

令和 3 年度

修士学位論文

^{40}Ar から入射核破砕過程によって
生成される破砕片 ^{39}Cl の偏向現象

Orbital deflection of fragment ^{39}Cl produced from
 ^{40}Ar through projectile fragmentation process

1245081 奥村 寛之

指導教員 百田 佐多生

2022 年 3 月 15 日

高知工科大学大学院 工学研究科 基盤工学専攻

環境数理コース

目次

1. 序論

1-1 背景

1-2 本研究の目的

2. 原理

2-1 入射核破砕過程

2-2 入射・標的核間ポテンシャルによる破砕片の偏向現象

3. 実験方法

3-1 破砕片の生成

3-2 破砕片の同定・計数

3-3 偏向角度の設定・選択

4. 結果

4-1 破砕片 ^{39}Cl の生成率導出

4-2 ^{39}Cl の運動量分布

4-3 ^{39}Cl の角度分布

5. 解析

5-1 角度分布解析のための分布関数

5-1-1 二次元での偏向の考慮

5-1-2 角度選択スリットのアクセプタンスの効果

5-2 測定された角度分布の解析

5-2-1 角度分布の広がり

5-2-2 偏向角度

6. 考察

6-1 入射・標的核間ポテンシャルに基づく偏向角度の軌道計算

6-2 実測値との比較

7. 結論

8. 謝辞

9. 参考文献

10. 付録

10-1 ToF・dE の校正

10-2 破砕片の計数

10-3 入射ビーム強度の校正

10-4 生成率の導出

10-5 角度分布解析に用いた Fitting 用コード

10-6 運動量分布

10-7 角度分布

10-8 入射・標的核間ポテンシャルに基づく軌道計算用のコード

1. 序論

1-1 背景

宇宙放射線は銀河宇宙線・太陽フレア粒子・放射線帯粒子の3種類に大きく分類されており、ISS軌道における銀河宇宙線の成分は約98%が陽子や重粒子で、残りの2%が電子と陽電子で構成されている。また、荷電粒子のほとんどは陽子(87%)とHe(12%)で残り1%程度がLi以上の重粒子である¹⁾。宇宙放射線、特に重粒子のエネルギー分布は $10^2\sim 10^3$ MeV/u にピークを持つ分布である²⁾。高エネルギーの一次粒子である重粒子は容易に宇宙船を透過し船内の人体や機器に影響を及ぼす。他にも宇宙船の船壁を透過する途中で船体材料の原子核と衝突し、核破砕反応を起こすことによって二次粒子(入射核破砕片)を作り出し一次粒子と同様に宇宙船内の人体や機器に影響を及ぼす。重粒子は大きな生物学的効果比を持つことから宇宙放射線とその二次粒子が人体に及ぼす生物学的影響が注目されている²⁾。このため、宇宙放射線による宇宙船内の人体や機器に対する影響のリスクの評価やその低減のためには核破砕反応で生成される入射核破砕片の予測が必要とされている。

破砕片の運動量について、入射ビームの進行方向に対して垂直方向の成分に対応する角度分布はあまり研究がされていない。破砕片の角度分布は進行方向の分布である運動量分布同様にGoldhaberモデル³⁾によって分布の広がりがおおよそ説明できた。しかし、入射・標的核間には様々な相互作用の効果によって、破砕片の軌道の偏向現象が確認されている⁴⁾。この破砕片の偏向現象はクーロン斥力を考えることでほぼ説明ができ、偏向角度の予測が可能であった⁵⁾。K. Meierbachtolらの研究⁶⁾では、この偏向現象をより詳細に理解するにはクーロン斥力だけではなく核力を考慮することが必要であると提案されている。

1-2 本研究の目的

本研究では、入射核破砕過程における破砕片の偏向現象を解明するために、複数の標的と照射エネルギーで測定した破砕片の角度分布を解析した。今回の解析は、筆者らが測定した $100\cdot 200$ MeV/uに加えて、以前測定された 290 MeV/u⁷⁾での測定データを含めて解析を行った。また、偏向現象が入射核と標的核間にはたらくクーロン斥力と核力によるものとして軌道計算を行い、破砕片の偏向角度を予測した。このとき核力は入射核のエネルギーによって変化するものとして計算を行った。さらに、今回行った軌道計算によって予測した偏向角度を、測定結果から求めた偏向角度を比較することで破砕片の偏向角度の予測精度を検証した。

2. 原理

2-1 入射核破碎過程

入射核破碎過程とは、入射エネルギーが 100MeV/u 以上で起こる重イオン反応過程の一つである。この反応では図 1 のように、入射ビームである入射核が標的核に衝突することで入射核の一部が標的核に剥ぎ取られ、剥ぎ取られなかった部分は何事もなかったかのように通過し入射核破砕片となる。このとき入射ビームの速度 V_b と反応後の速度 V_f はほぼ同一の値となる。破砕片の運動量・角度分布の広がり σ は(1)式の A.S.Goldhaber モデル³⁾によって予測できる。このモデルが正しければ、破砕片の運動量・角度分布の広がりが入射核と破砕片の質量数である A, K だけで決まり、標的に依らず一定となる。

$$\sigma = \sigma_0 \sqrt{\frac{K(A-K)}{A-1}} \quad (1)$$

$\sigma_0 \approx 90(\text{MeV}/c)$ K :入射核破砕片の質量数 A :入射核の質量数

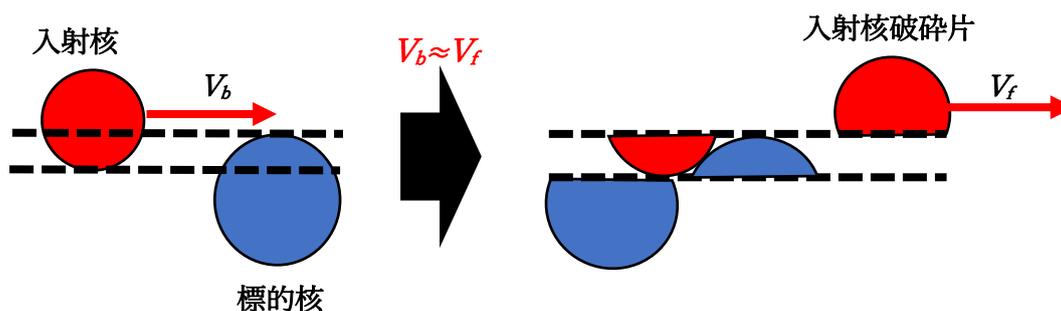


図 1：入射核破碎反応の模式図 左側が反応前、右側が反応後を表す

2-2 入射・標的核間ポテンシャルによる破砕片の偏向現象

入射・標的核間にはクーロン斥力と核力が相互作用として働いている。この二つの力が入射核・入射核破砕片に作用することによって破砕片の軌道に偏向が生じる。偏向角度は図 2 のように定義している。

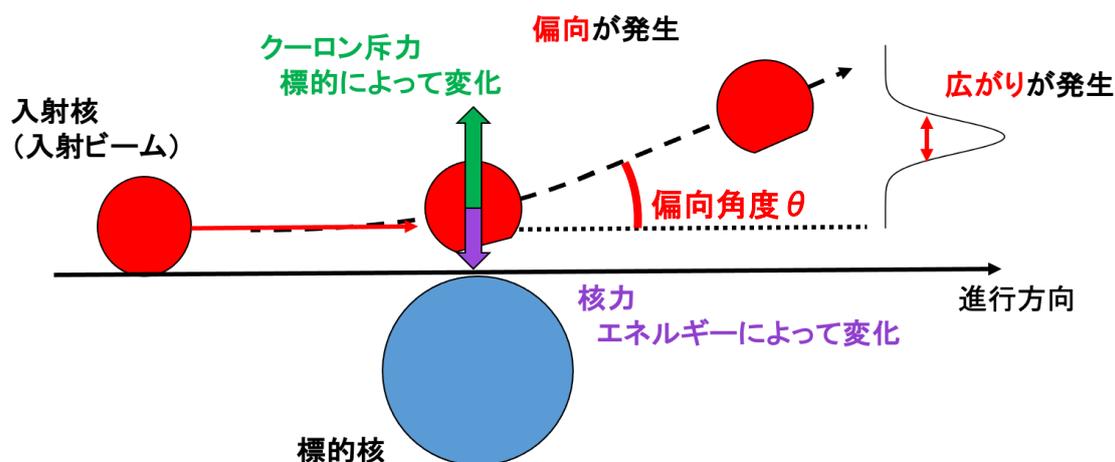


図 2:入射核破碎反応における偏向現象と偏向角度の定義

3. 実験方法

今回の研究では、量子医科学研究所 HIMAC 加速器および図 3 に示す二次ビーム分析装置を用いて破砕片の角度分布測定を行った。

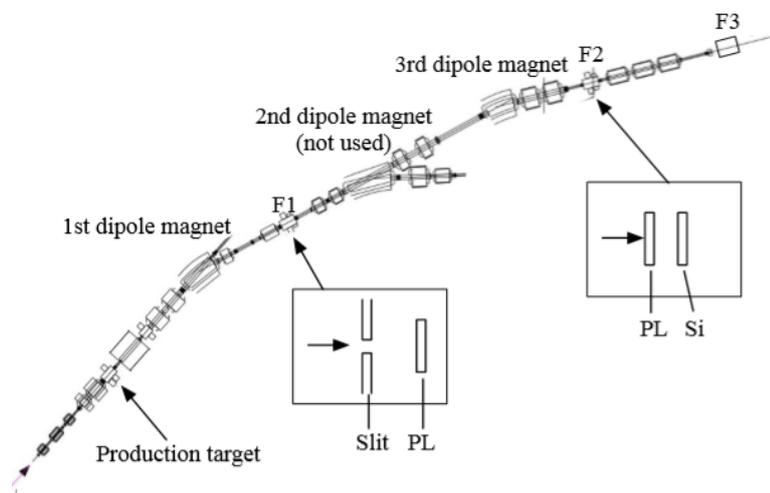


図 3：量子医科学研究所二次ビーム分析装置

3-1 破砕片の生成

入射ビームは図 3 の左下から照射を行い、HIMAC 加速器によって 100, 200MeV/u に加速された Ar ビームを用いて実験を行った。図 3 における“Production target“の部分に設置した標的として、表 1 のような 4 種類の標的を使用した。それぞれ入射ビームである ^{40}Ar に対して質量数が約 1/3・約 2 倍・約 4 倍・約 5 倍である。標的内での破砕片のエネルギー損失が同程度になるよう、標的厚さを選んだ。表 1 中の標的通過後の Ar ビームエネルギーは LISE⁺⁺⁷⁾で計算したものである。角度分布を測定した破砕片は ^{39}Cl で、これは入射ビ

ームの ^{40}Ar から核子が 1 つはぎ取られたもので、入射核と標的核が掠る程度の表面反応を想定している。

標的	C	Nb	Tb	Au
質量数 A	12	93	159	197
厚さ [mm]	0.867	0.513	0.437	0.333
エネルギー [MeV/u]	89.3	82.8	88.0	79.6

表 1：標的ごとの質量数・厚さおよび通過後の入射核(^{40}Ar)のエネルギー。
通過後のエネルギーは LISE⁺⁺の Physical calculator にて計算。

3-2 破碎片の同定・計数

破碎片の同定と選択には分析磁石と F1 Slit を用いた。分析磁石は図 3 における“1st dipole magnet”と“3rd dipole magnet”の 2 つに相当する。標的中で生成された破碎片は“1st dipole magnet”が発生させる磁場によって第 1 焦点位置(F1)に至るまで軌道が曲げられる。 $B\rho$ は磁気強度と呼ばれ、その単位は[Tm]で表すことができる。

$$B\rho = \frac{P}{Ze} \approx \frac{A}{Z}V \quad (2)$$

左辺の B は磁場を、 ρ は磁場中の回転半径を表し、右辺の Z は原子番号、 e は素電荷、 P は運動量、 A は質量数、 V は速度を表す。 $B\rho$ が同じ値の破碎片は、同じ軌道を描く。(2)式から $B\rho$ は A/Z に比例した量である。そのため 1 つ目の磁石と F1 のスリットで選択した A/Z を取り出しエネルギー減衰板を通過した後、2 つ目の磁石で同じ A/Z でも Z が異なる破碎片を除外する。

破碎片の計数は F1 と F2 にある 2 つの PL 検出器と F2 の Si 検出器で行っている。PL 検出器が F1-F2 間の破碎片の飛行時間(TOF) に対応する値 TDC(ch)を、Si 検出器が破碎片のエネルギー損失 (ΔE) に対応する値の ADC(ch)を測定する。

3-3 偏向角度の設定・選択

角度ごとに破碎片の測定を行うため、標的より上流に設置してある図 4 のようなスウィンガーマグネットを利用して標的への入射角度の設定を行った。さらに標の下流 F1 Slit とは別の角度選択用スリットで入射ビーム(図 4 中の破線)に対して垂直な x,y 方向の許容角度の選択を行っている。

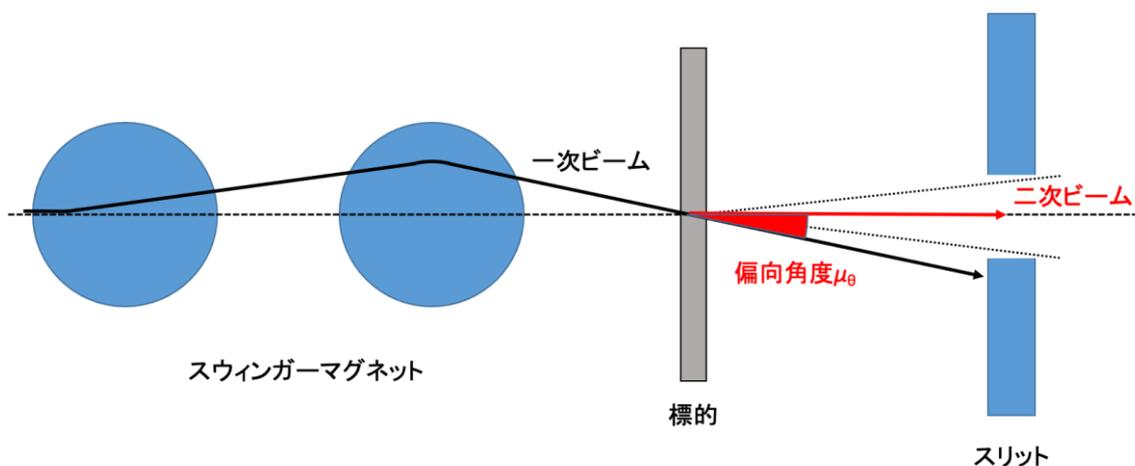


図 4:スウィンガーマグネットおよび角度選択用スリットによる角度選択

4. 結果

4-1 測定した破砕片の同定

図 5 は 3-2 章で説明した TDC(ch)と ADC(ch)の値を用いて作成した散布図を二次元ヒストグラムにしたものである。観測された破砕片に対応する点が密に集まった「島」が、規則的に並んでいることが確認できる。同一「島」中の点は同じ核種の破砕片であるが、縦軸・横軸の単位が[ch]であるため、このまま破砕片の種類を同定することは難しい。

そこでシミュレーションソフト LISE⁺⁺を用いて測定結果を予測した。図 6 は、図 5 の実験と同様の設定条件で計算した結果である。A/Z=2 となる破砕片の列と Ar の行を特定した。測定で得た図 5 と LISE⁺⁺による計算結果図 7 は対応しているため、2つの図を比較することで同定を行うことができる。LISE⁺⁺では丸で囲った部分がA/Z=2 の破砕片である。図 6 の点線内は Ar の同位体が並んでおり、これは図 6 中での点線内の行にあたりと判断した。LISE⁺⁺では入射核は表示されないが、測定結果である図 6 では ADC=900~1500ch で『島』として入射核 ^{40}Ar が観測されている。さらに、図 6 では ^{40}Ar の左横に観測されるはずの ^{39}Ar が測定されなかったと判断し点線内の一番左の ADC=780~1400ch の『島』が ^{36}Ar であると考えた。よってA/Z=2 の破砕片の列と Ar の行が判明したため、全ての破砕片の同定ができるようになった。また、LISE⁺⁺の計算値と測定結果は単位が異なるため、両者の校正を行った(詳細は付録 10-1 を参照)。TDC-ADC 図は、校正結果を用いて TOF- ΔE 図に変換でき、LISE⁺⁺の計算結果と直接比較できるようになった。

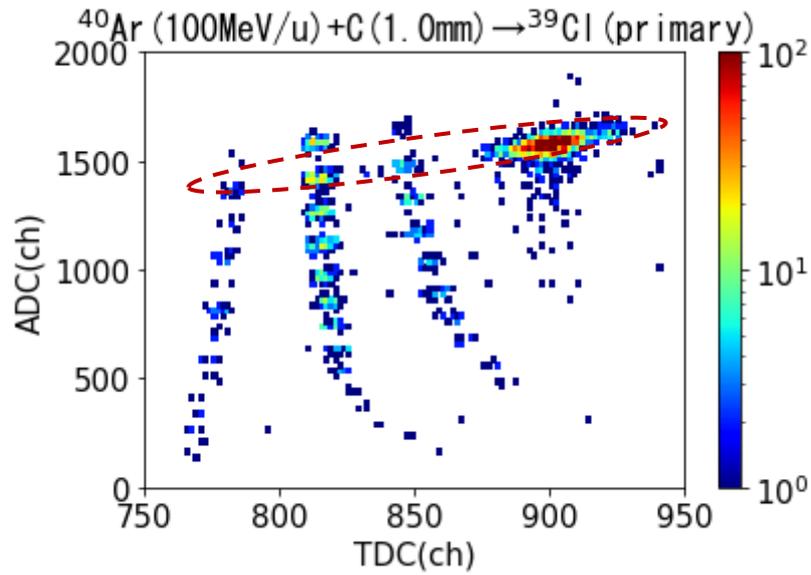


図 5 : 測定した TDC-ADC 図。入射ビーム $^{40}\text{Ar}(100\text{MeV/u})$, 標的 $\text{C}(1.0\text{ mm})$, における核破砕反応の結果。運動量は 90% で測定。色が赤に近いほど多く破砕片が存在し青に近いほど破砕片の量が少ない。右端の大きな『島』が入射ビームである ^{40}Ar 。

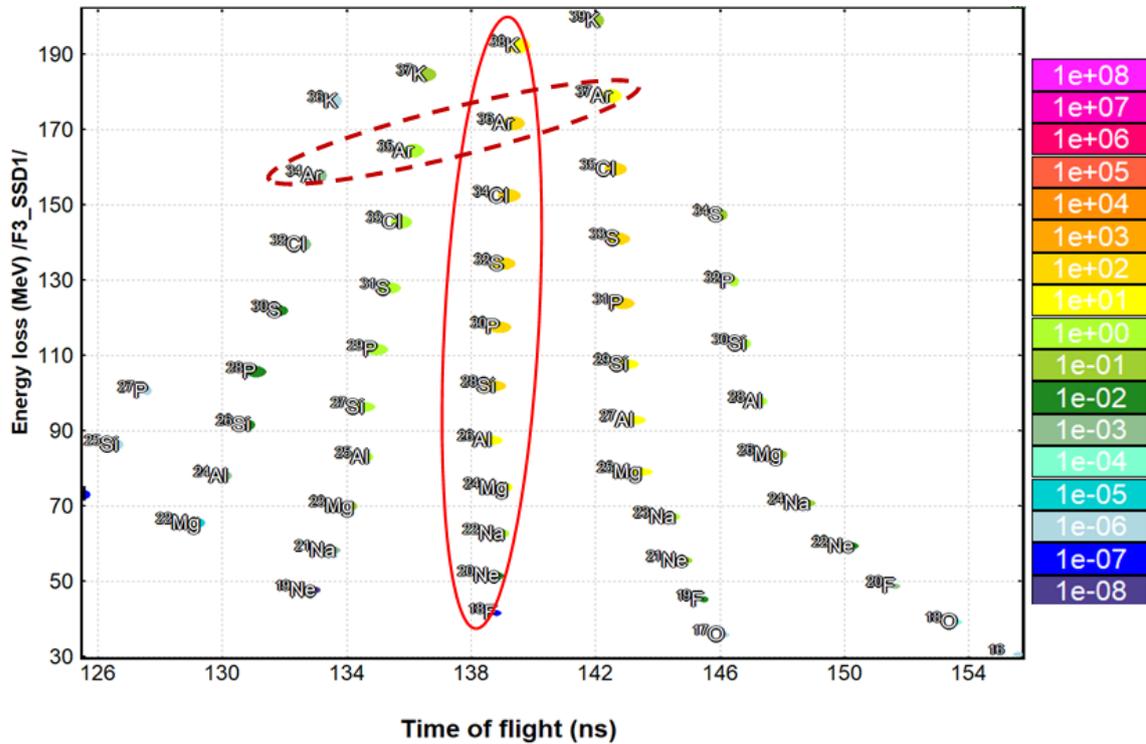


図 6 : LISE++による計算で得られた TOF- ΔE 図。入射ビーム $^{40}\text{Ar}(100\text{MeV/u})$, 標的 $\text{C}(1.0\text{ mm})$, 運動量 90% における核破砕反応の結果。丸で囲った部分は $A/Z = 2$ の列。点線で囲った部分は Ar 破砕片の行。

4-2 破碎片 ^{39}Cl の生成率導出

前章で測定結果から破碎片の同定が可能となった。次に破碎片の生成率を求める。破碎片の生成数は以下のように定義する。

$$\text{生成率} = \frac{\text{破碎片の生成数}}{\text{ビーム強度}} \quad (3)$$

破碎片の生成個数は、測定結果から変換して得た TOF- ΔE 図中の目的破碎片に対応する点の計数值である。破碎片の計数やビーム強度の校正・ビーム強度の導出・各種誤差の導出は付録 10-3, 10-4 に記載する。

4-3 ^{39}Cl の運動量分布

角度分布の測定の前に各標的で破碎片 ^{39}Cl の運動量分布の測定を行った。その一例が図 7 で、それぞれの標的に対し、目標の破碎片の生成率が最大となる運動量の前後数百 MeV/c の範囲で測定した。いずれの標的でも図 7 のように運動量分布は左右非対称な正規分布となった。図中の縦の実線は分布の中心値を表し、中心値以上・以下で運動量分布は異なる広がりを持つ。中心値以下の部分を Low、中心値以上の領域を High とし、Low と High それぞれ 1 ヶ所の運動量を選び、その運動量で角度分布を測定した。図中の点線部は角度分布を測定した運動量を示している。

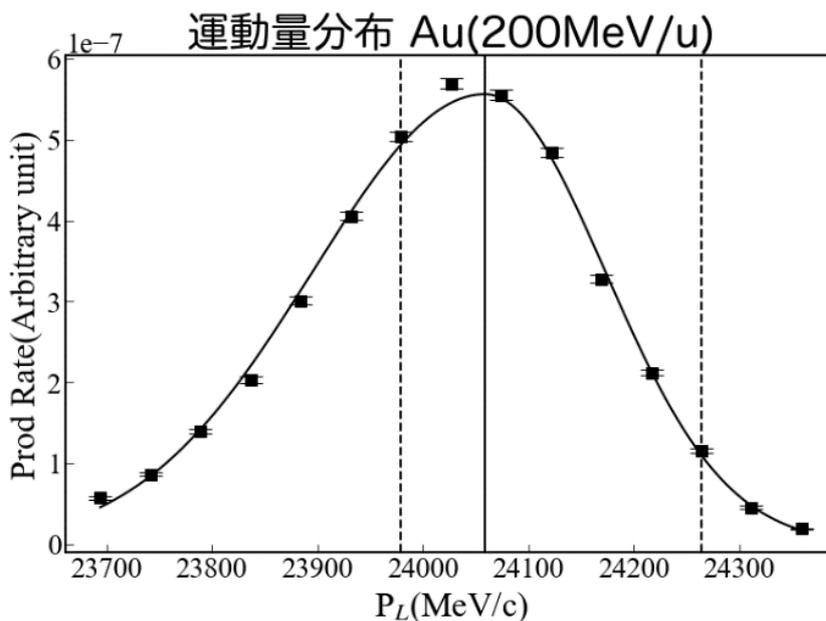


図 7: 入射ビーム $^{40}\text{Ar}(200\text{MeV/u})$, 標的 Au(0.333 mm) における運動量分布。この運動量分布をみると左右非対称であることがわかる。図中の縦線の実線部が分布の中心で、Low と High で分散値の異なる正規分布でフィッティングを行った。縦線の点線部は Low と High における角度分布を測定した箇所を示している。

4-4 ^{39}Cl の角度分布

前章で述べた通り各標的に対して運動量分布の Low と High の領域のそれぞれ一か所で測定を行った。図 8 は入射ビーム 200MeV/u で 4 種類の標的に照射した際の角度分布である。Tb や Au の質量数が大きい時、分布のピークが 0mrad より外側にあることが分かる。

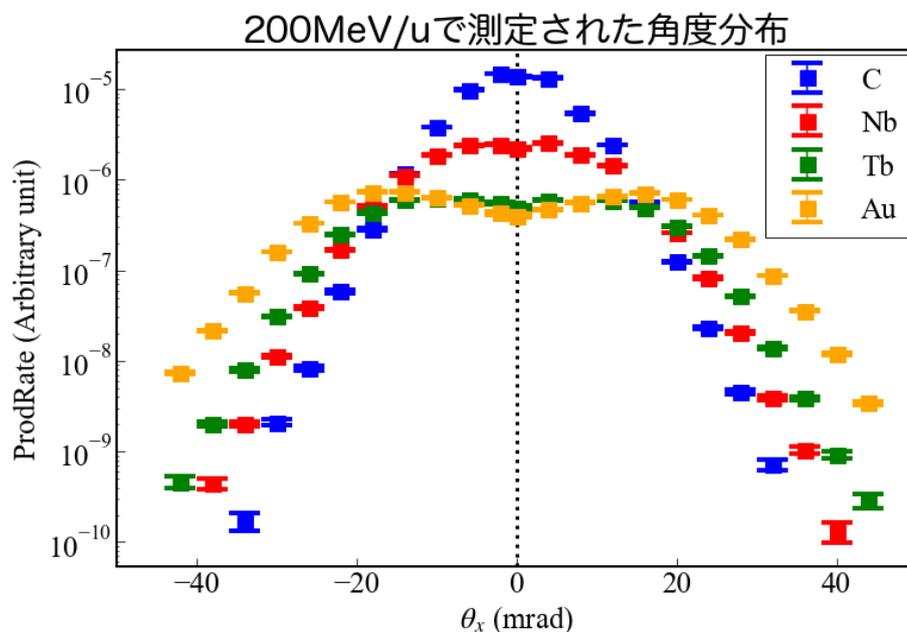


図 8 : 200MeV/u の Low 側で測定した角度分布。横軸は角度、縦軸は生成率を表しており対数目盛を使用している。

5. 解析

5-1 角度分布解析のための分布関数

4-4 章で得た破碎片の角度分布を、偏向現象を考慮して角度分布のフィッティングを行った。偏向が 0mrad を中心に対称的に起こると考え、2 つのガウス関数を足し合わせる式 (4) を用いた。

$$N(\theta) = a \left\{ \exp\left(\frac{-(x-\mu_\theta)^2}{2\sigma_\theta^2}\right) + \exp\left(\frac{-(x+\mu_\theta)^2}{2\sigma_\theta^2}\right) \right\} \quad (4)$$

この式で $N(\theta)$ は角度 θ における破碎片の生成率を表し、 a が分布のピーク高さを表しており、 μ_θ は偏向角度を表し、 σ_θ は角度分布の広がりを表している。また、偏向現象がクーロン斥力のみとした場合はこれを解析的に解くことで偏向角度を導出できるが、核力を考慮する場合は数値積分を導入する必要があるため、次のようなことを考慮した。

5-1-1 二次元での偏向の考慮

Momota らの先行研究)では破碎片の二次元(x 方向)のみの軌道偏向として解析を行なっていた。しかし実際には二次元(x, y 方向)に軌道の偏向が起こっている。そのため二次元の軌道偏向を考慮できるように(4)式を以下のように発展させた。

$$N(\theta_x, \theta_y) = a \left[\exp \left\{ \frac{-(\sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2} - \mu_\theta)^2}{2\sigma_\theta^2} \right\} + \exp \left\{ \frac{-(\sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2} + \mu_\theta)^2}{2\sigma_\theta^2} \right\} \right] \quad (5)$$

このように二次元に対応したモデルにすることにより実測値に対して、次のような数値積分を導入することができる。

5-1-2 角度選択スリットのアクセプタンスの効果

角度選択スリットは 3-3 で述べたように入射核の入射方向に対して垂直な x, y 方向の許容角度の選択を行うものである。このスリットが有限の幅を持つことから、生成数 $N'(\theta_x, \theta_y)$ は実測値 $N(\theta_x, \theta_y)$ を x 方向の積算幅を $\pm A$ rad、 y 方向の積算幅を $\pm B$ rad で重積分を行った値であることが分かる。これを式にすると以下のように表せる。

$$N'(\theta_x, \theta_y) = \int_{\theta_x - A}^{\theta_x + A} \int_{\theta_y - B}^{\theta_y + B} N(\theta_x, \theta_y) d\theta_y d\theta_x \quad (6)$$

このような数値積分を組み込んで解析を行った。

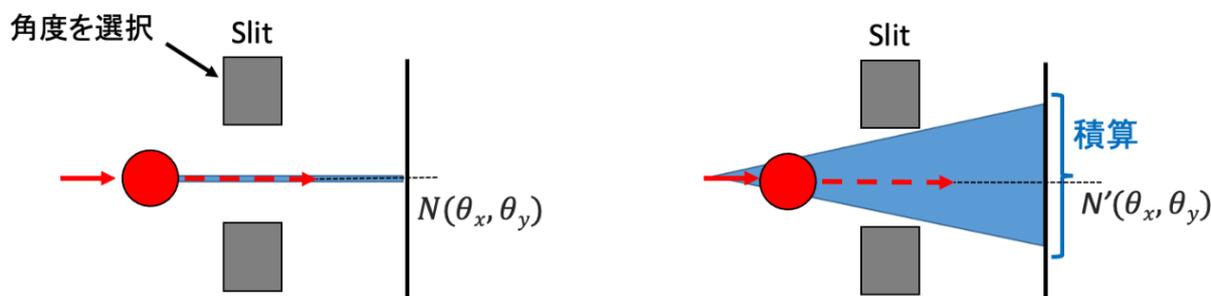


図 9: 角度選択スリットのアクセプタンス。左は従来の実測値をそのまま生成数としたもので、右は実測値をスリット幅で重積分したものを生成数としたもの。

5-2 測定された角度分布の解析

今回は 5-1 で述べたように 2 次元の軌道の偏向や角度選択スリット幅を考慮する数値積分を導入して角度分布の解析を行った。この解析には Python コード

「dbl_integrateFitting.py」(付録 10-5 参照)を用いた。図 10 はスリット幅を考慮した重積分を行い、角度分布をフィッティングした結果である。フィッティングによって得た各変数の最適値は付録 10-7 の表 7 に記載している。ただし、今回導出した各パラメーターの誤差の導出には改善の余地があると考えられる。

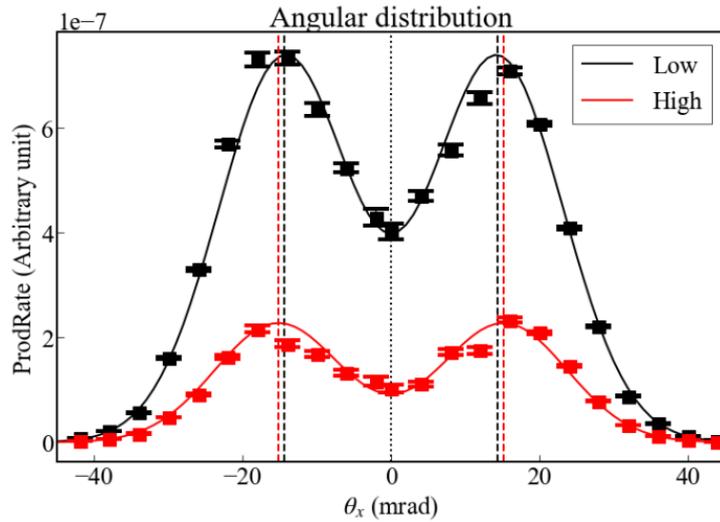


図 10: 入射ビーム $^{40}\text{Ar}(200\text{MeV/u})$, 標的 $\text{Au}(0.333\text{ mm})$ における測定結果を作成した Python コードでフィッティングしたもの。黒色は運動量が Low 側を、赤色は運動量が High 側での結果。縦の破線はそれぞれの偏向角度 μ_θ を表している。

5-2-1 角度分布の広がり

まず、角度分布の広がり σ_θ について考察を行う。角度分布の広がりには入射エネルギーが増加するにつれて角度分布の広がりが小さくなるのが分かる。また、標的の質量数に応じて広がっていた分布が、エネルギーが増加するごとに一定の値に近づいているような結果となった。さらに Goldhaber モデルと実測値を比較すると、Goldhaber モデルは過小評価しているように見える。このとき σ_0 は 90MeV/u としている。

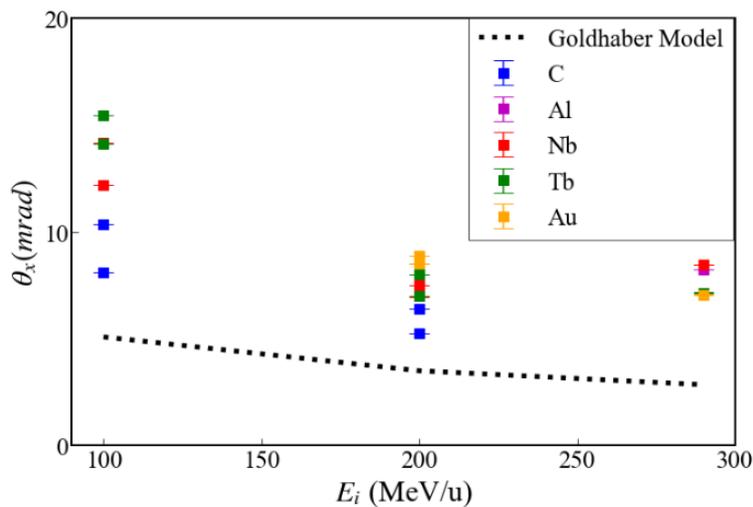


図 11: 入射エネルギーと角度分布の広がりとの関係。点線は Goldhaber モデルにおける分布の広がりを表している。

5-2-2 偏向角度

次に偏向角度について考察を行う。偏向角度も同様に、入射エネルギーが増加すると偏向角度が小さくなっていることが分かる。標的ごとの偏向角度に注目すると、標的の質量数とともに偏向角度も増加する結果であった。また、実測値をクーロン斥力のみを用いて計算した偏向角度⁹⁾と比較すると、どの標的でも過大評価していることが分かった。このことから、この入射エネルギーで引力的に働く核力を考慮に入れる必要があることがわかる。

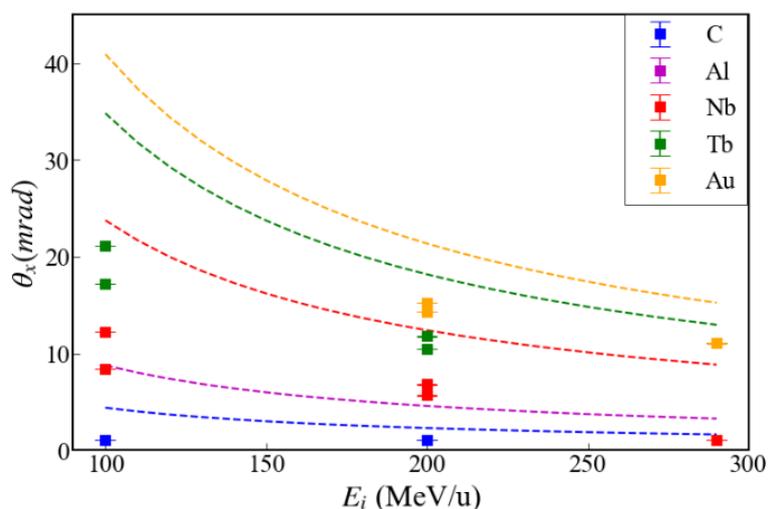


図 12: 入射エネルギーと偏向角度の関係。点線は[5]で使われていた偏向現象がクーロン斥力のみとした場合の偏向角度の予測値。

6. 考察

6-1 入射・標的核間ポテンシャルに基づく偏向角度の予測

偏向現象が入射・標的核間のポテンシャルに由来することから、入射・標的核に働く力に基づく軌道計算で偏向角度を予測することができる。図 13 は今回行った軌道計算の概略図である。標的核の位置を原点として入射核の進行方向の座標を r とし、 $r = -10000\text{fm} \sim r = 10000\text{fm}$ の範囲で標的核から受ける力 F を計算する。微小距離 Δr ($\Delta r = 0.1\text{fm}$) 間を移動する間に入射核が受ける垂直方向の力積 $F \sin \theta \Delta t$ を計算範囲にわたって計算し、その積算値を角度へと変換することで偏向角度の予測値とした。このとき軌道の曲がり方を考慮し、最近接距離 b_0 は標的核から受けた力に応じて変化させた。最近接距離 b_0 の変化量である Δb は、力積 $F \sin \theta \Delta t$ から垂直方向に動く距離を導出し、最近接距離 b_0 に加算して次の計算ステップでの最近接距離 b_i としている。今回の核力の計算にあたって、エネルギーによって変化する核ポテンシャルの計算式として、T. Furumoto 氏らの表式⁹⁾を基に計算している。これらの軌道計算は「OrbitalDeflection.py」としてプログラムコードを付録 10-8 に書き記している。

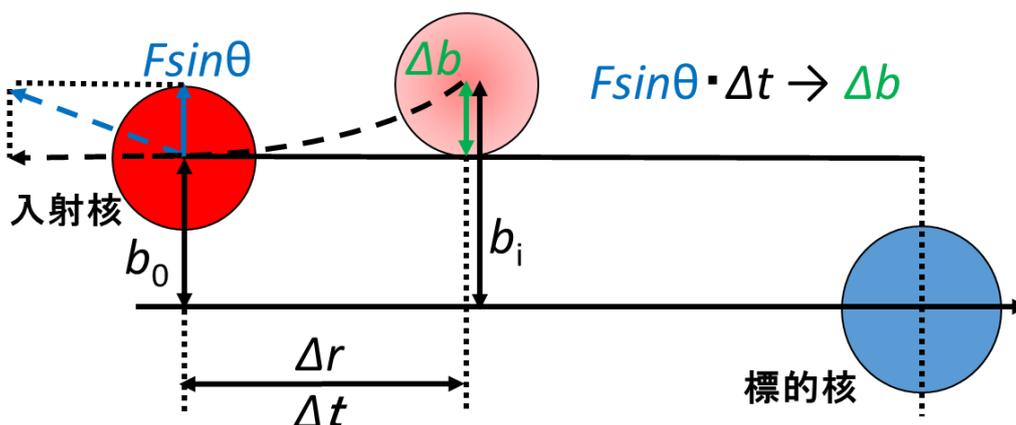


図 13: 軌道計算の概略図。 Δr ごとに入射核が受ける力 $F \sin \theta$ から力積 $F \sin \theta \Delta t$ を計算し、計算範囲分で積算して角度に変換している。 Δb は力積から導出した最近接距離の変化である。

6-2 実測値との比較

図 14 は偏向角度の実測値とクーロン斥力のみを考慮した予測値、今回行った軌道計算による予測値の比較を行ったものである。核力を考慮した結果、偏向現象がクーロン斥力のみとした

左側に比べて偏向角度が小さくなった。また、多くの標的でクーロン斥力のみとした場合に比べて、実測値に対して近い値で予測することができた。このことから核力を考慮することで破断片の偏向角度の予測精度が向上できるということが分かった。

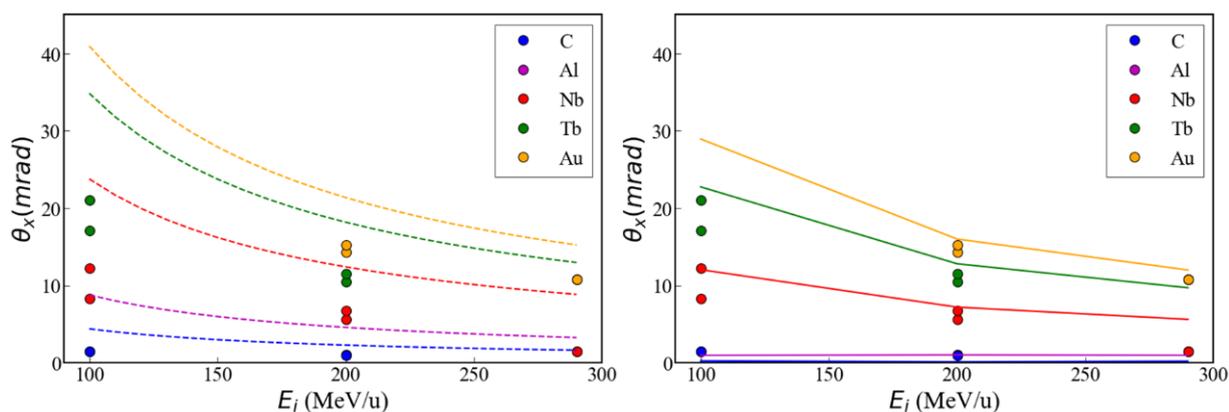


図 14: 測定した偏向角度と予測値の比較。左の点線はクーロン斥力のみを考慮した予測値で、右の実線はクーロン斥力と核力を考慮した予測値。

7. 結論

入射核破砕過程における破砕片の偏向現象の解明のために複数の標的・エネルギーで ^{40}Ar から生成される ^{39}Cl の角度分布を測定した。測定した角度分布に対し、二次元の軌道偏向や角度選択に用いられるスリット幅を考慮した解析を行った。解析によって求めた角度分布の広がりや偏向角度が、標的の質量数やエネルギーによって変化することが確認できた。また、偏向現象がクーロン斥力のみとした場合の予測値は実測値に対して過大評価していることが分かった。さらに、クーロン斥力だけでなく入射核のエネルギーによって変化する核力を考慮した軌道計算によって偏向角度の予測を行った。その結果、クーロン斥力のみを考慮した場合に比べて実測値により近い値を予測することができた。以上のことから、核力の効果を考慮することで破砕片の偏向角度の予測精度向上が確認された。

8. 謝辞

本稿の執筆にあたって指導教官の百田准教授から多くの指導を賜りました。また、本研究を行うにあたり、量子医科学研究所二次ビーム分析装置を用いた測定では、新潟大学の 大坪隆さん、武智麻耶さん、富田瑞樹さん、茂住圭一さん、山本一樹さん、量子医科学研究所の北川敦志さん、佐藤真二さんにご協力いただきました。ここに感謝の意を申し上げます。

9. 参考文献

- 1) JAXA, http://edu.jaxa.jp/seeds/pdf/2_radiation.pdf (閲覧日 : 2022/3/12)
- 2) NASA, Physics of the Isotopic Dependence of Galactic Cosmic Ray Fluence Behind Shielding(2003)
- 3) A. S. Goldhaber, Phys. Lett. B 53, 306(1974)
- 4) K. Van Bibber, et al., Phys. Rev. Lett. 43, 840(1979)
- 5) H. J. Wollersheim, et al., Nucl. Instru. Meth. Phys. Res. A537, 637(2005)
- 6) LISE⁺⁺: <http://lise.nsl.msui.edu/lise.html> (閲覧日 : 2022/3/12)
- 7) S. Momota, et al., Nucl. Phys. A958, 219(2017)
- 8) K. Meierbachtol, et al., Phys. Rev. C 85, 034608 (2012)
- 9) T. Furumoto, et al., Phys. Rev. C.85, 044607(2012)

10. 付録

10-1 ToF・dEの校正

実測で得た TOF と ΔE は[ch]単位であるため、それぞれ[nsec], [MeV]単位で求まる LISE++の計算結果と一致しない。そこで TOF と ΔE の校正を行い実測値と LISE++の変換式を導出した。校正は(7)式(8)式で行い、導出したパラメーターは表 2 の通りである。

$$TOF(ns) = TDC(ch) \times a1 + b1 \quad (7)$$

$$\Delta E(MeV) = ADC(ch) \times a2 + b2 \quad (8)$$

E(MeV/u)	TOF		dE	
	a1	b1	a2	b2
100	0.11	61.61	0.1434	-2.421
200	0.1041	8.131	0.0602	-1.403

表 2: TDC-TOF 校正および ADC- ΔE 校正に用いるパラメーター

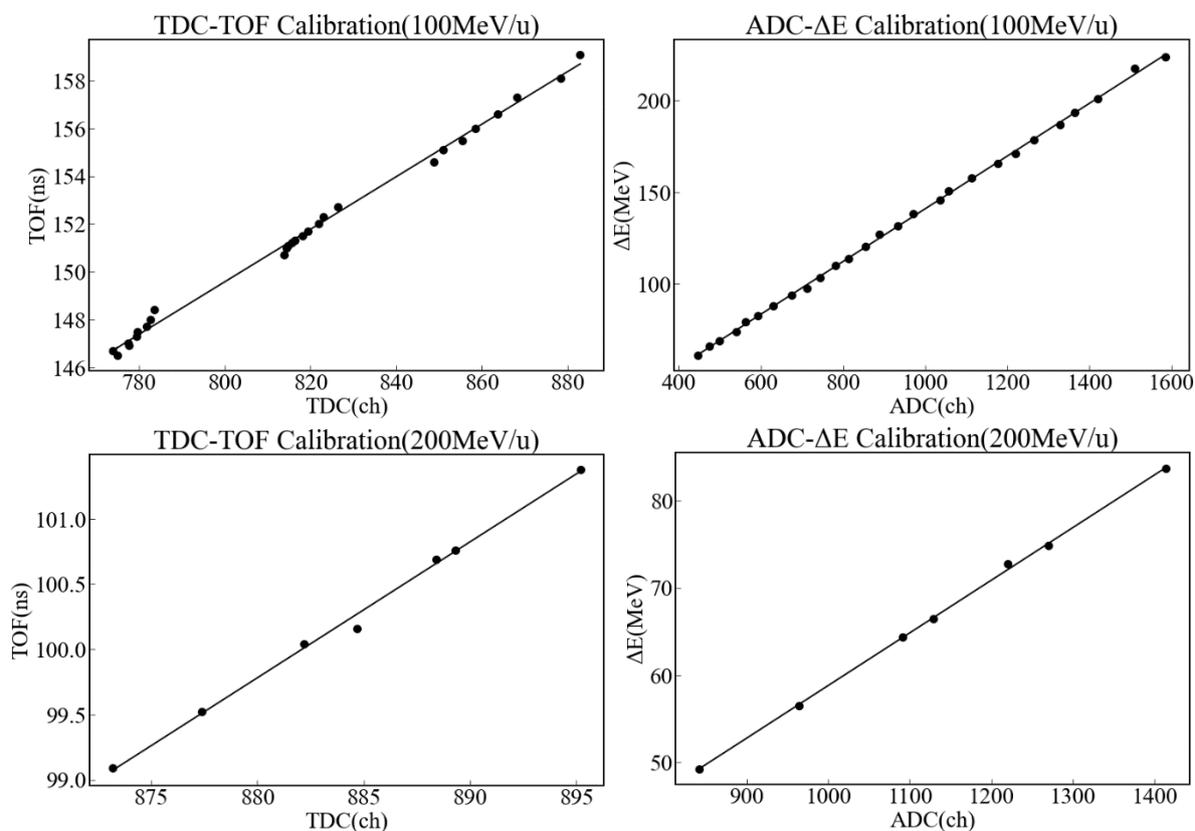


図 15: TOF-TDC と ΔE -ADC の校正

10-2 破碎片の計数

生成率を導出するにあたって ^{39}Cl がどれほど生成されたか知る必要がある。図 16 は破碎片の生成数の計数を行う「ゲート」の範囲を定めたものである。この「ゲート」は注目する破碎片を覆う 4 点の座標を用いて決定される。計数に用いた座標をまとめたものが表 3 である。このゲートの中にある点の数を破碎片の生成数とした。

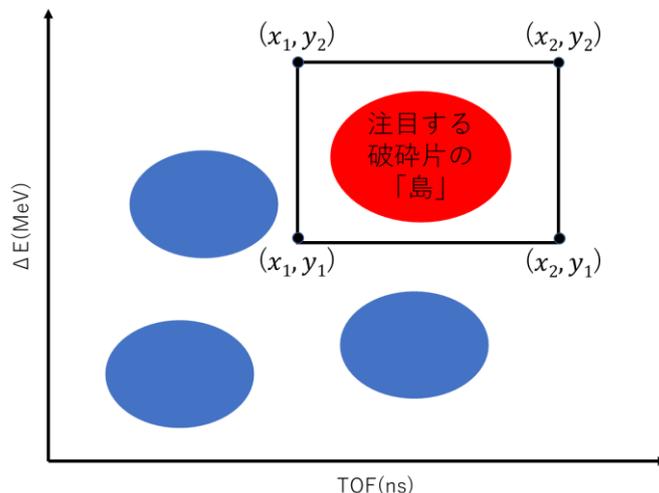


図 16:破碎片の計数を行うゲートの定義

E(MeV/u)	Target	$B\rho$ (%)	x_1 (ns)	y_1 (MeV)	x_2 (ns)	y_2 (MeV)
100	C	102.8	137.5	141	140	175
		104.4	136	139	138	170
	Nb	98.6	143	146	150	170
		100.6	141	144	146.5	170
	Tb	101.6	139	142	142	161
		103.6	137	140	139	162
200	C	102.6	99.5	101.5	80	95
		103.8	98.5	100.5	78.5	95
	Nb	101.6	100	101.5	80	95
		102.8	99.5	101	78.5	95
	Tb	102.4	99.5	101	78.5	95
		103.6	98.5	100.5	78.5	95
	Au	101	100.5	102	80	95
		102.2	99.5	101	80	95

表 3:破碎片の計数を行う際に用いた 4 点の座標

10-3 入射ビーム強度の校正

角度分布測定中に、ビーム強度を直接測定できない。しかし、ビーム強度に対応する値の Ch6 と Ch12 は計測可能であるため、実験の測定前にあらかじめビーム強度と Ch6・Ch12 を同時に計測し二次関数を用いて校正した。

	Ch6	Ch12	Spill 数	ビーム強度
100MeV/u	92082	660	10	5.4×10^7
	19666	5033	10	2.41×10^6
	795715	113	10	6.4×10^8
200MeV/u (Day1)	968361	282	10	8.25×10^8
	378908	555	10	2.81×10^8
	151113	1043	10	9.74×10^7
	63429	1888	10	2.98×10^7
	37106	2689	10	1.00×10^7
	381624	597	10	2.92×10^8
	56365	1858	10	2.68×10^7
	35941	2754	10	9.74×10^6
	402663	735	10	2.90×10^8
65186	1770	10	3.16×10^7	
200MeV/u (Day2)	39182	2484	10	1.17×10^7
	166724	1194	10	1.03×10^8
	961764	267	10	7.84×10^8
	36951	2589	10	1.12×10^7
	67337	1785	10	3.39×10^7
	156514	1200	10	1.01×10^8
	373671	798	10	2.82×10^8
	940002	379	10	7.75×10^8
	25897	4052	10	1.07×10^6
	38310	2608	10	1.06×10^7
	72556	1550	10	3.48×10^7
	151519	1093	10	9.00×10^7
	384181	712	10	2.65×10^8
940075	320	10	7.92×10^8	

表 4: ビーム強度の校正に使った数値。実験の測定前後に計測した。

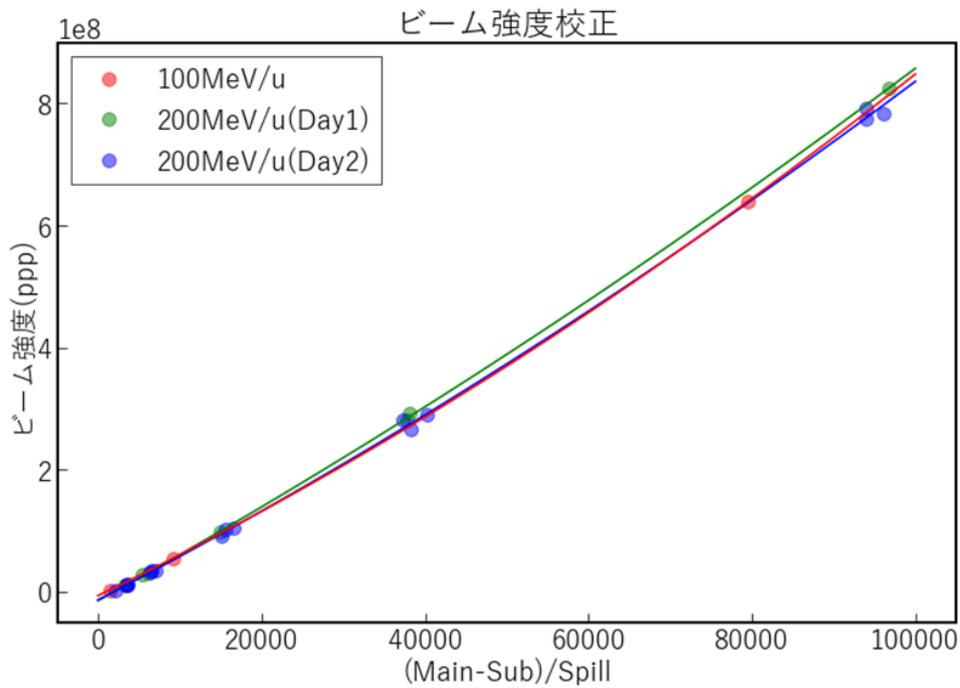


図 17: ビーム強度と Ch6(Main)・Ch12(Sub)の校正。表 5 の数値を用いた。

	a	b	c
100MeV/u	2.05×10^{-2}	6.53×10^3	-7.146×10^6
200MeV/u(Day1)	1.31×10^{-2}	7.42×10^3	-1.54×10^7
200MeV/u(Day2)	1.53×10^{-2}	6.93×10^3	-1.41×10^7

表 5: ビーム強度の校正に用いたパラメーター

ビーム強度と Ch6・Ch12 の関係は 2 次式で表すことができ以下のように数式化した。

$$\text{ビーム強度} = (a \times X^2 + b \times X + c) \times \text{spill 数} \quad (9)$$

$$a, b, c: \text{表 6 の値} \quad X = \frac{ch6 - ch12}{\text{spill 数}}$$

また、それぞれの誤差は以下のように表した。

$$\text{ビーム強度誤差} : \sqrt{(2aX + b)^2 + (X \text{ の誤差})^2} \times \text{spill 数} \quad (10)$$

$$X \text{ の誤差} : \frac{\sqrt{ch6} - \sqrt{ch12}}{\text{spill 数}} \quad (11)$$

spill 数は照射時間に対応する値だ。これにより ch6・ch12・spill 数がわかるとビーム強度が計算できる。

10-4 生成率の導出

角度分布を作るうえで使用した生成率、生成率誤差を表 6.1~表 6.5 に示す。また、生成率誤差の定義を(12)式に示す。

$$\text{生成率誤差} = \sqrt{\frac{\text{破砕片の個数}}{(\text{ビーム強度})^2} + \frac{(\text{破砕片の個数})^2}{(\text{ビーム強度})^4} \times (\text{ビーム強度誤差})^2} \quad (12)$$

(12)式は誤差の伝搬法則に基づいて作った式である。

θ (mrad)	C(102.8%)		Nb(98.6%)		Tb(101.6%)	
	生成率	誤差	生成率	誤差	生成率	誤差
-51	1.33E-09	1.55E-10	-	-	-	-
-45	7.61E-09	5.53E-10	1.56E-08	7.90E-10	3.43E-08	1.17E-09
-39	2.08E-08	2.18E-09	4.19E-08	1.49E-09	-	-
-33	9.86E-08	2.80E-09	1.02E-07	2.87E-09	1.08E-07	3.03E-09
-27	2.94E-07	1.25E-08	2.10E-07	1.05E-08	1.35E-07	6.67E-09
-21	9.33E-07	2.51E-08	3.33E-07	5.31E-09	1.49E-07	3.58E-09
-15	2.55E-06	5.86E-08	4.98E-07	1.83E-08	1.53E-07	2.92E-09
-9	5.84E-06	9.10E-08	5.88E-07	7.07E-09	1.73E-07	3.91E-09
-3	9.60E-06	1.15E-07	7.06E-07	2.19E-08	1.74E-07	7.64E-09
0	9.59E-06	3.29E-07	6.05E-07	1.61E-08	1.65E-07	8.61E-09
6	7.41E-06	9.61E-08	6.46E-07	1.75E-08	1.60E-07	8.57E-09
12	3.56E-06	6.48E-08	5.17E-07	6.63E-09	1.63E-07	3.71E-09
18	1.36E-06	1.03E-08	3.58E-07	5.34E-09	1.42E-07	2.38E-09
24	4.65E-07	8.56E-09	2.38E-07	3.60E-09	1.26E-07	2.58E-09
30	1.76E-07	3.77E-09	1.32E-07	3.29E-09	1.06E-07	2.94E-09
36	4.72E-08	1.60E-09	5.48E-08	2.11E-09	6.98E-08	2.13E-09
42	1.45E-08	8.83E-10	2.21E-08	1.10E-09	3.98E-08	1.47E-09
48	4.17E-09	4.19E-10	7.19E-09	3.46E-10	1.96E-08	5.68E-10
54	8.13E-10	1.16E-10	2.70E-09	2.11E-10	7.10E-09	3.45E-10
60	8.54E-11	3.82E-11	5.26E-10	9.45E-11	2.54E-09	2.07E-10

表 6.1: 100MeV/u(運動量 Low 側)における角度分布の数値データ

θ (mrad)	C(104.4%)		Nb(100.6%)		Tb(103.6%)	
	生成率	誤差	生成率	誤差	生成率	誤差
-51	7.16E-11	3.58E-11	-	-	-	-
-45	4.86E-10	1.15E-10	1.45E-08	6.81E-10	4.11E-08	1.15E-09
-39	-	-	5.41E-08	1.72E-09	8.78E-08	2.20E-09
-33	1.44E-08	8.78E-10	1.42E-07	3.42E-09	1.46E-07	3.48E-09
-27	7.23E-08	4.85E-09	3.02E-07	1.15E-08	1.49E-07	6.24E-09
-21	3.21E-07	1.13E-08	4.82E-07	6.39E-09	1.65E-07	3.05E-09
-15	1.44E-06	3.58E-08	6.54E-07	1.85E-08	1.55E-07	3.64E-09
-9	4.61E-06	8.34E-08	7.39E-07	8.02E-09	1.56E-07	3.63E-09
-3	8.72E-06	1.11E-07	8.15E-07	2.33E-08	1.69E-07	7.04E-09
0	8.50E-06	3.03E-07	7.74E-07	1.86E-08	1.71E-07	8.87E-09
6	6.49E-06	7.35E-08	7.18E-07	1.82E-08	1.54E-07	6.56E-09
12	2.31E-06	5.20E-08	6.83E-07	7.61E-09	1.60E-07	3.70E-09
18	6.10E-07	6.85E-09	5.64E-07	4.70E-09	1.76E-07	3.77E-09
24	1.60E-07	3.62E-09	4.13E-07	4.66E-09	1.80E-07	2.67E-09
30	4.52E-08	1.92E-09	2.37E-07	4.41E-09	1.76E-07	3.78E-09
36	7.81E-09	5.68E-10	9.20E-08	2.23E-09	1.27E-07	2.64E-09
42	1.62E-09	2.55E-10	2.91E-08	1.09E-09	6.74E-08	1.66E-09
48	2.90E-10	1.10E-10	7.47E-09	3.51E-10	3.11E-08	7.19E-10
54	1.39E-11	1.39E-11	1.97E-09	1.81E-10	1.06E-08	4.22E-10
60	-	-	4.22E-10	8.44E-11	3.13E-09	2.29E-10

表 6.2: 100MeV/u(運動量 High 側)における角度分布の数値データ

θ (mrad)	C(102.6%)		Nb(101.6%)		Tb(102.4%)		Au(101.0%)	
	生成率	誤差	生成率	誤差	生成率	誤差	生成率	誤差
-42	-	-	-	-	4.61E-10	6.46E-11	7.34E-09	2.59E-10
-38	-	-	4.45E-10	6.17E-11	2.03E-09	1.31E-10	2.16E-08	4.30E-10
-34	1.70E-10	3.80E-11	2.01E-09	1.30E-10	7.99E-09	3.19E-10	5.65E-08	8.46E-10
-30	2.09E-09	1.65E-10	1.12E-08	3.81E-10	3.10E-08	6.29E-10	1.61E-07	1.44E-09
-26	8.29E-09	4.57E-10	3.90E-08	1.01E-09	9.19E-08	1.56E-09	3.30E-07	2.97E-09
-22	5.86E-08	2.18E-09	1.69E-07	3.67E-09	2.50E-07	4.54E-09	5.69E-07	6.78E-09
-18	2.86E-07	8.01E-09	5.06E-07	1.06E-08	4.33E-07	9.66E-09	7.30E-07	1.28E-08
-14	1.16E-06	1.61E-08	1.11E-06	1.57E-08	6.00E-07	1.13E-08	7.32E-07	1.26E-08
-10	3.82E-06	2.95E-08	1.86E-06	2.03E-08	6.28E-07	1.19E-08	6.35E-07	1.19E-08
-6	9.81E-06	4.83E-08	2.39E-06	2.29E-08	6.04E-07	1.14E-08	5.23E-07	8.54E-09
-2	1.47E-05	1.02E-07	2.43E-06	3.85E-08	5.55E-07	1.82E-08	4.29E-07	1.62E-08
0	1.39E-05	1.69E-07	2.23E-06	6.20E-08	4.84E-07	2.84E-08	4.02E-07	1.49E-08
4	1.33E-05	9.64E-08	2.54E-06	2.34E-08	5.92E-07	1.11E-08	4.70E-07	9.84E-09
8	5.44E-06	5.88E-08	1.88E-06	3.38E-08	5.56E-07	1.06E-08	5.57E-07	1.08E-08
12	2.41E-06	2.30E-08	1.44E-06	1.76E-08	5.92E-07	1.12E-08	6.56E-07	1.19E-08
16	5.56E-07	6.52E-09	7.08E-07	7.44E-09	4.95E-07	6.22E-09	7.08E-07	7.46E-09
20	1.24E-07	1.76E-09	2.60E-07	2.58E-09	3.06E-07	2.81E-09	6.07E-07	4.02E-09
24	2.35E-08	7.73E-10	8.24E-08	1.45E-09	1.45E-07	1.92E-09	4.09E-07	3.23E-09
28	4.55E-09	2.42E-10	2.06E-08	5.12E-10	5.17E-08	8.12E-10	2.21E-07	1.68E-09
32	7.18E-10	9.60E-11	3.95E-09	2.26E-10	1.40E-08	4.28E-10	8.78E-08	1.07E-09
36	-	-	1.03E-09	9.44E-11	3.90E-09	1.84E-10	3.58E-08	5.57E-10
40	-	-	1.31E-10	3.37E-11	9.24E-10	8.93E-11	1.20E-08	3.21E-10
44	-	-	-	-	2.90E-10	5.06E-11	3.45E-09	1.73E-10

表 6.3: 200MeV/u(運動量 Low 側)における角度分布の数値データ

θ (mrad)	C(103.8%)		Nb(102.8%)		Tb(103.6%)		Au(102.2%)	
	生成率	誤差	生成率	誤差	生成率	誤差	生成率	誤差
-42	-	-	-	-	1.56E-10	3.78E-11	2.16E-09	1.40E-10
-38	-	-	1.12E-10	3.12E-11	8.22E-10	8.34E-11	5.65E-09	2.22E-10
-34	5.07E-11	2.07E-11	5.77E-10	6.99E-11	3.19E-09	2.02E-10	1.66E-08	4.40E-10
-30	3.32E-10	6.51E-11	3.90E-09	2.23E-10	1.55E-08	4.49E-10	4.79E-08	7.90E-10
-26	1.35E-09	1.87E-10	1.79E-08	6.76E-10	4.84E-08	1.14E-09	9.07E-08	1.53E-09
-22	1.26E-08	1.01E-09	9.07E-08	2.71E-09	1.45E-07	3.38E-09	1.62E-07	3.62E-09
-18	7.51E-08	4.08E-09	2.62E-07	7.56E-09	2.41E-07	7.30E-09	2.16E-07	6.83E-09
-14	4.05E-07	9.32E-09	5.94E-07	1.11E-08	3.14E-07	8.35E-09	1.88E-07	6.52E-09
-10	2.04E-06	2.12E-08	1.06E-06	1.53E-08	3.39E-07	8.67E-09	1.68E-07	6.12E-09
-6	8.05E-06	4.32E-08	1.32E-06	1.68E-08	3.18E-07	8.20E-09	1.33E-07	5.29E-09
-2	1.65E-05	1.09E-07	1.40E-06	2.92E-08	3.18E-07	1.37E-08	1.16E-07	8.22E-09
0	1.49E-05	1.65E-07	1.21E-06	4.50E-08	2.46E-07	1.60E-08	1.03E-07	7.48E-09
4	1.33E-05	9.72E-08	1.36E-06	1.70E-08	3.12E-07	8.11E-09	1.11E-07	4.69E-09
8	4.47E-06	5.25E-08	1.20E-06	2.68E-08	3.24E-07	8.14E-09	1.72E-07	6.04E-09
12	1.24E-06	1.64E-08	9.18E-07	1.40E-08	3.50E-07	8.59E-09	1.75E-07	6.08E-09
16	2.17E-07	4.14E-09	5.11E-07	6.33E-09	3.57E-07	5.31E-09	2.33E-07	4.25E-09
20	3.27E-08	9.07E-10	1.81E-07	2.16E-09	2.24E-07	2.42E-09	2.09E-07	2.34E-09
24	5.36E-09	3.70E-10	5.30E-08	1.16E-09	1.06E-07	1.63E-09	1.46E-07	1.93E-09
28	1.03E-09	1.15E-10	1.18E-08	3.89E-10	3.29E-08	6.46E-10	7.83E-08	9.98E-10
32	1.67E-10	4.62E-11	1.99E-09	1.61E-10	1.99E-09	1.61E-10	3.26E-08	6.50E-10
36	-	-	4.86E-10	6.50E-11	7.88E-09	3.20E-10	1.21E-08	3.23E-10
40	-	-	9.50E-11	2.86E-11	2.14E-09	1.36E-10	3.83E-09	1.82E-10
44	-	-	-	-	3.35E-10	5.37E-11	1.11E-09	9.79E-11
48	-	-	-	-	8.73E-11	2.76E-11	-	-

表 6.4: 200MeV/u(運動量 High 側)における角度分布の数値データ

$\theta(\text{mrad})$	Al		Nb		Tb		Au	
	生成率	誤差	生成率	誤差	生成率	誤差	生成率	誤差
0	1.09E-08	1.95E-09	2.21E-05	1.56E-07	4.90E-06	3.84E-08	2.97E-06	2.17E-08
8	6.79E-09	8.18E-10	1.49E-05	7.05E-08	5.77E-06	4.50E-08	4.34E-06	2.67E-08
16	1.51E-09	2.13E-10	3.63E-06	3.34E-08	5.75E-06	4.45E-08	4.51E-06	2.64E-08
24	1.63E-10	4.36E-11	3.87E-07	3.91E-09	4.00E-06	3.15E-08	8.65E-07	6.06E-09
32	-	-	2.54E-08	7.03E-10	7.00E-08	1.08E-09	6.05E-08	8.58E-10
40	-	-	1.16E-09	1.28E-10	3.83E-09	2.17E-10	3.64E-09	1.94E-10
48	-	-	6.77E-11	3.03E-11	2.26E-10	4.20E-11	1.74E-10	3.19E-11

表 6.5: 290MeV/u における角度分布の数値データ

10-5 角度分布解析に用いた Fitting 用コード

ここでは 5-2 で用いた `dbl_integrateFitting.py` のプログラムコードについて紹介する。

```
import numpy as np    #ver:1.19.5
import pandas as pd  #ver:1.2.4
import csv
from scipy.optimize import curve_fit    #ver:1.6.2
import scipy.integrate as integrate    #ver:1.6.2
import matplotlib.pyplot as plt    #ver:3.3.4

#OutputFileDefinition
Save = "FitData.csv" #出力データの保存先
f=open(Save,'a',newline="", encoding='utf8', header=0)
w = csv.writer(f)
w.writerow(["A", "A_Err", "Mu", "Mu_Err", "Sigma", "Sigma_Err"])

#DataLoading
DataSet=pd.read_csv("InputData.csv")
Data=DataSet.iloc[:,[0,1,2]]#0:Angle,1:生成率,2:生成率誤差
Data=Data.set_axis(['Angle', 'ProdRate', 'Err'], axis=1)#列ラベル変更
Data=Data.dropna(how='any').dropna(how='all', axis=1)#欠損値を含む行の削除

#Numeric data definition
```

```

dTheata=6 #x 方向のスリット幅(この場合±6mrad)
dPhi=10 #y 方向のスリット幅(この場合±10mrad)
Angle=np.array(Data["Angle"])
ProdRate=np.array(Data["ProdRate"])
Err=np.array(Data["Err"])
x=np.arange(-60,61,1)
y=np.arange(-60,61,1)

#function definition
def func1(x,a,mu,sigma):
    return a*(np.exp(-((x**2)**(1/2)-mu)**2 / (2 * sigma**2))
              +np.exp(-((x**2)**(1/2)+mu)**2 / (2 * sigma**2)))

def func2(x,y,a,mu,sigma):
    return a*(np.exp(-((x**2+y**2)**(1/2)-mu)**2 / (2 * sigma**2))
              +np.exp(-((x**2+y**2)**(1/2)+mu)**2 / (2 * sigma**2)))

#Fitting
popt, pcov = curve_fit(func1, Angle,ProdRate,sigma=Err,method="trf"
                      ,bounds=(0,0,0],[ProdRate.max()*1.5,60,60]))
perr = np.sqrt(np.diag(pcov))
A,Mu,Sigma=popt
print("=====Only Fitting=====")
print("Para :A=% .2e Mu=% .2f Sigma=% .2f"%(popt[0],popt[1],popt[2]))
print("ParaErr :A=% .2e Mu=% .2e Sigma=% .2e"%(perr[0],perr[1],perr[2]))

#Integrate
Angle2=[]
ProdRate2=[]
Err2=[]
for k in range(-60,61,dTheata):
    if k<0:
        k=k+(dTheata/2)
    else:
        k=k
    ix,err=integrate.dblquad(

```

```

        lambda x,y,A,Mu,Sigma:func2(x,y,A,Mu,Sigma),k-(dTheata/2), k+(dTheata/2),
        lambda x:0-(dPhi/2),lambda x:0+(dPhi/2),args=(A,Mu,Sigma))
    Angle2.append(k)
    ProdRate2.append(ix)
    Err2.append(err)
Angle2=np.array(Angle2)
ProdRate2=np.array(ProdRate2)
Err2=np.array(Err2)

#Fitting(AfterIntegrate)
popt2, pcov2 = curve_fit(func1, Angle2,ProdRate2/(dTheata*dPhi),sigma=Err2,
        method="trf",bounds=([0,0,0],[ProdRate2.max()*1.5,60,60]))
perr2 = np.sqrt(np.diag(pcov2))
print("====DbIIntegrate + Fitting====")
print("Para2   :A=%.2e  Mu=%.2f  Sigma=%.2f"%(popt2[0],popt2[1],popt2[2]))
print("Para2Err:A=%.2e  Mu=%.2e  Sigma=%.2e"%(perr2[0],perr2[1],perr2[2]))

#After Integrate fitting infomation Output
w.writerow([popt2[0],perr2[0],popt2[1],perr2[1],popt2[2],perr2[2]])
f.close()

#PlotGlaph
plt.figure(figsize=(12, 8))
plt.xlim(-65,65)
plt.axvline(0, ls = ':', color = "black", lw=1)
plt.title("Angular distribution")
plt.xlabel("$\theta_x$ (mrad)")
plt.ylabel('ProdRate (Arbitrary unit)')
plt.errorbar(Angle, ProdRate, yerr = Err, capsize=13,color="k",
        fmt='s',capthick=4, markersize=13)
plt.plot(x,func1(x,*popt), color="k",lw=2,label="Fit Only")
plt.plot(x,func1(x,*popt2), color="r",lw=2,label="Fit+Integrate")
plt.legend()

```

dbl_integrateFitting.py と同じディレクトリ内に InputData.csv を用意する。InputData.csv は以下の図 18 のように 1 列目に角度、2 列目に生成率、3 列目に生成率誤差を入力する。フィッティング結果は "A","Mu","Sigma","A_Err","Mu_Err","Sigma_Err"の順で FitData.csv に出力される。

	A	B	C	D
1	θ (mrad)	生成率	誤差	
2	-42	7.34E-09	2.59E-10	
3	-38	2.16E-08	4.30E-10	
4	-34	5.65E-08	8.46E-10	
5	-30	1.61E-07	1.44E-09	
6	-26	3.30E-07	2.97E-09	
7	-22	5.69E-07	6.78E-09	
8	-18	7.30E-07	1.28E-08	
9	-14	7.32E-07	1.26E-08	
10	-10	6.35E-07	1.19E-08	
11	-6	5.23E-07	8.54E-09	
12	-2	4.29E-07	1.62E-08	
13	0	4.02E-07	1.49E-08	
14	4	4.70E-07	9.84E-09	
15	8	5.57E-07	1.08E-08	
16	12	6.56E-07	1.19E-08	
17	16	7.08E-07	7.46E-09	
18	20	6.07E-07	4.02E-09	
19	24	4.09E-07	3.23E-09	
20	28	2.21E-07	1.68E-09	
21	32	8.78E-08	1.07E-09	
22	36	3.58E-08	5.57E-10	
23	40	1.20E-08	3.21E-10	
24	44	3.45E-09	1.73E-10	
25				

図 18 : InputData.csv のフォーマット

10-6 運動量分布

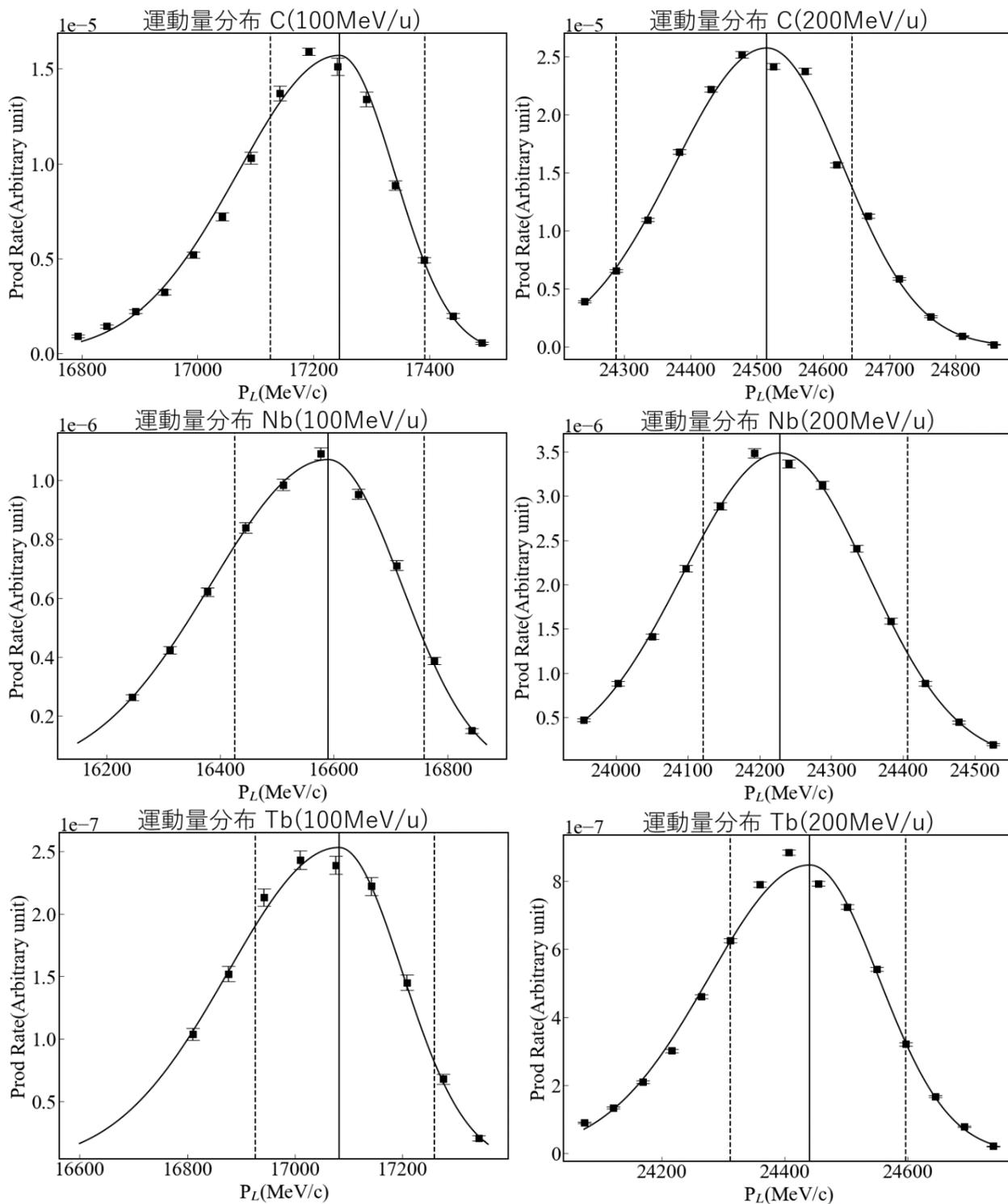


図 19:測定された運動量分布。縦の実線は分布の中心を、点線は角度分布を測定した箇所を示している。

10-7 角度分布

5章では200MeV/uでAu標的に照射した結果のみ示した。他の条件での角度分布およびフィッティング結果は以下の図20.1, 20.2のようになった。このとき得られた最適値は表7にまとめる。

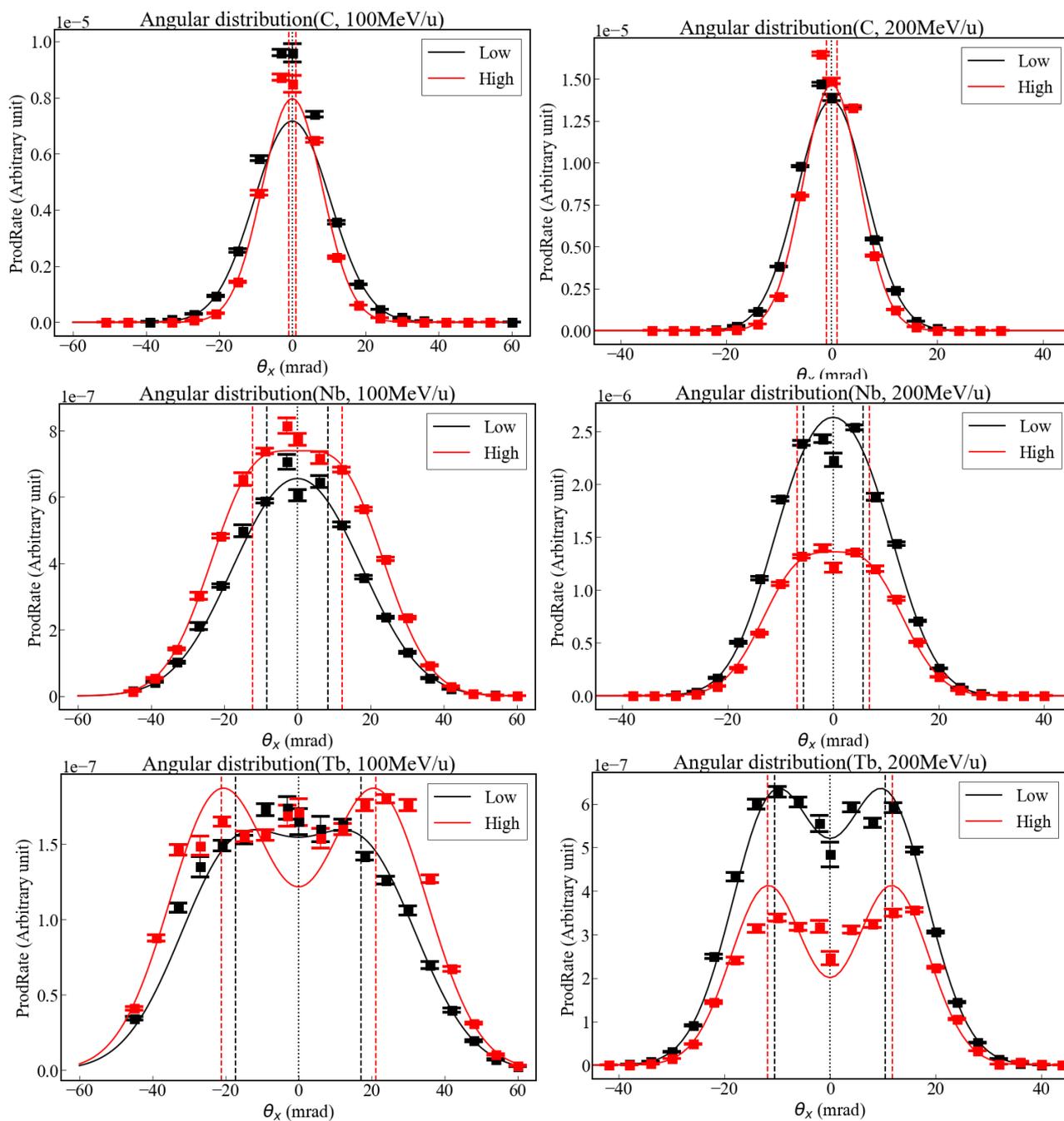


図 20.1: 100, 200MeV/u における C・Nb・Tb の角度分布。黒色が運動量 Low、赤色が運動量 High での結果。縦の点線はそれぞれの偏向角度 μ_θ を表している。

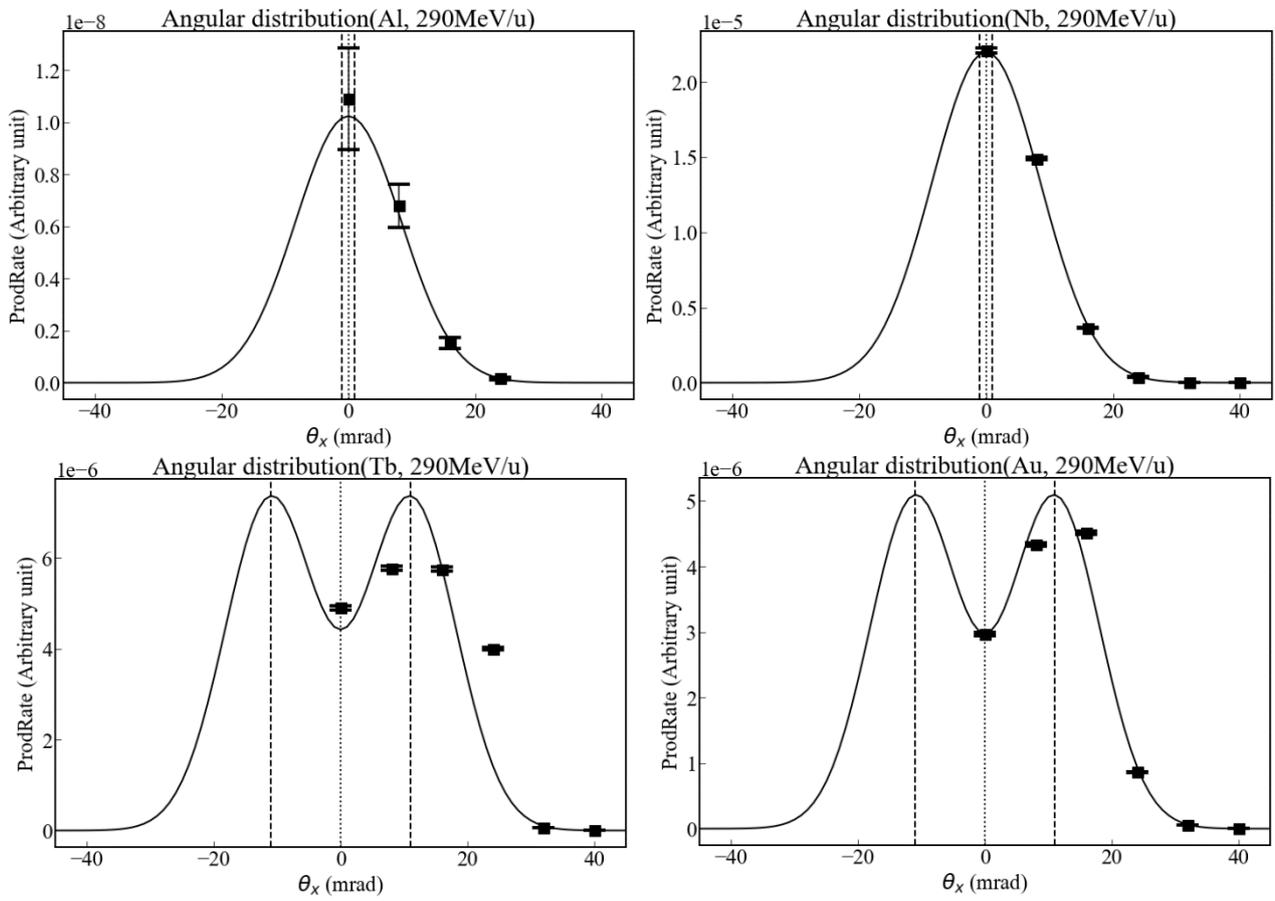


図 20.2: 290MeV/u における Al・Nb・Tb・Au の角度分布。

E(MeV/u)	Tag	Brho(%)	A	A_Err	Mu	Mu_Err	Sigma	Sigma_Err
100	C	102.8	3.60.E-06	2.48.E-12	1.02	8.86.E-05	10.35	8.11.E-06
100	C	104.4	4.02.E-06	2.04.E-11	1.02	2.56.E-04	8.11	2.66.E-05
100	Nb	98.6	3.91.E-07	1.77.E-12	8.40	1.12.E-04	14.19	3.83.E-05
100	Nb	100.6	6.13.E-07	2.79.E-11	12.25	5.91.E-04	12.18	2.00.E-04
100	Tb	101.6	1.43.E-07	2.67.E-12	17.18	2.76.E-04	15.46	1.59.E-04
100	Tb	103.6	1.85.E-07	1.85.E-11	21.10	1.01.E-03	14.15	6.40.E-04
200	C	102.6	6.97.E-06	4.53.E-10	1.03	7.63.E-04	6.39	8.18.E-05
200	C	103.8	7.49.E-06	2.81.E-09	1.05	1.86.E-03	5.25	1.89.E-04
200	Nb	101.6	1.75.E-06	1.74.E-09	5.67	5.32.E-03	7.52	8.17.E-04
200	Nb	102.8	1.10.E-06	1.97.E-09	6.81	8.31.E-03	6.98	1.23.E-03
200	Tb	102.4	6.13.E-07	5.70.E-10	10.49	5.67.E-03	8.01	1.10.E-03
200	Tb	103.6	4.11.E-07	1.05.E-09	11.78	1.19.E-02	7.01	2.12.E-03
200	Au	101	7.34.E-07	5.94.E-10	14.35	5.46.E-03	8.88	1.41.E-03
200	Au	102.2	2.27.E-07	2.72.E-10	15.23	7.26.E-03	8.52	1.87.E-03
290	Al	-	5.16.E-09	2.26.E-14	1.02	2.48.E-04	8.26	2.57.E-05
290	Nb	-	1.11.E-05	3.53.E-11	1.02	2.11.E-04	8.47	2.16.E-05
290	Tb	-	7.31.E-06	1.53.E-08	11.07	1.03.E-02	7.16	1.81.E-03
290	Au	-	5.06.E-06	1.14.E-08	11.06	1.09.E-02	7.07	1.88.E-03

表 7 : dbl_integrateFitting.py を用いて得た各変数の最適値

10-8 入射・標的核間ポテンシャルに基づく軌道計算用のコード

6-1 で用いた軌道計算コード `OrbitalDeflection.py` の Python コードは以下の通りである。計算には入射核・標的核の原子番号と質量数・入射エネルギー・入射核の運動量・光速で規格化した入射核の速さなどの情報が必要となる。核力の導出にあたって、T. Furumoto 氏らの研究で使用されたパラメーターファイルを `parameter_file.txt` として読み込む必要がある。結果の出力は `OutputFile.csv` に行われる。

```
#####  
#変数入力欄  
#DataFile (Input)  
InputFile="parameter_file.txt"  
#DataFile(Output)  
OutputFile="OutputFile.csv"  
#Target Infomation  
amtag=193  
ztag=79  
#Projectile Infomation  
ampro=40  
zpro=18  
#Beam energy.  
Ene=100#(MeV/u)#(30~400)  
beta=0.43    #光速で規格化した速さ  
Pp=17701.2  #P of projectile(MeV/c)  
#距離(fm)  
rmax=10000  #標的原子核の中心を 0 とした際の片側の距離 (20 の場合、-20~20 の範囲を  
計算)  
#ステップ幅  
dr=0.1#(fm)  
#####  
#ライブラリ・パッケージインポート  
import csv  
import pandas as pd  #ver:1.2.4  
import numpy as np   #ver:1.19.5  
import scipy.interpolate as scipil  #ver:1.6.2  
#-----  
tag_list=[12,16,28,40,58,90,120,208]
```

```

Ene_list=[30,40,50,60,70,80,100,120,140,160,180,200,250,300,350,400]
#パラメータリストの読み込みおよびデータ整形
df=pd.read_csv (InputFile,sep='¥t',header=None)#txt ファイル読み込み
df=df[0].str.split(pat='      ',expand=True)#DataFrame に変換
df=df.dropna(how='any')#None を含む行の削除
df=df[list(range(11))>#必要な 0~10 行目を取り出す
df=df.reset_index(drop=True)#インデックスのリセット
df=df.astype("float")#object=>float に変換
tmass_lst = np.ravel([[i]*16 for i in tag_list ])
df_tmass=pd.DataFrame(data={'tmass': tmass_lst})#tmass 列の生成
df=pd.concat([df_tmass, df],axis=1)#Ene 列を元のデータに結合
df=df.rename(columns={0: 'Ene'})
#spline 補完
#各標的で目標エネルギーでのパラメーター値の生成
for i in range(len(tag_list)):
    if Ene in Ene_list:
        break #Ene==Ene_list の数値の場合はスキップする
    Table1=df[df["tmass"]==tag_list[i]]
    add_para=[tag_list[i],Ene]
    for j in range(1,11,1):
        f_sci=scipil.CubicSpline(Table1["Ene"],Table1[j])
        add_para.append(float(f_sci(Ene)))
    df_spl1=pd.DataFrame(data={"":add_para},index=list(range(-1,11,1)))
    df_spl1=df_spl1.T.rename(columns={-1:"tmass",0:"Ene"})
    df=pd.concat([df, df_spl1])#各標的で欲しい E でのパラメーターを追加
#各標的での値から目標の標的でのパラメーター値の生成
Table2=df[df["Ene"]==Ene]
amp=[]
for j in range(1,11,1):
    f_sci=scipil.CubicSpline(Table2["tmass"]**(1/3),Table2[j])
    amp.append(float(f_sci(amtag**(1/3))))
#-----
#計算関数定義
#最近接距離 (fm)
def R(ampro,amtag):
    R_r=1.25*(float(ampro)**(1/3)+float(amtag)**(1/3))

```

```

    return R_r
#最近接距離 2(fm)
def Rint(Ap,At):
    Rp=1.28*Ap**(1/3)-0.76+0.8*Ap**(-1/3)
    Rt=1.28*At**(1/3)-0.76+0.8*At**(-1/3)
    Cp=Rp*(1-(1/Rp**2))
    Ct=Rt*(1-(1/Rt**2))
    return (Cp+Ct+4.49-(Cp+Ct)/6.35)
#核力計算(MeV/fm)
def F_Nucl(amp,R,ampro,amtag,Ene):
    F_Nuc=0
    for i in range(1,11,1):
        Gannma=0.45*((i+8)/18)*(ampro**(1/3)+amtag**(1/3)+1)
        F_Nuc=F_Nuc+(2*R/Gannma**2
                    *amp[i-1]*np.exp(-(R**2/Gannma**2)))
    return F_Nuc
#クーロン斥力計算(MeV/fm)
def F_Coul(Zpro,Ztag,R):
    fc0=1.4401
    return fc0*Zpro*Ztag/R**2
#-----
#偏向角度計算
am_ratio=amtag/(ampro+amtag)#反発係数
b=R(ampro,amtag)#最近接距離
nrmax=int(rmax/dr)
sinFcoul=0
sinFnucl=0
sinFsum=0
Delta_b=0
print("=====Amtag=",amtag,"=====")
print("Ene=",Ene,"MeV/u")
#print("r(fm) b(fm)")
for j in range(-nrmax,nrmax+1,1):
    r=j*dr#x 軸
    r1=(r**2+b**2)**(1/2)#原子核間の距離
    Nucl=F_Nucl(amp,r1,ampro,amtag,Ene)#核力計算

```

```

Coul=F_Coul(zpro,ztag,r1)#クーロン斥力計算
#print("{:.4f}".format(Coul),"{:.4f}".format(Nucl))
sinFcoul=sinFcoul+Coul*b/r1
sinFnucl=sinFnucl+Nucl*b/r1
sinFsum=sinFcoul+sinFnucl
db=(sinFsum*1.783*10**30)/(ampro*1.66*10**27)*(dr/beta)**2*am_ratio
Delta_b=Delta_b+db
b=b+db

#print("{:.2f}".format(r),"{:.5f}".format(b),"{:.1f}".format(sinFsum))
q_coul=sinFcoul*dr/beta*am_ratio/Pp*1000
q_nucl=sinFnucl*dr/beta*am_ratio/Pp*1000
q_sum=sinFsum*dr/beta*am_ratio/Pp*1000
#print("=====")
print("Deflection:" ,"{:.3f}".format(q_sum),"mrad")
print("delta_b(sum):" ,"{:.3f}".format(Delta_b),"fm")
#-----
f=open(OutputFile,'a',newline="", encoding='utf8')
w = csv.writer(f)
w.writerow(["E=",Ene,"MeV/u"])
w.writerow(["Projectile",ampro,zpro])
w.writerow(["Target",amtag,ztag])
w.writerow(["Beta",beta])
w.writerow(["Pp",Pp,"MeV/c"])
w.writerow(["rmax=",rmax,"fm"])
w.writerow(["dr",dr,"fm"])
w.writerow(["db","{:.3f}".format(Delta_b),"fm"])
w.writerow(["Deflection","{:.3f}".format(q_sum),"mrad"])
f.close()

```