_0(z_1)\} = 0 \quad (5.3)$$

となる。 $k\Delta z$ は定数項であるので、伝搬による干渉の変化に寄与しない。また ρ が十分に小さいとき

$$\Delta l\varphi + \{(2p_2 + |l_2| + 1)\chi_0(z_2) - (2p_1 + |l_1| + 1)\chi_0(z_1)\} >> \left\{ \frac{1}{R(z_1)} - \frac{1}{R(z_2)} \right\} \frac{k\rho^2}{2} \quad (5.4)$$

となる。このとき、ビームウェストの光軸付近での強め合う干渉の条件は

$$\Delta l \varphi + \{(2p_2 + |l_2| + 1)\chi_0(z_2) - (2p_1 + |l_1| + 1)\chi_0(z_1)\} = 0 \quad (5.5)$$

となる。式 (5.5) をビームの断面の方位角を表す φ について整理すると

$$\varphi(z_1, z_2) = \frac{(2p_2 + |l_2| + 1)\chi_0(z_2) - (2p_1 + |l_1| + 1)\chi_0(z_1)}{\Delta l} \quad (l_1 \neq l_2) \quad (5.6)$$

となる。式 (5.6) は干渉により強め合う強度となる方位角 $\varphi(z_1, z_2)$ と伝搬距離 z_1, z_2 の関係を表し、回転量 $\varphi(z_1, z_2)$ となる。図 5.1 に回転量 $\varphi(z_1, z_2)$ を示す。回転量 $\varphi(z_1, z_2)$ は $(2p_1 + |l_1| + 1)\chi_0(z_1)$ と $(2p_2 + |l_2| + 1)\chi_0(z_2)$ の差が伝搬距離 z で変化するため回転する。 $E_{l_1, p_1}(z_1)$ と $E_{l_2, p_2}(z_2)$ のそれぞれのビームウェストで急峻に回転するため回転する箇所が 2 か所できる。また、その 2 か所の回転は逆回転となるため伝搬途中で回転が反転する。

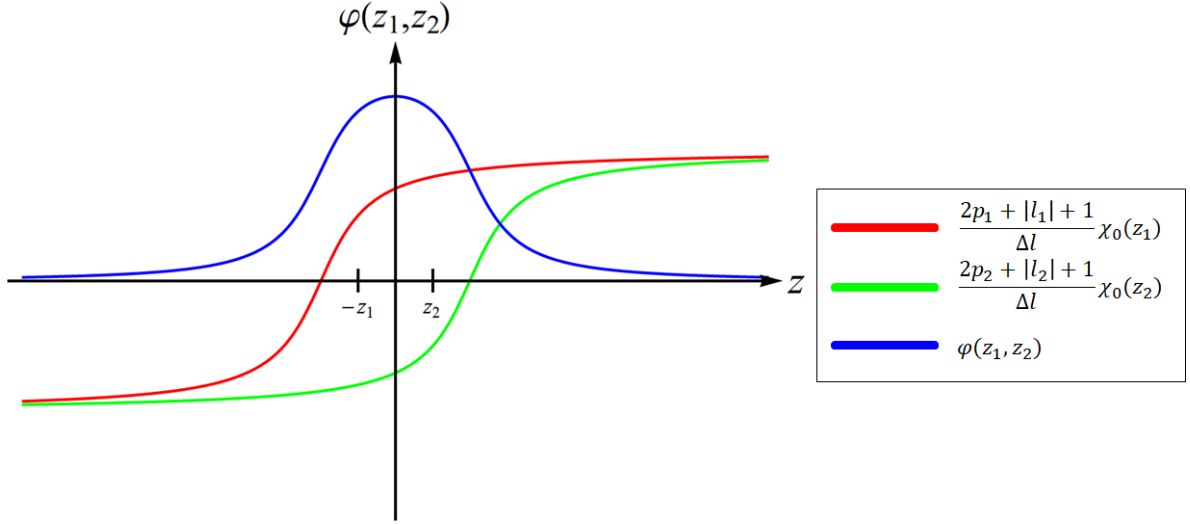


図 5.1 伝搬距離 z における強度分布の回転量

5.2 レンズを透過後のビームのビームウェスト位置とレーリー長

ビームウェストからの伝搬距離に差をつけて重ね合わせた LG ビームの回転を実験で観測するためには、生成したビームをレンズで集光してビームウェストを生じさせる必要がある。しかし、2 つのビームの伝搬距離に差がある場合はレンズ透過後のそれぞれのビームウェスト位置とレーリー長がずれてしまう。そこで、レンズ透過前のビームのビームウェスト位置とレーリー長と透過後のビームのビームウェスト位置とレーリー長の関係に対応づけ、補正する必要がある。

図 5.2 に示すように、 $z = 0$ を中心とする最小ビーム半径 W_0 のガウシアンビームが距離 z に位置する焦点距離 f のレンズを透過している。レンズ透過後はレンズから距離 z' に最小ビーム半径 W'_0 が位置する。

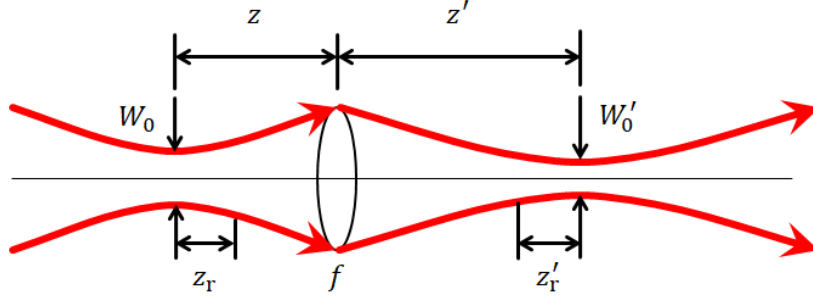


図 5.2 ガウシアンビームのレンズの透過

このとき

$$(z' - f) = \frac{f^2}{(z - f)^2 + z_r^2}(z - f) \quad (5.7)$$

$$W_0' = \sqrt{\frac{f^2}{(z - f)^2 + z_r^2}} W_0 \quad (5.8)$$

となる [31]。この導出の解説は付録 B で述べる。式 (5.7) から透過前のビームウェスト位置 z と透過後のビームウェスト位置 z' が対応づけられる。また、式 (5.8) から透過前の最小ビーム半径 W_0 と透過後の最小ビーム半径 W_0' が対応づけられ、透過後のビームのレーリー長は

$$z_r' = \frac{\pi W_0'^2}{\lambda} \quad (5.9)$$

となる。

実験では生成する 2 つのビームの伝搬距離をビームウェストからそれぞれ前後に同じ距離ずらし、伝搬距離に差をつける。このとき、式 (5.7)、(5.8)、(5.9) より最小ビーム半径 W_0 からレンズまでの伝搬距離 z にレンズの焦点距離 f を足せば、ビームウェスト位置とレーリー長の比をレンズ透過前と同一にできる。

5.3 伝搬距離の差による回転制御の実験

5.3.1 伝搬距離の差による強度分布回転実験の構成

実験系を図 5.3 に示す。図 4.2 の実験系に対して、レンズ 4 とレンズ 5 の間に BE を追加した。SLM での生成時点で伝搬距離に差があると設定して $LG_{1,10}$ と $LG_{-1,10}$ の重ね合わせと $LG_{1,20}$ と $LG_{-1,20}$ の重ね合わせを式 (2.26) で計算し、生成したビームの集光点付近を CCD で 0.5mm ずつ動かして強度分布を観測した。また、SLM 上で $LG_{1,10}$ と $LG_{-1,10}$ の重ね合わせのビームのビームウェスト位置とレーリー長のズレを補正し、生成したビームの集光点付近を CCD で 0.5mm ずつ動かして強度分布を観測した。

表 5.1 に補正前のビームウェスト位置とレーリー長を示す。表 5.2 に補正後のビームウェスト位置とレーリー長を示す。表 5.1 と表 5.2 のパラメータをそれぞれ式 (5.6) に代入し、結果のフィッティングを行った。

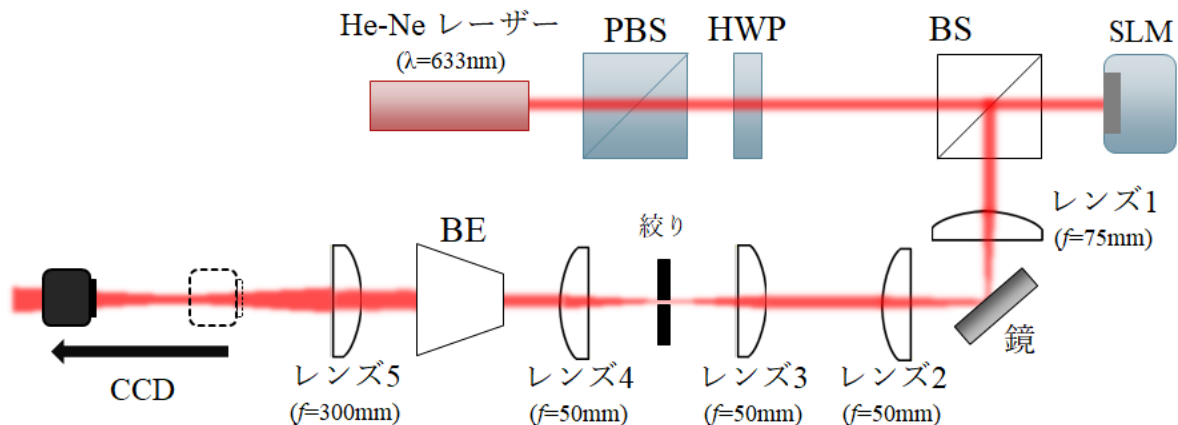


図 5.3 伝搬距離の差による強度分布回転の実験系

表 5.1 補正前の伝搬距離差とレーリー長

| SLM 上の 伝搬距離差 Δz | レンズ透過後の 伝搬距離差 $\Delta z'$ | $z \leq 0$ の レーリー長 | $z \geq 0$ の レーリー長 |
|----------------------------|------------------------------|-----------------------|-----------------------|
| 136cm(z_r) | 4.85cm | 4.35cm | 6.13cm |
| 68.1cm($0.5z_r$) | 2.74cm | 5.41cm | 6.60cm |
| 0cm(0) | 0cm | 6.30cm | 6.30cm |

表 5.2 補正後の伝搬距離差とレーリー長

| SLM 上の 伝搬距離差 Δz | レンズ透過後の 伝搬距離差 $\Delta z'$ | $z \leq 0$ の レーリー長 | $z \geq 0$ の レーリー長 |
|----------------------------|------------------------------|-----------------------|-----------------------|
| 136cm(z_r) | 5.29cm | 5.29cm | 5.29cm |
| 68.1cm($0.5z_r$) | 3.11cm | 6.22cm | 6.22cm |
| 0cm(0) | 0cm | 6.61cm | 6.61cm |

5.3.2 強度分布回転実験の結果 (レンズの影響の補正なし)

図 5.4 に内側のリングの強度分布回転の 3 次元分布を示す。最も内側の強度分布の回転のみを抜き出し、強度 40 % の輪郭で 3 次元分布プロットを行った。図 5.5 に $LG_{1,10} + LG_{-1,10}$ の CCD の移動距離に対する回転角と式 (5.6) でフィッティングした結果を示す。図 5.6 に

$LG_{1,20}+LG_{-1,20}$ の CCD の移動距離に対する回転角と式 (5.6) でフィッティングした結果を示す。

回転角が反転するビームを生成でき、得られた回転角は表 5.1 で計算したパラメータのフィッティング曲線とほぼ一致した。

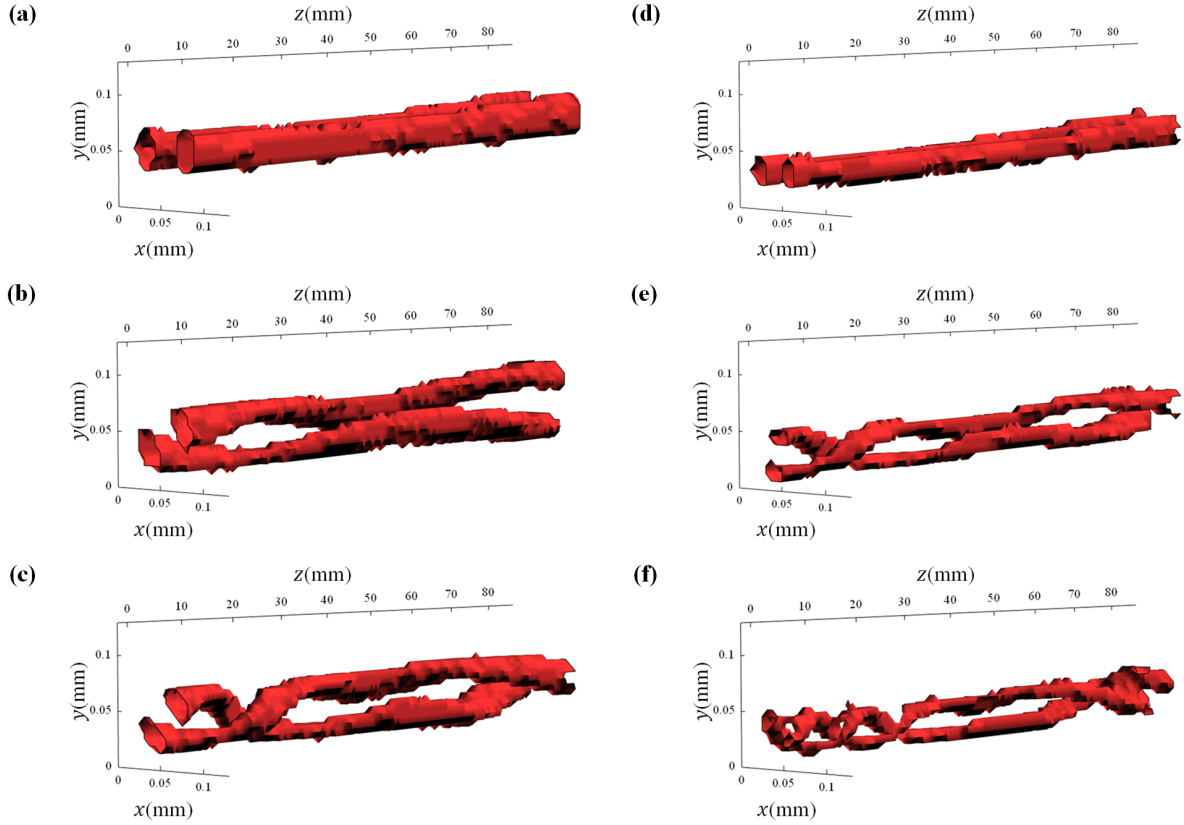


図 5.4 3次元分布 (a) $LG_{1,10}+LG_{-1,10}$ $\Delta z = 0$ (b) $LG_{1,10}+LG_{-1,10}$ $\Delta z = 0.5z_r$ (c) $LG_{1,10}+LG_{-1,10}$ $\Delta z = z_r$ (d) $LG_{1,20}+LG_{-1,20}$ $\Delta z = 0$ (e) $LG_{1,20}+LG_{-1,20}$ $\Delta z = 0.5z_r$ (f) $LG_{1,20}+LG_{-1,20}$ $\Delta z = z_r$

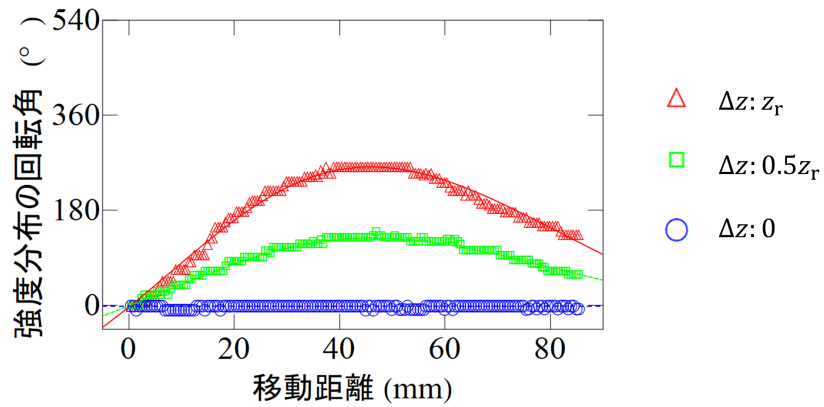


図 5.5 移動距離に対する回転角 ($LG_{1,10}+LG_{-1,10}$)

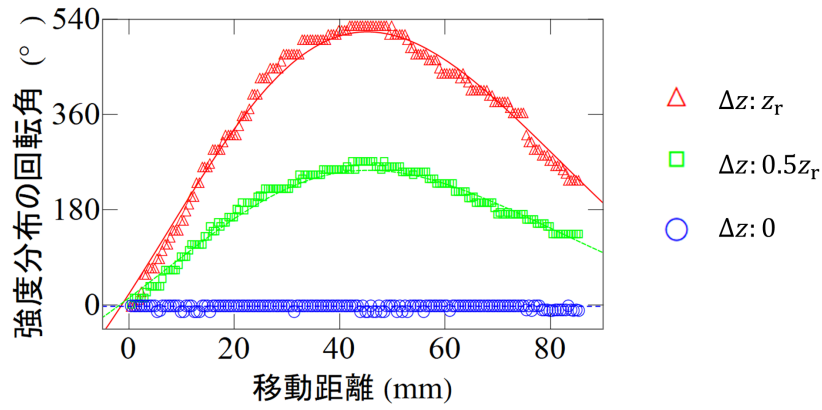


図 5.6 移動距離に対する回転角 ($LG_{1,20}+LG_{-1,20}$)

5.3.3 強度分布回転実験の結果 (レンズの影響の補正あり)

図 5.7 に内側のリングの強度分布回転の 3 次元分布を示す。最も内側の強度分布の回転のみを抜き出し、強度 40 % の輪郭で 3 次元分布プロットを行った。図 5.8 に $LG_{1,10}+LG_{-1,10}$ の CCD の移動距離に対する回転角と式 (5.6) でフィッティングした結果を示す。

得られた回転角は表 5.1 で計算したパラメータのフィッティング曲線とほぼ一致した。

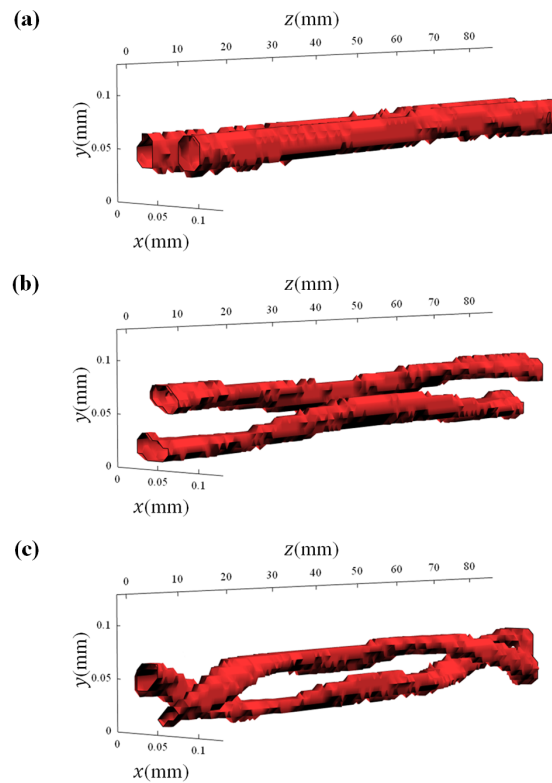


図 5.7 3 次元分布 (a) $LG_{1,10}+LG_{-1,10}$ $\Delta z = 0$ (b) $LG_{1,10}+LG_{-1,10}$ $\Delta z = 0.5z_r$ (c) $LG_{1,10}+LG_{-1,10}$ $\Delta z = z_r$

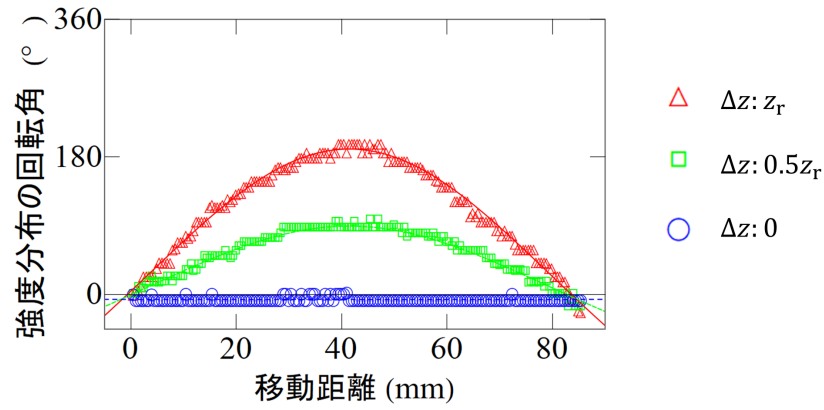


図 5.8 移動距離に対する回転角 ($LG_{1,10}+LG_{-1,10}$)

5.4 考察

伝搬距離に差がある 2 つの LG モードを重ね合わせることで強度分布の回転を反転させることができ、伝搬距離の差が大きくなると回転量が増加した。しかし、レンズの影響により伝搬距離の差とレーリー長がずれた。

そこで式 (5.7)、(5.8)、(5.9) で計算してレンズの影響による伝搬距離の差とレーリー長のずれを補正した。補正した強度分布の回転の結果と式 (5.6) で求めた回転量は一致した。そのため、回転量方向制御を行うことができたと考える。

第 6 章

まとめ

まとめとして、2 章では自由空間における波動方程式の円筒座標系での固有解である LG モードの電場についての特徴と LG ビームを生成する手段である SLM の特徴を説明した。また、LG ビームの生成に用いる位相変調分布について、位相変調深度を調整して複素振幅変調を行う手法を説明した。

3 章では SLM の断面内位相校正と変調位相校正を行った。マイケルソン干渉計で鏡の反射光と干渉させ、SLM の電圧レベルと干渉模様の強度分布の変化から補正データを得た。実験から得た補正データを用いて SLM の断面内の余分な位相が補正し、干渉模様が消えることを確かめた。

4 章では $LG_{0,0}$ のビームに対して $LG_{2,0}$ 、 $LG_{2,10}$ 、 $LG_{2,20}$ 、 $LG_{2,30}$ 、 $LG_{2,40}$ のビームを重ね合わせた強度分布の回転を観測した。動径モード p によって単純に回転量を増やす回転量制御ができた。実験で観測できた最大回転量は $LG_{0,0}$ と $LG_{2,40}$ の重ね合わせで 4000° 以上となった。実験で使用した SLM の解像度ではこれ以上モード p を増やすことは厳しい。これ以上の回転量をモード p のみの調整で実現させるには、SLM の液晶ディスプレイの面積がより広く、1 つ 1 つのピクセルがより小さいものが必要になる。

5 章では伝搬距離に差がある 2 つの LG モードを重ね合わせことで強度分布の回転を反転させることができた。また、集光用レンズ透過後の伝搬距離の差とレーリー長を求め、レンズ透過後のずれを補正した。一方向だけでなく、回転が反転させる制御ができた。集光用レンズ透過後のビームウェスト位置とレーリー長を SLM 上で式 (5.7)、(5.8)、(5.9) で調整できるためより複雑な回転も実現できる。

謝辞

本研究に携わって進展と論文の作成にあたり、多大なるご助力とご指導を頂きました高知工科大学電子・光システム工学群小林弘和准教授に心より感謝申し上げます。

お忙しい中、本研究の副査を担当して下さいました高知工科大学システム工学群岩下克教授、田上周路准教授にも心より感謝を申し上げます。

研究を共に行って壁を乗り越えてきた岩下・小林研究室同期の小野一成氏、上山峻央氏、河邊智弘氏には多くの面で刺激を受け、研究に邁進することができました。心より感謝申し上げます。

最後に、私を支えてくださったすべての方々へ、この場をお借りしまして心より感謝申し上げます。

参考文献

- [1] D. Giovannini, J. Romero, V. Potoček, G. Ferenczi, F. Speirits, S. M. Barnett, D. Faccio, and M. J. Padgett, “Spatially Structured Photons that Travel in Free Space Slower than the Speed of Light,” *Science* 347, 857–860 (2015).
- [2] G. A. Siviloglou and D. N. Christodoulides, “Accelerating finite energy Airy beams,” *Opt. Lett.* 32.8, 979-981 (2007).
- [3] H. R. Dunlop, A. Forbes, M. V. Berry, M. R. Dennis, D. L. Andrews, M. Mansuripur, C. Denz, C. Alpmann, P. Banzer, T. Bauer, E. Karimi, L. Marrucci, M. Padgett, M. Ritsch-Marte, N. M. Litchinitser, N. P. Bigelow, C. R. Guzmán, A. Belmonte, J. P. Torres, T. W. Neely, M. Baker, R. Gordon, A. B. Stilgoe, J. Romero, A. G. White, R. Fickler, A. E. Willner, G. Xie, B. McMorran, and A. M. Weiner, “Roadmap on structured light,” *J. Opt.* 19, 013001 (2017).
- [4] C. R. Guzmán, M. Mazilu, J. Baumgartl, V. R. Fajardo, R. R. García, and K. Dholakia, “Collision of propagating vortices embedded within Airy beams,” *J. Opt.* 15, 044001 (2013).
- [5] J. Baumgartl, M. Mazilu, and K. Dholakia, “Optically mediated particle clearing using Airy wavepackets,” *Nat. Photon* 2, 675–678 (2008).
- [6] T. Vettenburg, H. I. C. Dalgarno, J. Nylk, C. C. Lladó, D. E. K. Ferrier, T. Čížmar, F. J. Gunn-Moore, and K. Dholakia, “Light sheet microscopy using an Airy beam,” *Nat. Meth.* 11, 541–544 (2014).
- [7] J. Tervo and J. Turunen, “Rotating scale-invariant electromagnetic fields,” *Opt. Express* 9, 9–15 (2001).
- [8] S. C. Cerda, G. McDonald, and G. New, “Nondiffracting beams: travelling, standing, rotating and spiral waves,” *Opt. Commun.* 123, 225–233 (1996).
- [9] A. Dudley and A. Forbes, “From stationary annular rings to rotating bessel beams,” *J. Opt. Soc. Am. A* 29, 567–573 (2012).
- [10] A. Brimis, K. G. Makris and D. G. Papazoglou, “Tornado waves,” *Opt. Lett.* 45.2, 280-283 (2020).
- [11] J. Hamazaki, Y. Mineta, K. Oka and R. Morita, “Direct observation of Gouy phase shift in a propagating optical vortex,” *Opt. Express* 14.28, 8382-8392 (2006).
- [12] J. Webster, C. R. Guzmán and A. Forbes, “Radially dependent angular acceleration of twisted light,” *Opt. Lett.* 42.4, 675-678 (2017)
- [13] M. Padgett and R. Bowman, “Tweezers with a twist,” *Nat. Photon* 5, 343-348

- (2011).
- [14] B. K. Singh, H. Nagar, Y. Roichman and A. Arie, “Particle manipulation beyond the diffraction limit using structured super-oscillating light beams,” *Light Sci. Appl.* 6.9, e17050-e17050 (2017).
 - [15] E. R. Shanblatt and D. G. Grier, “Extended and knotted optical traps in three dimensions,” *Opt. Express* 19, 5833–5838 (2011).
 - [16] C. R. Guzman, A. Belmonte and J. P. Torres, “Optical Metrology Techniques Harness Structured Light Beams,” *Photonics Spectra* 51.3, 56–59 (2017).
 - [17] C. R. Guzmán, N. Hermosa, A. Belmonte and J. P. Torres, “Direction-sensitive transverse velocity measurement by phase-modulated structured light beams,” *Opt. Lett.* 39.18, 5415–5418 (2014).
 - [18] A. Belmonte and J. P. Torres, “Optical Doppler shift with structured light,” *Opt. Lett.* 36.22, 4437–4439 (2011).
 - [19] J. E. Curtis and D. G. Grier, “Modulated optical vortices,” *Opt. Lett.* 28, 872–874 (2003).
 - [20] K. Ladavac and D. G. Grier, “Microoptomechanical pumps assembled and driven by holographic optical vortex arrays,” *Opt. Express* 12.6, 1144–1149 (2004).
 - [21] E. Abramochkin, N. Losevsky, and V. Volostnikov, “Generation of spiral-type laser beams,” *Opt. Commun.* 14, 59–64 (1997).
 - [22] P. Pääkkönen, J. Lautanen, M. Honkanen, M. Kuittinen, J. Turunen, S. N. Khonina, V. V. Kotlyar, V. A. Soifer, and A. T. Friberg, “Rotating optical fields,” *J. Mod. Opt.* 45, 2355–2369 (1998).
 - [23] V. V. Kotlyar, S. N. Khonina, R. V. Skidanov and V. A. Soifer, “Rotation of laser beams with zero of the orbital angular momentum,” *Opt. Commun.* 274.1, 8-14, (2007).
 - [24] T. Ando, Y. Ohtake, N. Matsumoto, T. Inoue and N. Fukuchi, “Mode purities of Laguerre–Gaussian beams generated via complex-amplitude modulation using phase-only spatial light modulators,” *Opt. Lett.* 34, 34-36 (2009).
 - [25] N. Matsumoto, T. Ando, T. Inoue, Y. Ohtake, N. Fukuchi and T. Hara, “Generation of high-quality higher-order Laguerre-Gaussian beams using liquid-crystal-on-silicon spatial light modulators,” *JOSA. A* 25.7, 1642-1651 (2008).
 - [26] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman, “Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes,” *Phys. Rev. A* 45.11, 8185 (1992).
 - [27] S. Feng and H. G. Winful, “Physical origin of the Gouy phase shift,” *Opt. Lett.* 26.8, 485-487 (2001).

- [28] O. B. Zorita, Z. Wang, C. Hellmann and F. Wyrowski, “Isolating the Gouy phase shift in a full physical-optics solution to the propagation problem,” *JOSA. A* 36.9, 1551-1558 (2019).
- [29] 糸井奎太, “光渦の干渉を用いた散乱物質の回転速度測定,” 高知工科大学 学士論文 (2018)
<https://www.kochi-tech.ac.jp/library/internal/ron/pdf/2017/03/11/1180008.pdf>
- [30] F. Pampaloni and J. Enderlein, “Gaussian, Hermite-Gaussian, and Laguerre-Gaussian beams: A primer,” arXiv preprint physics 0410021 (2004).
- [31] B. E. A. Saleh and M. C. Teich, “Fundamentals of photonics,” Vol. 22. New York: Wiley (1991).
- [32] J. A. Davis, D. M. Cottrell, J. Campos, M. J. Yzuel and I. Moreno, “Encoding amplitude information onto phase-only filters,” *Appl. Opt.* 38.23, 5004-5013 (1999)
- [33] T. W. Clark, R. F. Offer, S. F. Arnold, A. S. Arnold and N. Radwell, “Comparison of beam generation techniques using a phase only spatial light modulator,” *Opt. Express* 24.6, 6249-6264 (2016)
- [34] J. L. M. Fuentes, E. J. Fernández, P. M. Prieto and P. Artal, “Interferometric method for phase calibration in liquid crystal spatial light modulators using a self-generated diffraction-grating,” *Opt. Express* 24.13, 14159–14171 (2016).
- [35] L. L. Bailón, “Characterization of a Parallel Aligned Liquid Crystal on Silicon display and its application on a Shack-Hartmann sensor,” Universitat Politècnica de Catalunya, Master’s thesis (2010)
<https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2099.1/10418/MSc%20Thesis%20Lobato.pdf>
- [36] H. Zhang, A. Lizana, C. Iemmi, F. A. M. Ramírez, A. Márquez, I. Moreno and J. Campos, “LCoS display phase self-calibration method based on diffractive lens schemes,” *Opt. Lasers Eng.* 106, 147-154 (2018)

付録 A

$\phi(\vec{\rho})$ が $\vec{\rho}$ に対して $a(\vec{\rho})$ よりも十分速く変化する場合、すなわち

$$|\nabla a(\vec{\rho})| \ll |\nabla \phi(\vec{\rho})| \quad (\text{A.1})$$

の時、級数展開の係数を求める積分の際に $a(\vec{\rho})$ を定数として扱うことができる。

式 (2.23) に式 (2.20) を代入すると

$$\begin{cases} \int_{-\pi}^{\pi} \sin [-M(a)\phi] d\phi = 0 \\ \int_{-\pi}^{\pi} \cos [-M(a)\phi] d\phi = 2\pi a \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

となる。 $\phi(\vec{\rho})$ が $-\pi$ から π に変化するとき $a(\vec{\rho})$ は一定であるとする $-M(a)\phi$ は ϕ について奇関数となるので $\int_{-\pi}^{\pi} \sin [-M(a)\phi] d\phi = 0$ は満たされる。また、

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos [-M(a)\phi] d\phi = \frac{2\sin [M(a)\pi]}{M(a)} = 2\pi a \quad (\text{A.3})$$

$$\therefore M(a) = \frac{\text{sinc}^{-1}(a)}{\pi} \quad (\text{A.4})$$

となる。

付録 B

図 B.1 に示すように、ガウシアンビームのビーム半径 W と曲率半径 R がビーム軸上のある点でわかっているときには最小ビーム半径 W_0 がその点の左側の距離

$$z = \frac{R}{1 + (\lambda R / \pi W^2)^2} \quad (\text{B.1})$$

にあり、最小ビーム半径 W_0 は

$$W_0 = \frac{W}{\sqrt{1 + (\pi W^2 / \lambda R)^2}} \quad (\text{B.2})$$

となる。

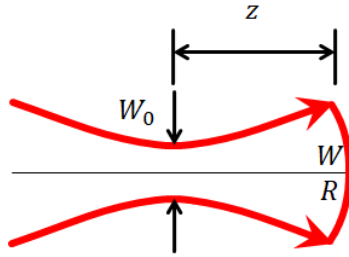


図 B.1 W と R がわかっているときの z と W_0

次に、レンズを透過するビームについて考える。焦点距離 f の薄肉レンズの複素透過振幅は、 $\exp(ik\rho^2/2f)$ となる。ガウシアンビームがレンズを横切ると、この複素透過振幅がかけられたものになる。その結果、波面は曲がるがビーム半径は変化しない。図 B.2 に示すように、 $z = 0$ を中心とする最小ビーム半径 W_0 のガウシアンビームが距離 z に位置する焦点距離 f のレンズを透過している。入射ビームのビーム半径と曲率半径は W と R である。透過後のビーム半径は変化しないので $W' = W$ である。また透過後の位相は、レンズの複素透過振幅がかけられて

$$kz + k\frac{\rho^2}{2R} - \chi_0(z) - k\frac{\rho^2}{2f} = kz + k\frac{\rho^2}{2R'} - \chi_0(z) \quad (\text{B.3})$$

となる。ここで $\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} - \frac{1}{f}$ であり、透過波の曲率半径は R' であるとわかる。透過後のガウシアンビームのビーム軸上のある点でビーム半径 W' と曲率半径 R' がわかっているため式 (B.2) と式 (B.1) を用いることで、透過後の最小ビーム半径は

$$W'_0 = \frac{W}{\sqrt{1 + (\pi W^2 / \lambda R')^2}} \quad (\text{B.4})$$

であり、透過後のビームウェストからレンズまでの距離は

$$-z' = \frac{R'}{1 + (\lambda R' / \pi W^2)^2} \quad (\text{B.5})$$

であるとわかる。

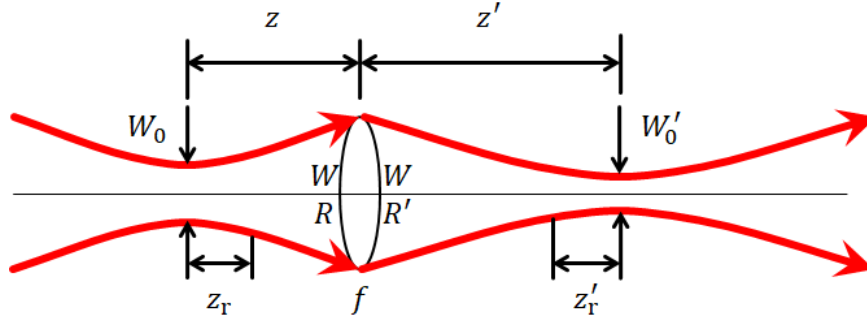


図 B.2 ガウシアンビームのレンズの透過

$W_0 = \sqrt{\frac{\lambda z_r}{\pi}}$ と $R = z \left(1 + \frac{z_r^2}{z^2}\right)$ と $W = W_0 \sqrt{1 + \frac{z_r^2}{z^2}}$ と $\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} - \frac{1}{f}$ として式 (B.4) と式 (B.5) を計算し、透過前後のビームのパラメータを関係づける。最小ビーム半径 W_0 と W'_0 については

$$\left(\frac{W'_0}{W_0}\right)^2 = \frac{f^2}{(z - f)^2 + z_r^2} \quad (\text{B.6})$$

$$\therefore W'_0 = \sqrt{\frac{f^2}{(z - f)^2 + z_r^2}} W_0 \quad (\text{B.7})$$

となる。レンズからそれぞれのビームウェストまでの距離 z と z' については

$$(z' - f) = \frac{f^2}{(z - f)^2 + z_r^2} (z - f) \quad (\text{B.8})$$

となる。