

2022（令和4）年度 修士学位論文

ジェット騒音の予測に向けた自由分子型
格子ボルツマン法による流体計算コードの開発

Development of Computational Fluid Dynamics Code
for Jet Noise Prediction using Free-Molecular-Type
Lattice Boltzmann Method

2023 年 3 月 3 日

高知工科大学大学院 工学研究科基盤工学専攻
航空宇宙工学コース

1255040 濱崎 大輝

指導教員 荻野 要介，野崎 理

目次

第 1 章 緒論	1
1.1 研究背景	1
1.1.1 航空機騒音への規制	1
1.1.2 航空機の騒音源とジェット騒音	2
1.1.3 数値流体力学による流体騒音の予測	3
1.2 格子ボルツマン法	4
1.3 研究目的	6
第 2 章 数値計算法	7
2.1 無次元数の定義	7
2.2 速度空間の離散化	7
2.2.1 2次元9速度モデル	7
2.2.2 3次元37速度モデル	8
2.3 基礎方程式および Chapman-Enskog 型平衡分布関数	10
2.3.1 2次元9速度モデル	11
2.3.2 3次元37速度モデル	11
2.4 座標変換	13
2.5 計算手順	14
2.6 計算機性能	16
第 3 章 2次元円柱まわりの音響計算	17
3.1 はじめに	17
3.2 境界条件	17
3.3 計算条件	18
3.4 計算結果・考察	20
3.5 まとめ	26
第 4 章 自由噴流の流体・音響計算	27
4.1 Large-Eddy Simulation(LES)の適用	27
4.2 境界条件	29

4.3 等温四角形ノズルの計算	31
4.3.1 計算対象.....	31
4.3.2 計算条件.....	32
4.3.3 計算結果・考察.....	33
4.4 等温円形ノズルの計算	41
4.4.1 計算対象.....	41
4.4.2 計算条件.....	42
4.4.3 計算結果・考察.....	43
4.5 非等温円形ノズルの計算	51
4.5.1 計算対象.....	51
4.5.2 計算条件.....	52
4.5.3 計算結果・考察.....	53
4.6 まとめ	61
第5章 結論	62
付録.....	63
模型用ジェットエンジンへの適用	63
参考文献.....	66
謝辞.....	70

第1章 緒論

本論文はジェット騒音の予測に向けた流体計算コードの開発を目的とした研究である。本章では本研究の背景や目的等について概説する。

1.1 研究背景

はじめに、本研究を開始するに至った背景について示す。

1.1.1 航空機騒音への規制

2020 年以来、世界経済は COVID-19 によって大きな損害を被り、各国は水際対策として航空輸送をはじめとした人の移動を強く制限した。その結果、航空旅客輸送需要と航空機材需要は大幅に減少し、エアラインもメーカーも苦しい対応を余儀なくされた。2021 年にはワクチンが実用化され、世界中の人々が接種するようになり、2022 年には治療薬の普及も視野に入ることによって航空旅客需要は COVID-19 以前の水準に徐々に回復しつつある⁽¹⁾。また、国際航空運送協会（International Air Transport Association : IATA）は 2024 年に 2019 年と同程度の航空旅客需要になると予測している⁽²⁾。

近年の航空需要は COVID-19 等による一時的な減少はあるものの、数年のうちに長期的な成長予測の曲線に収束するように回復しており、これからの長期的な予測として、2040 年には 2019 年の 2 倍程度の航空需要の増加が見込まれている⁽¹⁾。このような航空需要の増加に対して、国際民間航空機関（International Civil Aviation Organization : ICAO）は航空機が発生させる騒音に規制を設けている⁽³⁾。図 1.1 は ICAO が定めた騒音規制値の変遷⁽⁴⁾を表している。図 1.1 からわかるように航空機の騒音規制値は年々強化されており、航空機の更なる低騒音化が求められている。

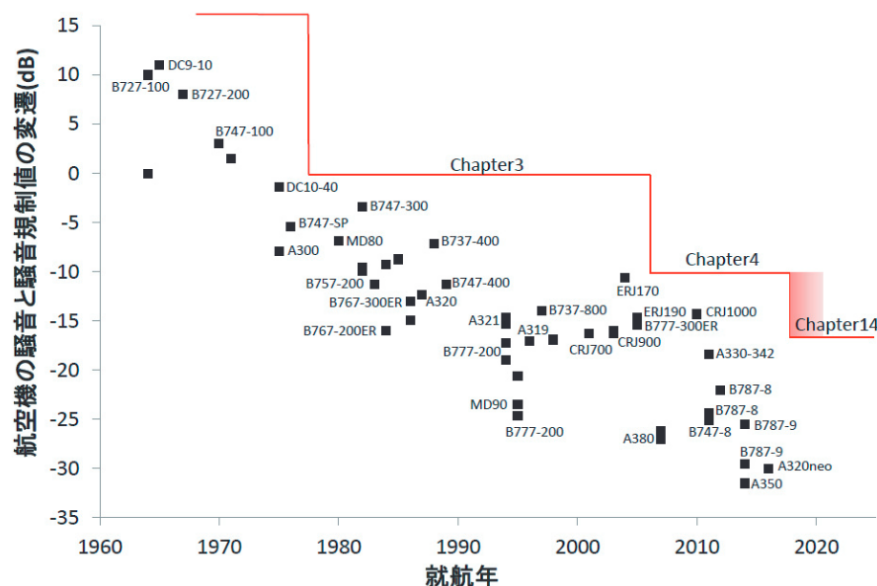


図 1.1 亜音速ジェット機の騒音レベルと ICAO 騒音規制値の変遷⁽⁴⁾

1.1.2 航空機の騒音源とジェット騒音

航空機騒音は機体騒音とエンジン騒音に大別され、機体騒音はフラップ、スラット等の高揚力装置や脚部から発生する風切り音を主な騒音源としている。一方でエンジン騒音はジェットエンジンが騒音源となる騒音であり、主に離陸時に支配的な騒音である。エンジン騒音は環状翼列まわりの流れに関連して発生するファン騒音やタービン騒音などのターボ機械騒音と、排気ジェットから発生するジェット騒音の2つに分類される。図 1.2 は着陸時と離陸時の亜音速ジェット機における各騒音源の割合を示しており、ジェット騒音は離陸時において特に大きな割合を占める騒音であるため、より一層の低騒音化が求められている。

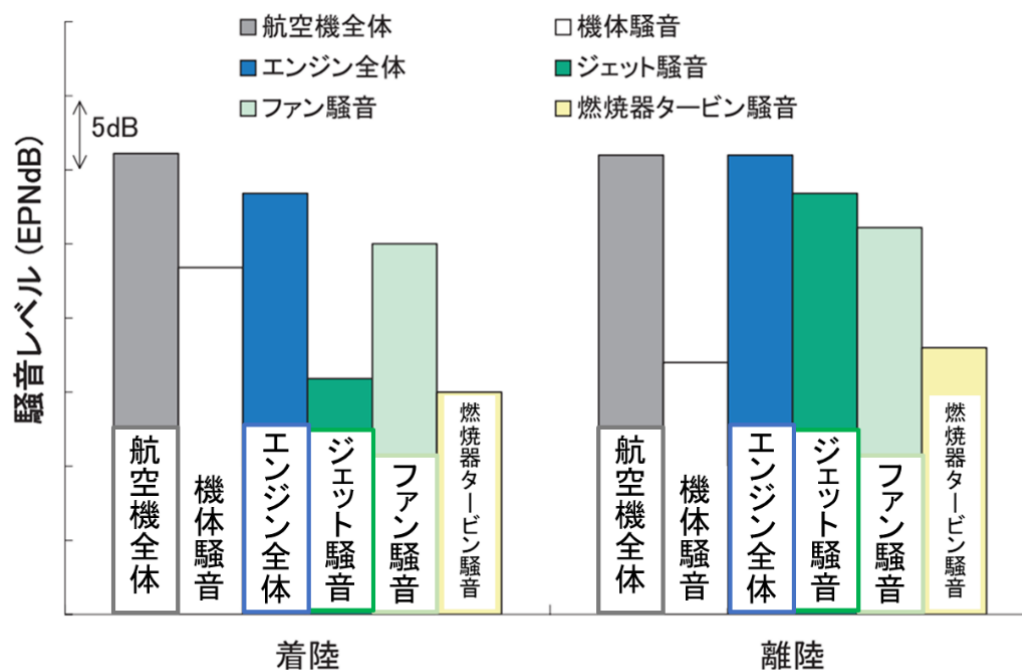


図 1.2 亜音速ジェット機における各騒音源成分の定量的な割合⁽⁴⁾

亜音速ジェットによるジェット騒音は乱流混合による騒音であり、騒音源となる乱流は高速の排気ジェットと周辺の静止流体との速度差で強いせん断が生じ、発生する⁽⁵⁾。ノズルから噴き出した直後のジェットの中心部にはポテンシャルコアと呼ばれる乱れの少ない領域が存在し、この領域はノズル出口からノズル内径 D の約 4 倍 ($4D$) で消滅する。この間の領域は混合領域と呼ばれ、小さな渦が発生することにより高周波騒音が発生する。ノズルから $8D$ 程度離れた下流の領域は自己相似な速度分布をもつ乱流領域が存在し、大きな渦が発生することにより低周波騒音が発生する。混合領域から十分に発達した乱流領域に至るまでの $4D$ から $8D$ 程度の間は遷移領域と呼ばれ、ジェット騒音の大半は混合領域と遷移領域の間で発生する。ジェット騒音はジェット速度 V_j に対して以下の式で表される周波

数 f_p にピークを持ち、指向性に関してはジェット軸に対して方位角 30deg 付近でピークを持つことが知られている⁽⁵⁾.

$$f_p = \frac{0.2V_j}{D} \quad (1.1)$$

ジェット騒音は排気ジェットの流速の 6 ~ 8 乗に比例する非常に大きな音響エネルギーであることが 1950 年代に Lighthill の理論的考察によって明らかにされた⁽⁶⁾. そのため、ジェット騒音の低減対策としてジェット速度を下げる取り組みがなされており、ジェットエンジンの高バイパス比化が行われてきた. 近年では更なる騒音規制の強化に対応するため、ノズル形状の変更による騒音低減対策がなされており、Boeing 787 や Boeing 747-8, Embraer E-Jet にはシェブロンノズル⁽⁷⁾⁻⁽⁹⁾と呼ばれるノズルが採用されている. このノズルは図 1.3 のようにノズル出口を鋸のような三角形状の切れ込みを入れることで縦渦を励起させ、周囲空気の混合を促進させる. この混合によってジェットの下流ではせん断が弱まり、低周波数のピーク騒音を低減させることでジェット騒音低減をもたらしている^{(5),(8)}.



図 1.3 シェブロンノズル⁽¹⁰⁾

1.1.3 数値流体力学による流体騒音の予測

ジェット騒音をはじめとした流体騒音は非定常な流体運動によって生じた渦が微小な圧力変動を引き起こすことで生じる. 流体騒音に関する研究は微小な圧力変動に注目するため、無響室や無響風洞を用いた実験^{(7),(11),(12)}や、任意空間の流れの諸量を把握することのできる数値流体力学 (Computational Fluid Dynamics : CFD) によって進められている⁽¹³⁾⁻⁽¹⁵⁾. 特に数値計算による流体騒音の研究は空力音響学 (Computational Aeroacoustics : CAA) と呼ばれる⁽¹⁶⁾. また、Boeing 787 や Boeing 777 は無響風洞や CFD を用いて機体が開発されたと言われている^{(12),(17)}.

CFD による流体騒音の予測において、圧縮性 Navier-Stokes 方程式 (N-S 方程式) を流れ場や音源に対してモデル化を用いずに解く直接計算法 (Direct Numerical Simulation : DNS)

は、流体騒音を精度良く予測することができる。一方で、DNS では非定常かつ細かな渦を解像するため、格子幅や時間刻み幅を非常に細かくする必要があり、莫大な計算コストになってしまう。そこで、CAA では音の発生と伝播を分離して解く分離解法が広く用いられている。分離解法は、流れ場計算をレイノルズ平均 N-S 方程式 (Reynolds Averaged Navier – Stokes Equation : RANS) を用いて行い、流れ場の乱流エネルギーから流体騒音の音源の生成を行う。そして、音の伝播を線形オイラー方程式 (Linearized Euler Equation : LEE) 等を用いて解くことで流体騒音の予測を行う^{(18), (19)}。分離解法は DNS と比較して演算量と使用メモリの大幅な削減に成功しているものの、流れ場計算と音の生成・伝播にそれぞれモデル化を施しているため、その妥当性や正確さに検討が必要である。また、LEE の音の伝播計算では時間刻み幅の制約が厳しく、計算時間が長大になってしまう⁽²⁰⁾。そのため、航空機開発に資する流体騒音の予測ツールとするには更なる計算時間の短縮が求められる。

本研究では格子ボルツマン法 (Lattice Boltzmann Method : LBM) に着目し、従来手法と比較して短時間で流体騒音の予測を可能とする流体計算コードの開発を行う。次節では LBM の特徴について述べる。

1.2 格子ボルツマン法

LBM は、1988 年に McNamara と Zanetti によって提案され⁽²¹⁾、単一緩和時間モデルの登場⁽²²⁾により CFD 分野の 1 つとして急速に普及し、混相流や複雑流路内の流れなど様々な場面で用いられるようになった計算手法である⁽²³⁾。LBM は流体を有限個の速度をもつ多数の仮想粒子集団で近似し、各粒子集団の並進・衝突を速度分布関数を用いて逐次計算し、速度分布関数から密度や速度などの巨視的流れ場を求める。LBM は以下の式で表される速度分布関数の時間発展方程式を解く。

$$\frac{\partial f_m(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + c_{im} \frac{\partial f_m(\mathbf{x}, t)}{\partial x_i} = \Omega[f_m(\mathbf{x}, t)] \quad (1.2)$$

ここで、添え字 i, m は直交座標と各離散粒子の番号をそれぞれ表す。 f_m は離散粒子の速度分布関数、 \mathbf{x}, t はそれぞれ空間と時間、 c_{im} は離散粒子速度、 Ω は各離散粒子に対応した衝突項である。また、式 (1.2) は分子気体力学の支配方程式である Boltzmann 方程式の速度空間を有限個に離散近似することで得られる。

LBM の利点は、N-S 方程式のように質量保存式・運動量保存式・エネルギー保存式をそれぞれ連立して解く必要がなく、粒子の速度分布関数のみの計算で各物理量が求まるため計算アルゴリズムがシンプルであり、並列計算に適している⁽²⁴⁾点が挙げられる。また、これまでの研究で音響計算と非常に相性が良く^{(20), (25), (26)}、LEE と比較して計算時間が大幅に短縮できることがわかっている⁽²⁰⁾。欠点は、速度空間を離散化した数だけ速度分布関数を用いる必要があり、通常の流体計算コードと比べ、使用メモリ量が増加してしまう点である。

LBM は衝突項のモデル化によって様々な種類がある．例えば，最も多く用いられている BGK (Bhatnagar-Gross-Krook) モデル⁽²⁷⁾ は以下の式に示すように格子ボルツマン方程式の衝突項を平衡状態への緩和過程として置き換えたモデルである．

$$\frac{\partial f_m(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + c_{im} \frac{\partial f_m(\mathbf{x}, t)}{\partial x_i} = -\frac{1}{\tau} (f_m(\mathbf{x}, t) - f_m^{eq}(\mathbf{x}, t)) \quad (1.3)$$

ここで， τ は単一緩和時間係数， f_m^{eq} は各離散粒子の局所平衡分布関数である．例えば，2次元で速度の離散化を9方向に近似した2次元9速度モデル（D2Q9 モデル）に対する局所平衡分布関数 f_m^{eq} は Maxwell-Boltzmann 分布を Taylor 展開して得た次式で評価する⁽²⁸⁾．

$$f_m^{eq} = E_m \rho \left[1 + \frac{3\mathbf{c}_m \cdot \mathbf{u}}{c^2} + \frac{9(\mathbf{c}_m \cdot \mathbf{u})^2}{2c^4} - \frac{3\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}}{2c^2} \right] \quad (1.4)$$

E_m は各離散粒子の局所平衡分布関数に対する重み係数， \mathbf{u} は流れ場の流速， c は代表離散速度である．BGK モデルから Chapman-Enskog 展開⁽²²⁾により N-S 方程式を導出すると⁽²⁸⁾，単一緩和時間係数 τ は動粘性係数 ν に相当し，次式となる．とレイノルズ数は以下の関係になる．

$$\nu = \frac{c^2 \Delta t}{3} \left(\tau - \frac{1}{2} \right) \quad (1.5)$$

また，レイノルズ数は

$$Re = \frac{3LU}{c^2 \Delta t \left(\tau - \frac{1}{2} \right)} \quad (1.6)$$

となる．ここで， Δt は時間刻み幅， L は代表長さ， U は代表速度であり，数値的安定条件は

$$\tau > \frac{1}{2}, \quad U < 0.42 \quad (1.7)$$

を満たす必要があると実証された⁽²⁸⁾．したがって，BGK モデルを用いた高レイノルズ数流れの計算は，時間刻み幅を非常に小さくする必要があり，LBM の計算時間を大幅に短縮できる点を活かせなくなる．そのため，高レイノルズ数流れの計算安定性を向上させた多緩和時間モデル（Multiple-Relaxation-Time : MRT モデル）⁽³⁰⁾や Galilei 不変性を満足することで $Re = 1.4 \times 10^6$ における乱流計算において乱流エネルギーと波数とがコルモゴロフのマイナス3分の5乗則に従うことを示した Cascade モデル⁽³¹⁾等の研究が行われている．

本研究では高レイノルズ数流れの計算を行うために曽根により提案⁽³²⁾され，片岡や花田らによって開発された^{(33), (34)}自由分子型格子ボルツマン法（Free-Molecular-Type Lattice Boltzmann Method : FMT-LBM）に着目した．FMT-LBM は式 (1.2) の右辺にある衝突項を0とし，粘性項や温度拡散項を含んだ Chapman-Enskog 型平衡分布関数と呼ばれる関数を用いることで N-S 方程式を満たすモデルである．また，粘性係数 μ ，体積粘性係数 μ_β ，および熱伝導率 λ の3つの流体力学的パラメータを自由に決定できる定義を有しており，高レイノルズ数流れにおいても時間刻み幅が衝突項のモデル化によって制限されることがな

い. BGK モデルでは計算が困難であった超音速流れにおいて, 理論値および実験値と良く一致したとの報告もされている⁽³⁵⁾.

1.3 研究目的

FMT-LBM を用いて自由噴流によって生じる流体騒音を予測することが可能になれば, 従来手法よりも短期間でジェット騒音低減に向けたノズル形状の提案を行うことができる. そこで本研究ではジェット騒音の予測に向けた FMT-LBM による流体計算コードの開発を目的とする.

第2章 数値計算法

本章では数値計算法と題して無次元数の定義や速度空間の離散化, FMT-LBM の基礎方程式などについて示す.

2.1 無次元数の定義

本研究では無次元方程式を用いて数値計算を行うため, 片岡や花田ら^{(33),(36)}の文献を参考にして以下のように無次元数を定義する. L_0 は基準長さ, ρ_0 は基準密度, T_0 は基準温度, γ は比熱比, c_{s0} は基準音速 ($=\sqrt{\gamma R_0 T_0}$) であり, R_0 は気体定数である. また, エネルギー保存式を考慮しない2次元圧縮性 N-S 方程式に対応する2次元9速度モデル (D2Q9 モデル) とエネルギー保存式を考慮する3次元圧縮性 N-S 方程式に対応する3次元37速度モデル (D3Q37 モデル) とで圧力の無次元化の定義が異なる.

$$\begin{aligned} t^* &= \frac{c_{s0}}{L_0} t, & x^* &= \frac{x_i}{L_0}, & c_{im}^* &= \frac{c_{im}}{c_{s0}}, & \eta_m^* &= \frac{\eta_m}{c_{s0}}, & f_m^c &= \frac{f_m^c}{\rho_0}, \\ \rho^* &= \frac{\rho}{\rho_0}, & u_i^* &= \frac{u_i}{c_{s0}}, & p^* &= \frac{p}{\rho_0 c_{s0}^2} \text{ (D2Q9 model)}, & p^* &= \frac{p}{\rho_0 R_0 T_0} \text{ (D3Q37 model)}, \\ T^* &= \frac{T}{T_0}, & c_s^* &= \frac{c_{s0}}{c_{s0}}, & R^* &= \frac{R_0}{R_0}, & \gamma &= 1 \text{ (D2Q9 model)}, & \gamma &= \frac{b+2}{b} \text{ (D3Q37 model)} \end{aligned} \quad (2.1)$$

ここで, 添え字 i, m は直交座標と各離散粒子の番号をそれぞれ表す. t, x_i はそれぞれ時間と空間, c_{im} は離散粒子速度, η_m は仮想内部エネルギー⁽³³⁾, f_m^c は粘性項や温度拡散項を含んだ Chapman-Enskog 型平衡分布関数である. γ は比熱比であり, b は自由度である. 本研究では空気を対象としたため, $\gamma = 1.4$, $b = 5$ とした. これより以降の本文では特に記述が無い限り無次元数はアスタリスク (*) を省略して示す.

2.2 速度空間の離散化

LBM は計算する N-S 方程式の次元やエネルギー保存式を考慮するかによって速度分布関数の離散点が異なる. 本節では D2Q9 モデルと D3Q37 モデルの速度空間の離散化について示す.

2.2.1 2次元9速度モデル

D2Q9 モデルの離散粒子速度を花田⁽³⁶⁾の文献同様に表 2.1 に示す値で定義し, 図 2.1 のように速度空間を離散化する.

表 2.1 D2Q9 モデルの離散粒子速度

m	Velocity vector (c_x, c_y)	$ c $
0	$(0, 0)$	0
1 - 4	$(\sqrt{3}, 0), (0, \sqrt{3}), (-\sqrt{3}, 0), (0, -\sqrt{3})$	$\sqrt{3}$
5 - 8	$(\sqrt{3}, \sqrt{3}), (-\sqrt{3}, \sqrt{3}),$ $(-\sqrt{3}, -\sqrt{3}), (\sqrt{3}, -\sqrt{3})$	$\sqrt{6}$

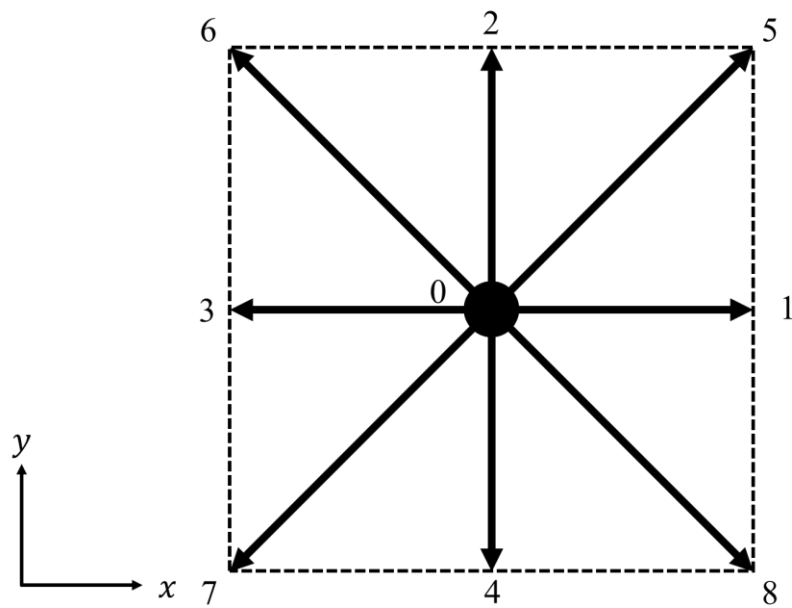


図 2.1 D2Q9 モデル

図 2.1 のベクトルは離散粒子の速度ベクトルを表しており、ベクトルの番号は表 2.1 に示した $m = 0 \sim 8$ における離散粒子速度に対応している。

2.2.2 3次元37速度モデル

D3Q37 モデルの離散粒子速度は片岡や花田ら^{(33),(36)}の文献と同様に次式 (2.2) で定義し、図 2.2 のように速度空間を離散化する。

$$(c_{xm}, c_{ym}, c_{zm}) = \begin{cases} (0, 0, 0) & (m = 0) \\ \text{xy plane :} \\ \left(\pm v_1 \frac{\sqrt{\phi}}{5^{\frac{1}{4}}}, \pm v_1 \frac{1}{5^{\frac{1}{4}}\sqrt{\phi}}, 0 \right) & (m = 1 \sim 4) \\ \left(\pm v_2 \frac{\sqrt{\phi}}{5^{\frac{1}{4}}}, \pm v_2 \frac{1}{5^{\frac{1}{4}}\sqrt{\phi}}, 0 \right) & (m = 5 \sim 8) \\ \left(\pm v_3 \frac{\sqrt{\phi}}{5^{\frac{1}{4}}}, \pm v_3 \frac{1}{5^{\frac{1}{4}}\sqrt{\phi}}, 0 \right) & (m = 9 \sim 12) \\ \text{yz plane :} \\ \left(0, \pm v_1 \frac{\sqrt{\phi}}{5^{\frac{1}{4}}}, \pm v_1 \frac{1}{5^{\frac{1}{4}}\sqrt{\phi}} \right) & (m = 13 \sim 16) \\ \left(0, \pm v_2 \frac{\sqrt{\phi}}{5^{\frac{1}{4}}}, \pm v_2 \frac{1}{5^{\frac{1}{4}}\sqrt{\phi}} \right) & (m = 17 \sim 20) \\ \left(0, \pm v_3 \frac{\sqrt{\phi}}{5^{\frac{1}{4}}}, \pm v_3 \frac{1}{5^{\frac{1}{4}}\sqrt{\phi}} \right) & (m = 21 \sim 24) \\ \text{zx plane :} \\ \left(\pm v_1 \frac{1}{5^{\frac{1}{4}}\sqrt{\phi}}, 0, \pm v_1 \frac{\sqrt{\phi}}{5^{\frac{1}{4}}} \right) & (m = 25 \sim 28) \\ \left(\pm v_2 \frac{1}{5^{\frac{1}{4}}\sqrt{\phi}}, 0, \pm v_2 \frac{\sqrt{\phi}}{5^{\frac{1}{4}}} \right) & (m = 29 \sim 32) \\ \left(\pm v_3 \frac{1}{5^{\frac{1}{4}}\sqrt{\phi}}, 0, \pm v_3 \frac{\sqrt{\phi}}{5^{\frac{1}{4}}} \right) & (m = 32 \sim 36) \end{cases} \quad (2.2)$$

表 2.2 D3Q37 モデルの任意の正の実数

m	Positive constants
0	0
1 – 4 13 – 16 25 – 28	$v_1 = \sqrt{2}$
5 – 8 17 – 20 29 – 32	$v_2 = 2\sqrt{2}$
9 – 12 21 – 24 32 – 36	$v_3 = 3\sqrt{2}$

ここで, v_1, v_2, v_3 は任意の正の実数であり流体力学的パラメータとの関連はなく, 計算の安定化のために導入した調整パラメータである⁽³⁶⁾. 本研究では, 文献⁽³⁶⁾の値を参考に v_1, v_2, v_3 を表 2.2 に示す値とした. また, ϕ は

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad (2.3)$$

である. 図 2.2 のベクトルは離散粒子の速度ベクトルを表している.

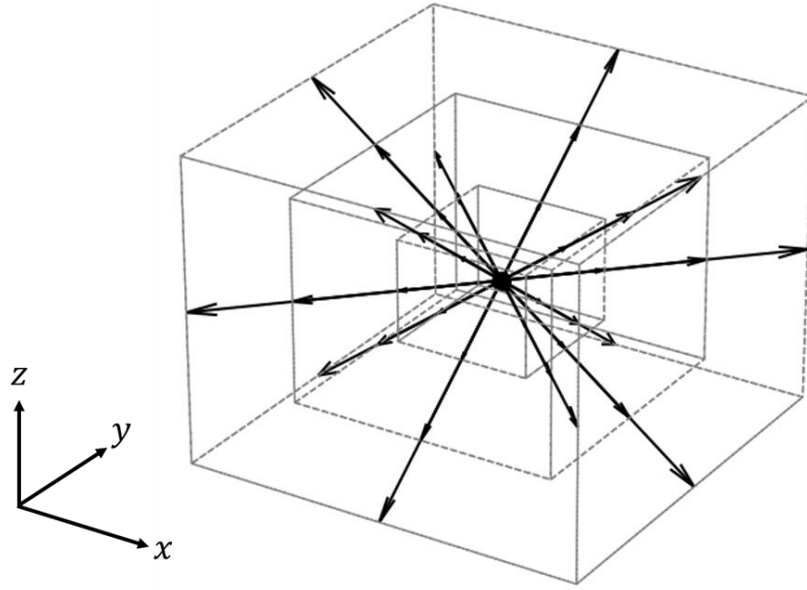


図 2.2 D3Q37 モデル

2.3 基礎方程式および Chapman-Enskog 型平衡分布関数

FMT-LBM は曽根により提案され⁽³²⁾, 片岡や花田らによって開発された^{(33),(34)}以下の式を基礎方程式とする.

$$\frac{\partial f_m^c(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + c_{im} \frac{\partial f_m^c(\mathbf{x}, t)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.4)$$

ここで, 添え字 i, m は直交座標と各離散粒子の番号をそれぞれ表す. f_m^c は粘性項や温度拡散項を含んだ Chapman-Enskog 型平衡分布関数, x_i, t はそれぞれ空間と時間, c_{im} は離散粒子速度である. 本節では, D2Q9 モデルと D3Q37 モデルの Chapman-Enskog 型平衡分布関数について示す.

2.3.1 2次元9速度モデル

はじめに FMT-LBM の D2Q9 モデルで解くエネルギー保存式を考慮しない2次元圧縮性 N-S 方程式を示す.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right] \quad (2.6)$$

i, j, k は空間の指標で総和規約に従う. δ_{ij} はクロネッカーのデルタである.

式 (2.5), (2.6) を満たす Chapman-Enskog 型平衡分布関数 f_m^c は

$$f_m^c = E_m \rho \left[1 + c_{im} u_i + \frac{1}{2} (u_i u_j + \tau_{ij}) c_{im} c_{jm} - \frac{1}{2} u_k^2 + \frac{1}{2} \tau_{ij} \delta_{ij} \right] \quad (2.7)$$

$$E_0 = \frac{4}{9}, \quad E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = \frac{1}{9}, \quad E_5 = E_6 = E_7 = E_8 = \frac{1}{36}$$

となる. ここで, τ_{ij} は粘性応力であり, 以下の式で表される.

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (2.8)$$

μ は粘性係数である. Chapman-Enskog 型平衡分布関数と密度などのマクロ量との関係は

$$\sum_{m=0}^8 f_m^c = \rho \quad (2.9)$$

$$\sum_{m=0}^8 f_m^c c_{im} = \rho u_i \quad (2.10)$$

$$\sum_{m=0}^8 f_m^c c_{im} c_{jm} = \rho u_i u_j + p \delta_{ij} - \tau_{ij} \quad (2.11)$$

となる. ここで, 圧力と密度の関係は

$$p = \rho c_s^2 \quad (2.12)$$

である.

2.3.2 3次元37速度モデル

はじめに FMT-LBM の D3Q37 モデルで解くエネルギー保存式を考慮する3次元圧縮性 N-S 方程式を示す.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial P_{ij}}{\partial x_i} \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(e + \frac{1}{2} u_j^2 \right) \right] + \frac{\partial \Pi_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.15)$$

ここで, P_{ij} は応力テンソル, Π_i はエネルギー流束であり, 以下の式で表される.

$$P_{ij} = p\delta_{ij} - \tau_{ij} - \mu_\beta \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (2.16)$$

$$\Pi_i = \rho \left(e + \frac{1}{2} u_j^2 \right) u_i + P_{ij} u_j - \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (2.17)$$

ここで, μ_β, λ はそれぞれ体積粘性係数と熱伝導率である. 非等温流れ場の場合, 粘性係数 μ と熱伝導率 λ は流れ場の温度によって変化するため, 粘性係数 $\mu(T)$ は以下に示すサザーランドの式⁽³⁷⁾から求めた.

$$\frac{\mu(T)}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{T_0 + S}{T + S} \quad (2.18)$$

ここで, μ_0 は基準粘性係数, T_0 は基準温度, $S(= 110.4 \text{ [K]})$ はサザーランド定数である. プラントル数を一定とすると, 粘性係数 μ と熱伝導係数 λ は等しくなるため,

$$\lambda(T) = \mu(T) \quad (2.19)$$

とした.

式 (2.13) ~ (2.19) を満たす Chapman-Enskog 型平衡分布関数 f_m^c は

$$f_m^c(\rho, u_i, T) = \begin{cases} \frac{\rho b R T - P_{ii}}{\eta_0^2} & (m = 0) \\ \frac{-v_2^2 - v_3^2}{v_1^2(v_1^2 - v_2^2)(v_1^2 - v_3^2)} F_m(\rho, u_i, T) & (m = 1 \sim 4, \quad 13 \sim 16, \quad 25 \sim 28) \\ \frac{-v_3^2 - v_1^2}{v_2^2(v_2^2 - v_3^2)(v_2^2 - v_1^2)} F_m(\rho, u_i, T) & (m = 5 \sim 8, \quad 17 \sim 20, \quad 29 \sim 32) \\ \frac{-v_1^2 - v_2^2}{v_3^2(v_3^2 - v_1^2)(v_3^2 - v_2^2)} F_m(\rho, u_i, T) & (m = 9 \sim 12, \quad 21 \sim 24, \quad 33 \sim 36) \end{cases} \quad (2.20)$$

で表される. ここで, b は自由度であり, 空気の場合は $b = 5$ である. また, 仮想内部エネルギーである η_0 は $\eta_0 \geq 1$ で計算が安定したとの報告⁽³⁶⁾があったため, $\eta_0 = 1$ とした.

F_m は

$$F_m(\rho, u_i, T) = \frac{1}{D+1} \left\{ \rho u_i c_{im} c_{jm}^2 + \frac{1}{D} \left(\rho - \frac{\rho b R T - P_{jj}}{\eta_0^2} \right) c_{im}^2 c_{jm}^2 + 2 \Pi_i c_{im} \right. \\ \left. + \left[\frac{D+2}{2} (\rho u_i u_j + P_{ij}) - \frac{\rho u_k^2 + P_{kk}}{2} \delta_{ij} \right] c_{im} c_{jm} \right\} \quad (2.21)$$

である. D は次元を表し, D3Q37 モデルでは $D = 3$ である. 比熱比 γ は

$$\gamma = \frac{b+2}{b} \quad (2.22)$$

である.

次に, Chapman-Enskog 型平衡分布関数と密度などのマクロ量との関係は

$$\sum_{m=0}^{36} f_m^c = \rho \quad (2.23)$$

$$\sum_{m=0}^{36} f_m^c c_{im} = \rho u_i \quad (2.24)$$

$$\sum_{m=0}^{36} f_m^c \left(\frac{c_{im}^2 + \eta_m^2}{2} \right) = \rho \left(e + \frac{1}{2} u_i^2 \right) \quad (2.25)$$

$$\sum_{m=0}^{36} f_m^c c_{im} c_{jm} = \rho u_{im} u_{jm} + P_{ij} \quad (2.26)$$

$$\sum_{m=0}^{36} f_m^c \left(\frac{c_{im}^2 + \eta_m^2}{2} \right) c_{im} = \Pi_i \quad (2.27)$$

であり，圧力と密度の関係は状態方程式より

$$p = \rho RT \quad (2.28)$$

である．また，仮想内部エネルギー η_m は

$$\eta_m = \begin{cases} \eta_0 & (m = 0) \\ 0 & (m \neq 0) \end{cases} \quad (2.29)$$

である．

FMT-LBM は基礎方程式である式 (2.4) の計算において差分法を用いる．本研究では，花田⁽³⁶⁾と同様に，時間積分には修正オイラー法，対流項の空間差分には 5 次精度風上差分を用いた．また，粘性項には 2 次精度中心差分を用いた．

2.4 座標変換

FMT-LBM は直交座標系で表されているため，曲面を有する格子や不等間隔な格子を用いた流れ場の計算をする際，物理空間内で定義された領域を格子間隔 1 の計算空間内に写像し，数値計算を行う⁽³⁸⁾．以下に物理空間から計算空間への座標変換の概要を示す．

物理空間 (x, y, z) から計算空間 (ξ, η, ζ) への写像関係式は以下の式で表される．

$$\begin{cases} \xi = \xi(x, y, z) \\ \eta = \eta(x, y, z) \\ \zeta = \zeta(x, y, z) \end{cases} \quad (2.30)$$

式 (2.30) の変換は連鎖則により次のようになる．

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial y} & \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\ \frac{\partial \xi}{\partial z} & \frac{\partial \eta}{\partial z} & \frac{\partial \zeta}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \\ \frac{\partial}{\partial \zeta} \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

式 (2.31) の (x, y, z) と (ξ, η, ζ) を入れ替えると

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \\ \frac{\partial}{\partial \zeta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

のようになる．次に，逆行列を用いて式 (2.32) を変形すると

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} - \frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} \frac{\partial z}{\partial \xi} - \frac{\partial z}{\partial \zeta} \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} - \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \\ \frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \zeta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \frac{\partial x}{\partial \xi} - \frac{\partial x}{\partial \zeta} \frac{\partial z}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \zeta} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial x}{\partial \zeta} \frac{\partial y}{\partial \xi} - \frac{\partial y}{\partial \zeta} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \\ \frac{\partial}{\partial \zeta} \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

となる．ここで， J は Jacobi 行列であり

$$J = \frac{\partial x}{\partial \xi} \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} - \frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \zeta} \right) + \frac{\partial y}{\partial \xi} \left(\frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \zeta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} \right) + \frac{\partial z}{\partial \xi} \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \zeta} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \zeta} \right) \quad (2.34)$$

である．

式 (2.31) と (2.33) を比較することで，以下に示す物理空間から計算空間に変換するための関係式が得られる．

$$\begin{cases} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} - \frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \zeta} \right), & \frac{\partial \xi}{\partial y} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \zeta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} \right), & \frac{\partial \xi}{\partial z} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \zeta} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \zeta} \right) \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial y}{\partial \zeta} \frac{\partial z}{\partial \xi} - \frac{\partial z}{\partial \zeta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right), & \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial z}{\partial \zeta} \frac{\partial x}{\partial \xi} - \frac{\partial x}{\partial \zeta} \frac{\partial z}{\partial \xi} \right), & \frac{\partial \eta}{\partial z} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial x}{\partial \zeta} \frac{\partial y}{\partial \xi} - \frac{\partial y}{\partial \zeta} \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) \\ \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} - \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right), & \frac{\partial \zeta}{\partial y} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} \right), & \frac{\partial \zeta}{\partial z} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) \end{cases} \quad (2.35)$$

2.5 計算手順

FMT-LBM の計算手順は図 2.3 の通りである．はじめに，初期条件として各物理量（密度，速度，温度，圧力）を計算領域全体に与え，計算領域の境界上の値を境界条件を用いて与える．次に，各物理量を用いて，D2Q9 モデルは式 (2.7) から，D3Q37 モデルは式 (2.20) から 1 ステップ目の Chapman-Enskog 型平衡分布関数 f_m^c を求める．そして，式 (2.4) の基礎方程式を差分法で計算し，次のステップの f_m^c を求める．最後に， f_m^c から各物理量を計算する．問題設定によっては外力を考慮し，計算を行う．上記の計算手順を任意の回数 N だけ繰り返す行う．

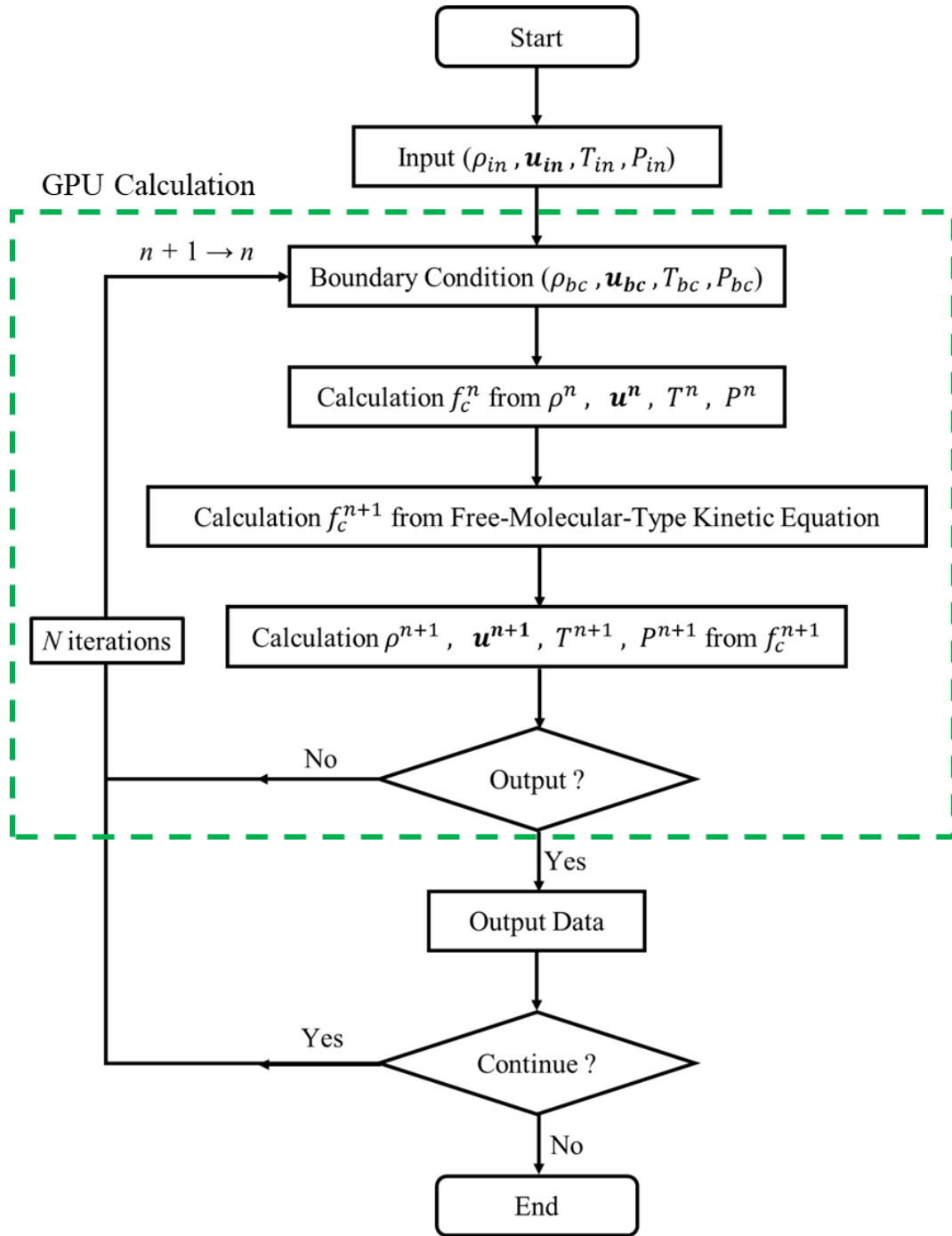


図 2.3 計算手順

LBM は並列計算に適しているため、画像処理装置（Graphics Processing Unit : GPU）を用いた計算の高速化が行われており^{(39),(40)}、本研究においても計算の高速化を目指して f_m^c や各物理量の計算を GPU で行い、データの入出力を CPU で行なった。また、本研究では OpenACC^{(41)・(44)}を用いることで GPU による並列化を行なった。

2.6 計算機性能

本研究は、プログラミング言語 Fortran90 と NVIDIA High Performance Computing Software Development Kit 内の旧 PGI コンパイラを用いて行なった。また、本研究の計算は以下に示す計算機を用いた。

表 2.3 計算機の仕様

Mother Board	MSI PRO Z690-A
Central Processing Unit	Core i9-12900 KF
Computer Memory	16GB DDR5-4800 SDRAM ×4
Solid State Drive	1TB WD Black NVMe SSD
Hard Disk Drive	6TB SATA3 [WD Red Plus]
Graphics Processing Unit	MSI GeForce RTX 3090Ti 24GB
Operating System	Ubuntu 20.04 LTS

第3章 2次元円柱まわりの音響計算

本章では2次元円柱周りの音響計算と題して, Second Computational Aeroacoustics Workshop on Benchmark Problems (1997)⁽⁴⁵⁾ で取り上げられた課題を D2Q9 モデルによって計算した. 先行研究⁽⁴⁶⁾では LEE を用いて同課題の計算を行っており, FMT-LBM との計算精度および計算時間を比較できる. また, GPU を用いた計算を行い, 計算時間をどの程度短縮できたかを示す.

3.1 はじめに

2次元円柱周りの音響計算⁽⁴⁵⁾は, 航空機の胴体を正面から見て直径 1 の円柱で模擬し, 航空エンジンのプロペラから発生する音を単極子音源で模擬した音響計算のベンチマーク問題である. この問題を用いて, FMT-LBM は円柱に反射した音の正確な計算ができているか, 音源から発生する音と反射音の干渉を捉えられているかを検証する. また, Workshop⁽⁴⁵⁾では計算結果の定量的な評価として放射音強度 $D(\theta)$ を評価しているため, 本計算も同様に行う. この問題は遠方場の放射音の指向性分布について解析解が存在し, 厳密な比較が可能である. 計算対象の模式図は以下に示す通りであり, i は半径方向, j は円周方向を表す.

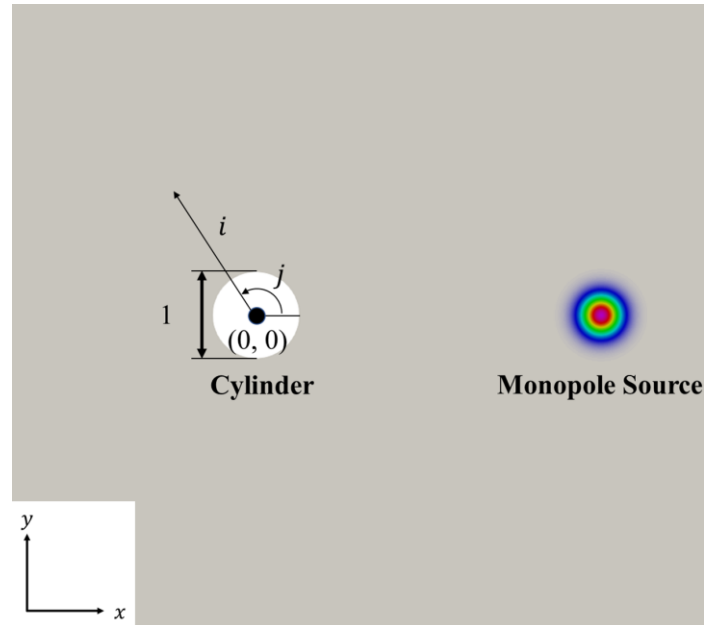


図 3.1 計算対象

3.2 境界条件

密度と速度の境界条件を示す. 図 3.2 は密度を ρ , 法線方向の速度を u_n , 接線方向の速度を u_t で表しており, 円柱壁面 ($i = 1$) では法線方向の密度の変化量を 0 とし, 速度を

0 とする．また，添え字 w は壁面境界上を， $w + 1$ は壁面の 1 つ内側の点を， $w - 1$ は壁面内のゴーストセルを表す．図 3.2 にすべり条件の概略図を示す．

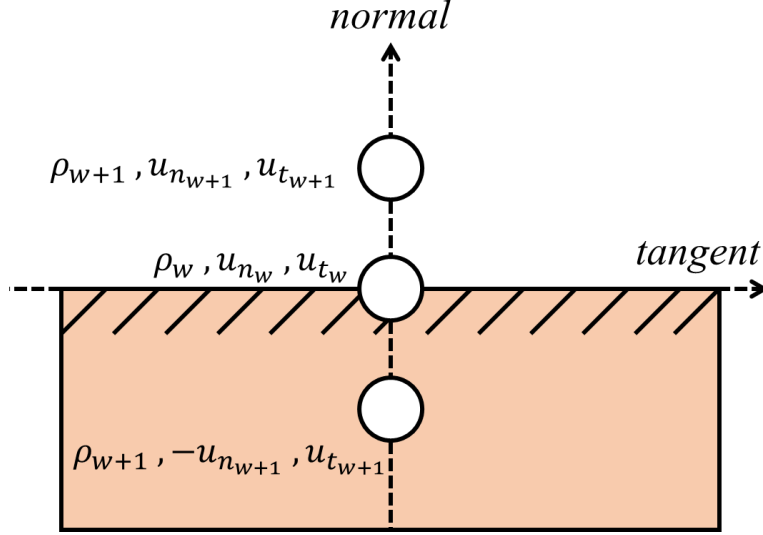


図 3.2 すべり条件の概略図

円周方向は周期境界条件とし，遠方 ($i = i_{max}$) は初期条件を与え続ける遠方境界条件とした．

3.3 計算条件

計算条件は Workshop⁽⁴⁵⁾と同様とするため，円柱の中心を原点 $((x, y) = (0, 0))$ とし，単極子音源を $(x, y) = (4, 0)$ の位置で作用させる．計算格子は図 3.3 に示す通りである．図 3.3 の (a) は格子の全体像であり，(b) は円柱付近の拡大図である．ここで，図 3.3 の (a) に示す赤線内部が円柱直径の 6 倍の距離 ($6D$) を表している． $6D$ 以降は境界上における非物理的な音の反射を抑制するための吸収領域 (Sponge-region) であり， i 方向の格子幅の成長率を 1.18⁽⁴⁶⁾とした格子を 40 点分設けた．また， i, j 方向の格子数は $(i_{max}, j_{max}) = (720, 1440)$ とし，時間刻み幅 Δt を 0.001 とした．

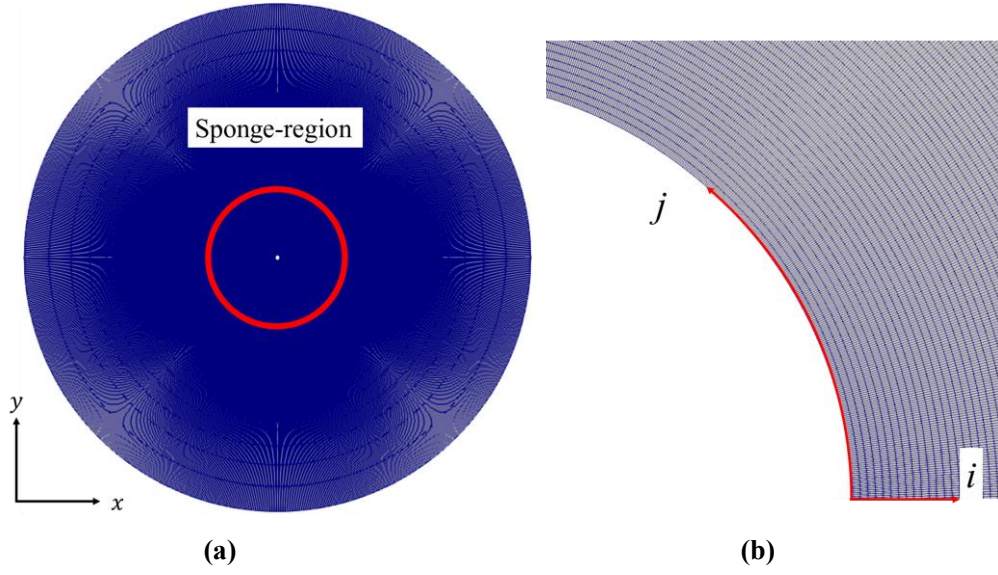


図 3.3 計算格子：(a) 格子の全体像，(b) 円柱付近の拡大図

本章の計算では，単極子音源を模擬した湧き出し項を取り扱うため，第2章の式 (2.4) で示した FMT-LBM の基礎方程式に単極子音源に対応する項 h_m を追加した次式を用いる．

$$\frac{\partial f_m^c(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + c_{im} \frac{\partial f_m^c(\mathbf{x}, t)}{\partial x_i} = h_m \quad (3.1)$$

式 (3.1) が満たす N-S 方程式は以下の式で表される．

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = S_0 \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right] + S_{1i} \quad (3.3)$$

S_0, S_{1i} は単極子音源項であり，次のように定義する．

$$(S_0, S_{1i}) = (S, 0) \quad (3.4)$$

$$S = A \exp \left[-\ln 2 \left(\frac{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2}{b^2} \right) \right] \sin \omega t \quad (3.5)$$

ここで， A は振幅， b は音源の幅， (x_s, y_s) は音源の位置， ω は各周波数であり， $A = 1$ ， $b = 0.2$ ， $(x_s, y_s) = (4, 0)$ ， $\omega = 8\pi$ である．また，単極子音源項 S_0, S_{1i} と h_m には

$$S_0 = \sum_{m=0}^8 h_m \quad (3.6)$$

$$S_{1i} = \sum_{m=0}^8 c_{im} h_m \quad (3.7)$$

$$h_m = E_m (S_0 + c_{im} S_{1i}) \quad (3.8)$$

$$E_0 = \frac{4}{9}, \quad E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = \frac{1}{9}, \quad E_5 = E_6 = E_7 = E_8 = \frac{1}{36}$$

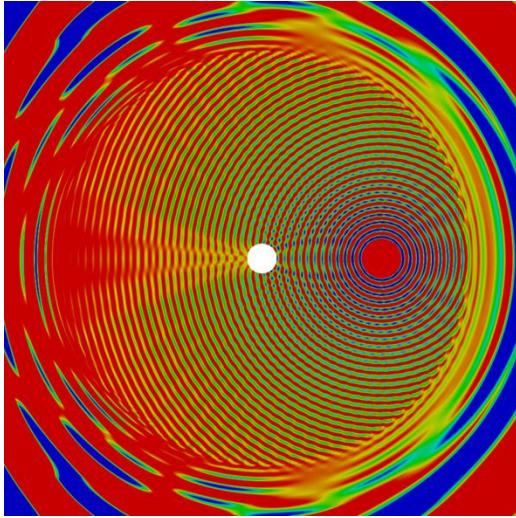
の関係がある．以下の表に計算条件を示す．

表 3.1 計算条件

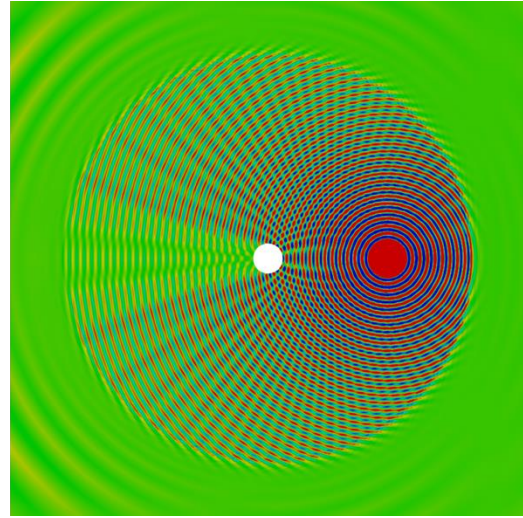
Initial density	$\rho_0 = 1.0$
Initial velocity	$(u_0, v_0) = (0, 0)$
Characteristic length	$D = 1.0$
Grid points	$(i_{max}, j_{max}) = (720, 1440)$
Minimum grid width	$\Delta x_{min} = 0.008$
Time step size	$\Delta t = 0.001$

3.4 計算結果・考察

図 3.4 (a)～(f) に圧力擾乱分布の時間発展の様子を示す．図 3.4 の t は無次元時間を表す．



(a) $t = 15$



(b) $t = 30$

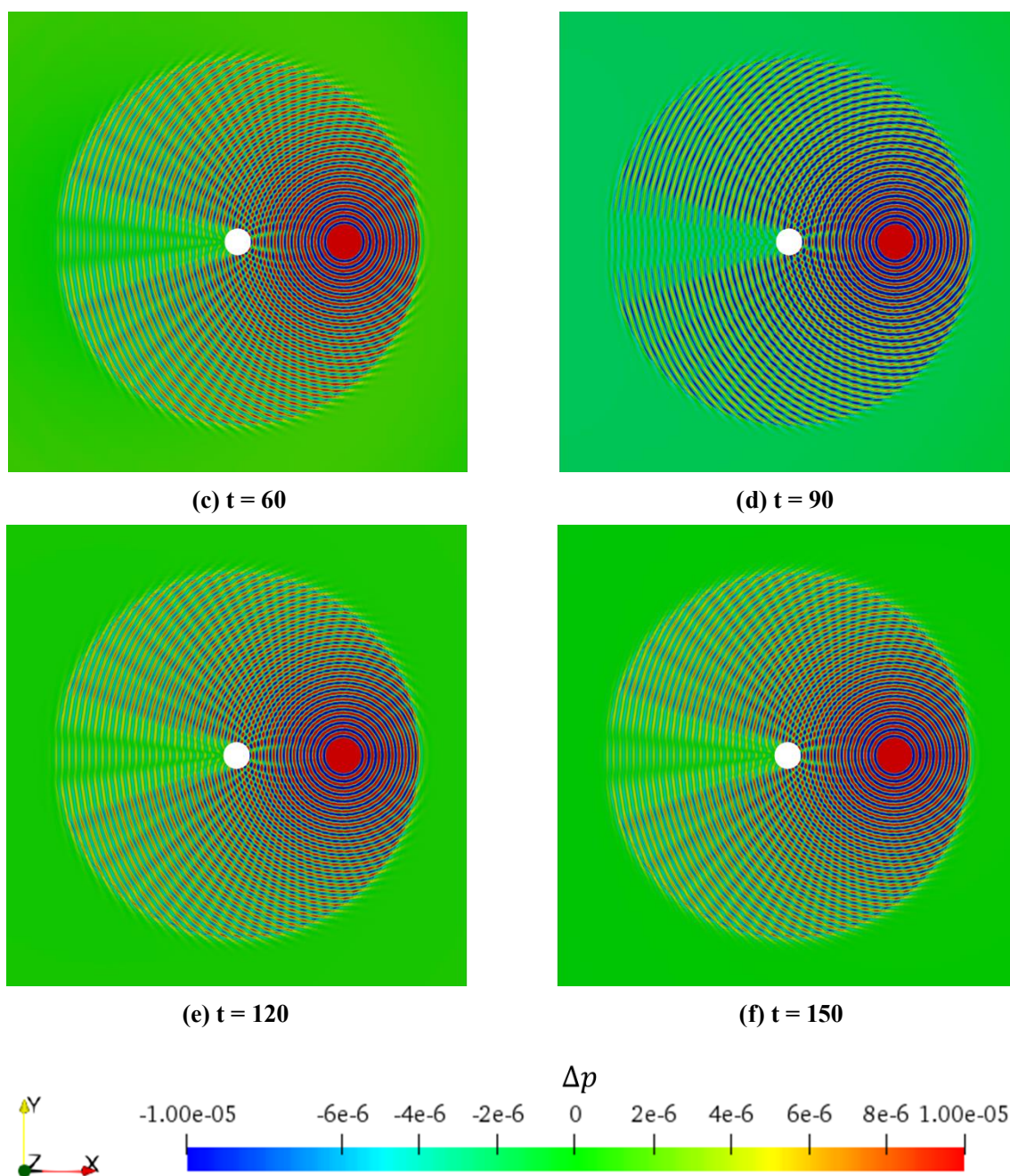


図 3.4 2次元円柱周りの圧力擾乱分布

図 3.4(a) では音源から伝わってきた圧力擾乱が円柱に反射し、お互いの波が干渉し始めていることが確認できる。(b) の円柱周りで生じている分布は音源からの圧力擾乱と円柱により生じた反射波が干渉することで発生したものであり、吸収領域による数値粘性によって圧力擾乱が吸収されている様子が確認できる。(c) では定常状態になったように見えるが、吸収領域において非定常状態であった。(d) では遠方境界からの反射波の影響で円柱付近の圧力擾乱の値が低くなっている様子が確認できる。(e) では計算領域がほとんど定常状態と

なり，(f) で準定常状態となった．また，図 3.4 の (b) ～ (f) で音源からの圧力擾乱と円柱により生じた反射波の干渉縞が確認できる．FMT-LBM は音源から発生した音と円柱により生じた反射音を捉えられていることが確認できた．

次に本計算を定量的に評価するために放射音強度 $D(\theta)$ を評価する． $D(\theta)$ は以下の式で表される．

$$D(\theta) = r \overline{\Delta p^2} \quad (3.9)$$

ここで， r は原点からの距離， $\overline{\Delta p^2}$ は圧力擾乱の二乗平均である．原点からの距離 r は Workshop⁽⁴⁵⁾と同様とするため $r = 5$ とする．圧力擾乱の二乗平均 $\overline{\Delta p^2}$ は計算領域が準定常状態となった $t = 150$ から 4 周期分 ($t = 1$) の圧力擾乱を用いて平均化した．放射音強度の取得位置は円柱の中心から $r = 5$ の位置における $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ の範囲であり，取得位置を図 3.5 に示す．本計算による放射音強度の結果と解析解および先行研究で用いられた LEE による計算結果を図 3.6 に示す．

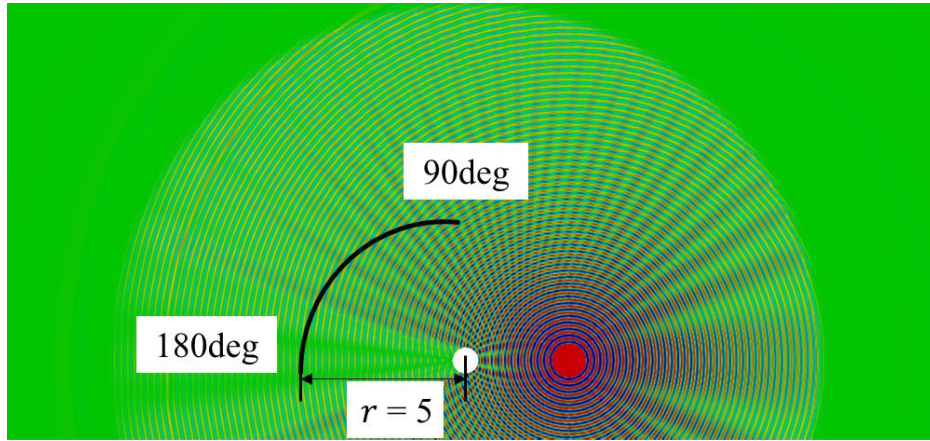


図 3.5 放射音強度の取得位置

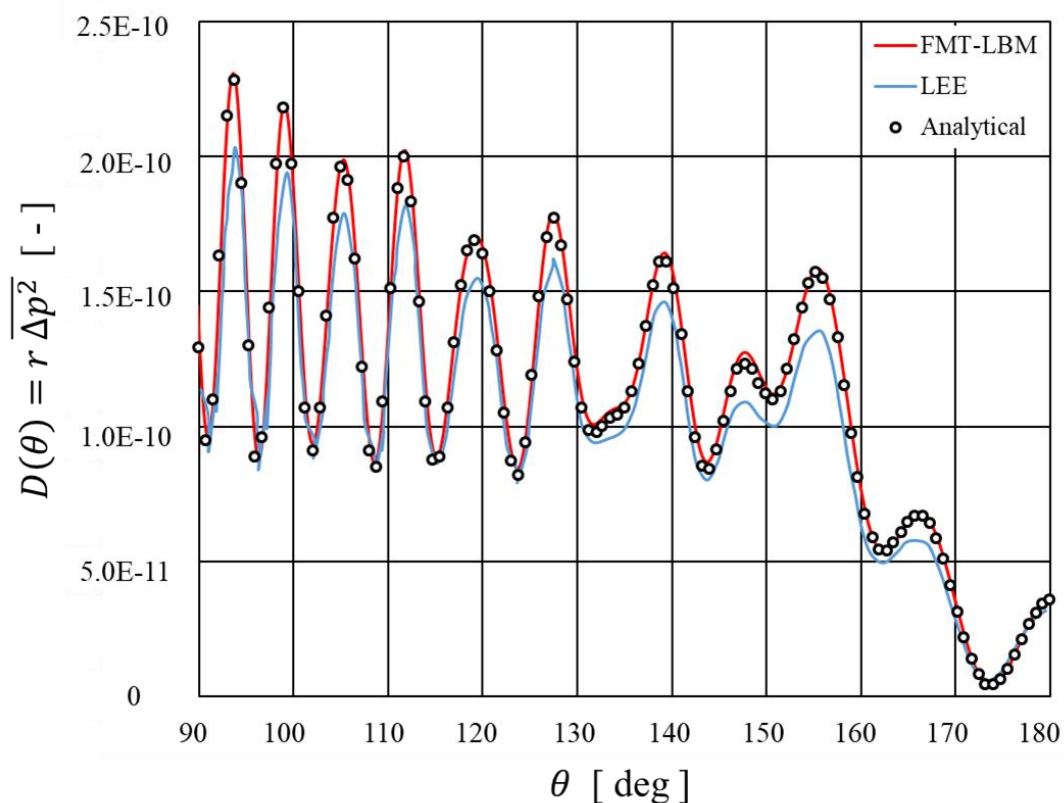


図 3.6 放射音強度の比較

図 3.6 より、本計算は LEE よりも精度良く計算できていることがわかった。また、解析解により近づいていることから音源からの圧力波と反射波の干渉を捉えられていることがわかる。解析解に対する放射音強度 $D(\theta)$ の誤差の比率を表 3.2 に示す。放射音強度の比較は、最大値を計測した 93.5° の位置で行なった。

表 3.2 解析解に対する放射音強度の誤差の比率

	$D(\theta)$ [-]	Error [%]
FMT-LBM	2.29E-10	0.5
LEE	2.03E-10	11.0
Analytical	2.28E-10	-

本計算が LEE よりも高精度になった理由の 1 つに、FMT-LBM は LEE と比べて数値粘性による散逸が小さいことが考えられる。本計算は、先行研究⁽⁴⁶⁾と比較するために、最小格子幅や吸収領域における格子幅の成長率、対流項の空間精度を一致させている。LEE は無次元時間 $t = 60$ で計算領域が準定常状態となったが、本計算は無次元時間 $t = 60$ において

も遠方境界 ($i = i_{max}$) による反射波の影響を受けて計算領域が準定常状態とならず、無次元時間 $t = 150$ あたりで準定常状態となった。したがって、FMT-LBM は LEE よりも数値粘性による散逸が少ない手法であると考えられる。そのため、円柱に反射した音を正確に計算し、音源から発生した音と反射音の干渉を高精度に捉えることができた。

次に計算時間の比較を行う。はじめに先行研究⁽⁴⁶⁾との比較を行なった。先行研究では計算領域を半円モデルにしているため、格子数が $(i_{max}, j_{max}) = (720, 720)$ となっており、本計算の半分の格子数である。また、計算時間を計測するため、本計算は無次元時間 $t = 60$ までの計算とした。計算条件および計算時間の比較を以下の表に示す。

表 3.3 計算条件および計算時間の比較

	LEE	FMT-LBM
Grid points	$(i_{max}, j_{max}) = (720, 720)$	$(i_{max}, j_{max}) = (720, 1440)$
Dimensionless time	$t = 60$	
Calculation time	3 days	1.5 days

CPU のシングルコアを使用した場合の計算時間は、LEE で約 3 日、本計算で約 1.5 日となった。本計算の格子数は LEE の 2 倍であるため、同格子数で計算をする場合、FMT-LBM は LEE の 1/4 程度の計算時間となることがわかった。

次に、GPU を用いて計算を行なったので、計算時間がどの程度短縮できたかを図 3.7 に示す。

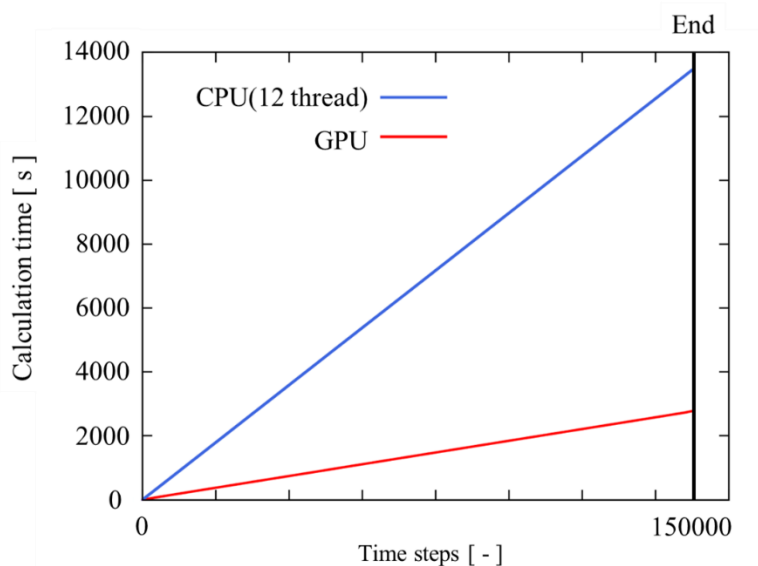


図 3.7 計算時間の比較

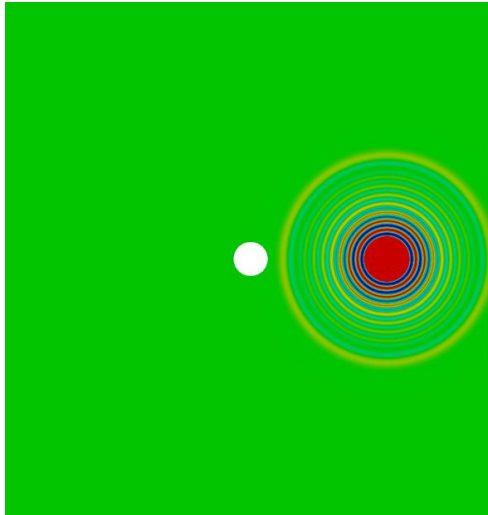
図 3.7 より，CPU（12 並列）を用いた場合の計算時間は約 4 時間であり，GPU を用いた場合の計算時間は約 45 分であった．GPU を用いることで計算時間を 1/5 程度に短縮できた．

最後に，計算初期の大きな圧力変動の影響を抑えて最終的に求めたい周期的な振動解への収束を早めるための数値的な関数である Ramping-function⁽⁴⁷⁾を導入する．Ramping-function $r(t)$ と単極子音源項 S との関係は

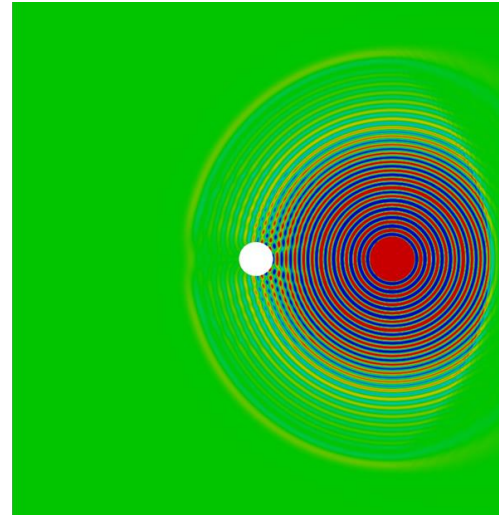
$$r(t) = \begin{cases} \sin^2\left(\frac{\pi t}{24}\right) & (t < 4) \\ 1 & (t \geq 4) \end{cases} \quad (3.10)$$

$$S = r(t) \times A \exp\left[-\ln 2 \left(\frac{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2}{b^2}\right)\right] \sin \omega t \quad (3.11)$$

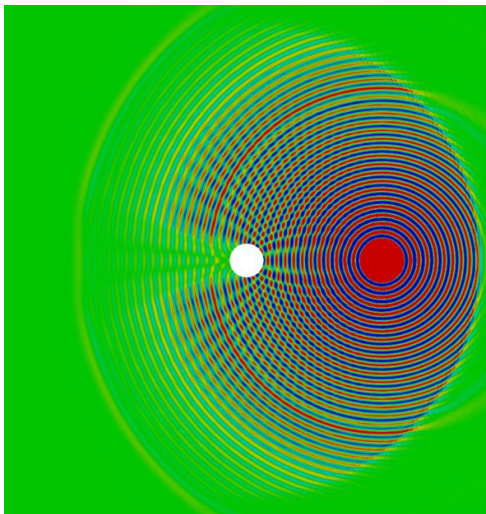
となる．以下に Ramping-function を用いた場合の圧力擾乱の時間発展の様子を示す．



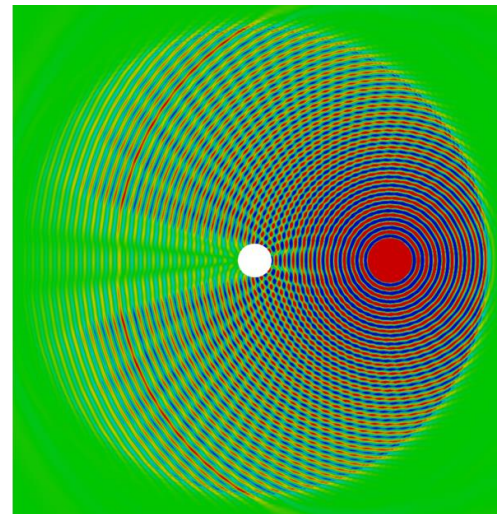
(a) $t = 3$



(b) $t = 6$



(c) $t = 9$



(d) $t = 12$

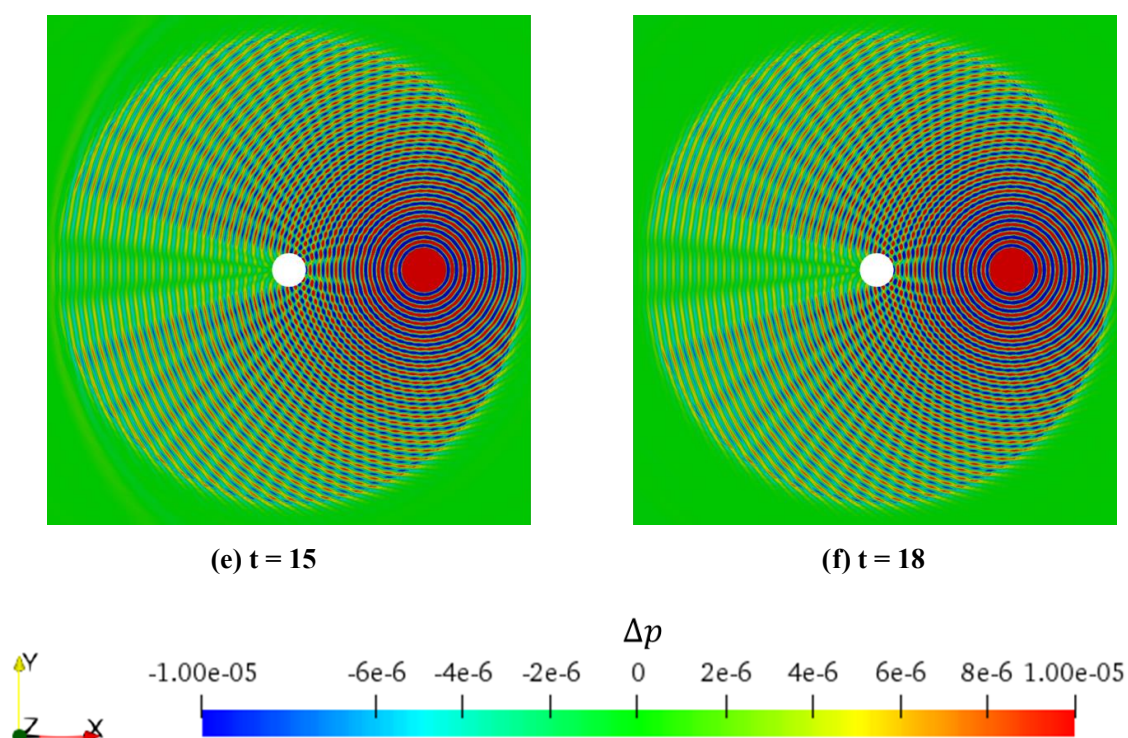


図 3.8 Ramping-function を用いた場合の圧力擾乱分布

図 3.8 (a) ~ (f) に圧力擾乱分布の時間発展の様子を示す. (a) では音源の圧力波が同心円状に伝わっていく様子が確認できる. (b)~(d) では音源からの圧力波と円柱での反射波によって干渉縞が生じていることが確認できる. (e) 以降はほとんど定在波となり, (f) では準定常状態となった. 放射音強度 $D(\theta)$ は準定常状態となった $t = 18$ から 4 周期分の圧力擾乱を用いて評価し, Ramping-function を用いていない場合と同様の値を示した. また, 準定常状態になるまでに必要な計算ステップ数が 2 万ステップであったため, GPU を用いた場合の計算時間は 5 分程度となり, 計算時間を大幅に短縮できた.

3.5 まとめ

本章では, D2Q9 モデルを用いて 2 次元円柱周りの音響計算を行い, 解析解とほぼ同等の値を得ることができ, LEE と比較して高精度かつ短時間に計算ができることを示した. このことから, 物体反射を伴う音の伝播解析に非常に有効である. また, GPU を用いることで計算時間を大幅に短縮し, 更に Ramping-function を用いることで計算時間を 5 分程度にまで短縮することに成功した.

以上のことから, FMT-LBM は LEE と比較して, 数値粘性による散逸が少ない手法であるため, 微小な圧力擾乱を扱う音響計算との相性が良く, 計算アルゴリズムがシンプルであるため, 計算時間を大幅に短縮できる手法であると言える.

第4章 自由噴流の流体・音響計算

本章では自由噴流の計算を行い，実験結果と比較する．等温ジェットの計算において，FMT-LBM と FMT-LBM に LES を適用した計算を行なった．また，加熱ジェットの計算も行い，実験結果と比較した．

4.1 Large-Eddy Simulation(LES)の適用

FMT-LBM に LES を実装するにあたり，圧縮性 N-S 方程式にフィルターを施した圧縮性フィルタ化方程式⁽⁴⁸⁾を示す．サブグリッドスケールの運動を除去するため， $\bar{\cdot}$ は格子幅の長さに対してフィルタを導入した物理量を表す．

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \bar{u}_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = - \frac{\partial \bar{P}_{ij}}{\partial x_i} \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\bar{\rho} \bar{e} + \frac{1}{2} \bar{\rho} \bar{u}_j^2 \right) + \frac{\partial \bar{\Pi}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.3)$$

\bar{P}_{ij} は応力テンソル， $\bar{\Pi}_i$ はエネルギー流束であり，以下の式で表される．

$$\bar{P}_{ij} = \bar{p} \delta_{ij} - \bar{\tau}_{ij} - \mu_\beta \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (4.4)$$

$$\bar{\Pi}_i = \bar{\rho} \bar{e} \bar{u}_i + \frac{1}{2} \bar{\rho} \bar{u}_j^2 \bar{u}_i + \bar{P}_{ij} \bar{u}_j - \lambda \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \quad (4.5)$$

また， $\bar{\tau}_{ij}$ は粘性応力項であり，以下の式で表される．

$$\bar{\tau}_{ij} = (\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (4.6)$$

ここで， μ_t は渦粘性係数である．本研究では Smagorinsky モデル⁽⁴⁹⁾を用いた．Smagorinsky モデルは以下の式で定義される．

$$\mu_t = \bar{\rho} (C_s \Delta x)^2 |\bar{S}| \quad (4.7)$$

$$|\bar{S}| = \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}} \quad (4.8)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.9)$$

C_s はスマゴリンスキー定数， S_{ij} は解像場のひずみ速度テンソルの第二不変量である．本研究ではスマゴリンスキー定数を $C_s = 0.173$ とした．次に密度ファールフィルタを導入する．密度ファールフィルタは以下の式で定義される．

$$\bar{\rho} \bar{\phi} = \bar{\rho} \tilde{\phi} \quad (4.10)$$

ここで、 ϕ は密度・速度などの物理量を表す．密度ファールフィルタを施した圧縮性 N-S 方程式⁽⁴⁸⁾は以下のようになる．

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho u_i u_j}}{\partial x_j} = - \frac{\partial \bar{P}_{ij}}{\partial x_i} \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\bar{\rho} \tilde{e} + \frac{1}{2} \overline{\rho u_i^2} \right) + \frac{\partial \bar{\Pi}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.13)$$

次に、サブグリッドストレステンソル χ_{ij} を導入する．サブグリッドストレステンソル χ_{ij} は以下のように定義され、

$$\chi_{ij} = -\overline{\rho u_i u_j} + \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j \quad (4.14)$$

巨視的圧力 ϖ と巨視的温度 ϑ は以下のように定義される．

$$\varpi = \bar{p} - \frac{1}{3} \chi_{kk} \quad (4.15)$$

$$\vartheta = \tilde{T} - \frac{1}{2C_v \bar{\rho}} \chi_{kk} \quad (4.16)$$

また、巨視的圧力 ϖ と巨視的温度 ϑ を用いた場合の応力テンソル P_{ij} と内部エネルギー \tilde{e} は以下のようになる．

$$\bar{P}_{ij} = \varpi \delta_{ij} - \bar{\tau}_{ij} - \mu_\beta \overline{\frac{\partial u_k}{\partial x_k}} \delta_{ij} \quad (4.17)$$

$$\tilde{e} = C_v \vartheta \quad (4.18)$$

よって、FMT-LBM に LES を実装した場合の Chapman-Enskog 型平衡分布関数 f_m^c は

$$f_m^c(\rho, u_i, T) = \begin{cases} \frac{\bar{\rho} b R \vartheta - \bar{P}_u}{\eta_0^2} & (m = 0) \\ \frac{-v_2^2 - v_3^2}{v_1^2(v_1^2 - v_2^2)(v_1^2 - v_3^2)} F_m(\rho, u_i, T) & (m = 1 \sim 4, \quad 13 \sim 16, \quad 25 \sim 28) \\ \frac{-v_3^2 - v_1^2}{v_2^2(v_2^2 - v_3^2)(v_2^2 - v_1^2)} F_m(\rho, u_i, T) & (m = 5 \sim 8, \quad 17 \sim 20, \quad 29 \sim 32) \\ \frac{-v_1^2 - v_2^2}{v_3^2(v_3^2 - v_1^2)(v_3^2 - v_2^2)} F_m(\rho, u_i, T) & (m = 9 \sim 12, \quad 21 \sim 24, \quad 33 \sim 36) \end{cases} \quad (4.19)$$

で表され、 F_m は

$$F_m(\rho, u_i, T) = \frac{1}{D+1} \left\{ \overline{\rho u_i c_{im} c_{jm}^2} + \frac{1}{D} \left(\bar{\rho} - \frac{\bar{\rho} b R \vartheta - \bar{P}_{jj}}{\eta_0^2} \right) \overline{c_{im}^2 c_{jm}^2} + 2 \bar{\Pi}_i c_{im} \right. \\ \left. + \left[\frac{D+2}{2} (\overline{\rho u_i u_j} + \bar{P}_{ij}) - \frac{\overline{\rho u_k^2} + \bar{P}_{kk}}{2} \delta_{ij} \right] \overline{c_{im} c_{jm}} \right\} \quad (4.20)$$

となる．

4.2 境界条件

本章の計算では、以下の図に示す面にそれぞれ境界条件を与える。流入境界は速度を固定する境界条件を用いた。また、流出境界はノイマン条件とし、その他の境界は大気圧条件とした。

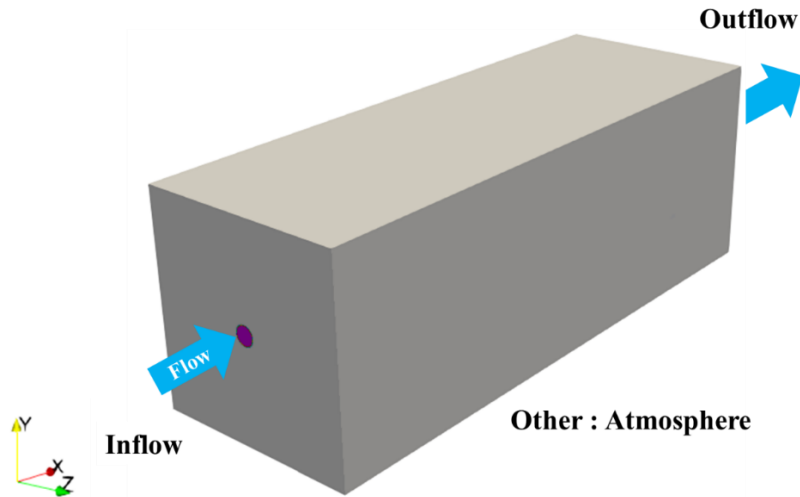


図 4.1 境界条件の模式図

等温ジェットの計算に際して、流入境界条件は Zou や He によって提案された境界条件⁽⁵⁰⁾ (Velocity boundary condition : 速度境界条件) を用いた。速度境界条件は速度を固定し、Bounce-back scheme を用いることで速度分布関数を修正し、速度の非物理的な増加を抑制する手法である。Bounce-back scheme は境界によって並進過程では設定できない速度分布関数を反対方向の非平衡部分を等しいと仮定することで、速度分布関数を修正する。本章の計算では、D3Q37 モデルに上記の境界条件を与えたが、説明を簡単化するため D2Q9 モデルを用いて境界条件の概要を示す。また、流入境界条件の模式図と Bounce-back scheme の概念図を以下に示す。

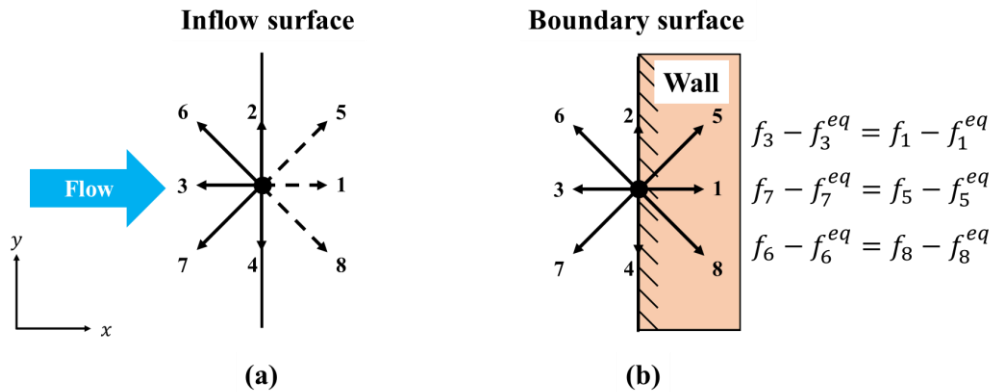


図 4.2 (a)流入境界条件の模式図, (b)Bounce-back scheme の概念図

図 4.2 (a) のように x 方向速度を固定する場合、速度分布関数を以下の①～⑤の手順で修正し、境界上の物理量を決定する。

① 境界の速度 u_{bc} を決定する。

$$u_{bc} = u_{in} \quad (4.21)$$

ここで、 u_{in} は境界に与えた x 方向速度である。

② 平衡分布関数と運動量の関係 (式 (2.10)) から境界の速度に対応した密度 ρ_{in} を、密度と圧力の関係 (式 (2.12)) から圧力 p_{in} を決定する。

$$\rho_{in} = \frac{f_0 + f_2 + f_4 + 2(f_3 + f_6 + f_7)}{1 - u_{bc}} \quad (4.22)$$

$$p_{in} = \rho_{in} c_s^2 \quad (4.23)$$

③ 求めた物理量から式 (2.7) と同様に境界上の平衡分布関数 f_m^c を再計算する。

$$f_m^c = E_m \rho_{in} \left[1 + c_{im} u_i + \frac{1}{2} (u_i u_j + \tau_{ij}) c_{im} c_{jm} - \frac{1}{2} u_k^2 + \frac{1}{2} \tau_{ij} \delta_{ij} \right] \quad (4.24)$$

④ Bounce-back scheme を用いて境界上の速度分布関数 f_{1b}, f_{5b}, f_{8b} を再計算する。

$$\begin{cases} f_{1b} = f_3 - f_3^c + f_1^c \\ f_{5b} = f_7 - f_7^c + f_5^c \\ f_{8b} = f_6 - f_6^c + f_8^c \end{cases} \quad (4.25)$$

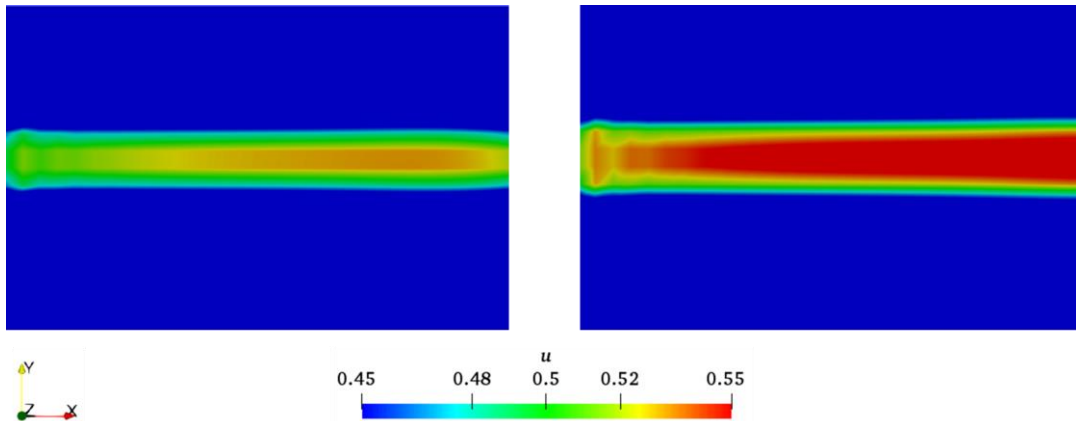
⑤ ④で求めた速度分布関数から物理量を再計算し、境界上の物理量 ($\rho_{bc}, u_{bc}, p_{bc}$) を決定する。

$$\rho_{bc} = f_0 + f_{1b} + f_2 + f_3 + f_4 + f_{5b} + f_6 + f_7 + f_{8b} \quad (4.26)$$

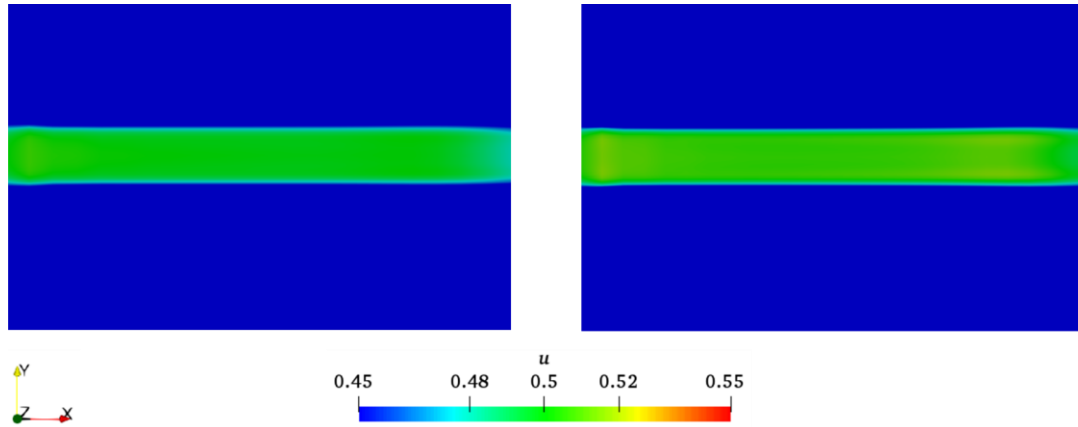
$$u_{bc} = u_{in} \quad (4.27)$$

$$p_{bc} = \rho_{bc} c_s^2 \quad (4.28)$$

実際に粘性係数を 0 とした D3Q37 モデルを用いて、流入境界の主流速度を 0.5 に固定し、速度境界条件とディリクレ条件 (密度・速度・温度・圧力を固定) の 2 パターンで計算した。



(a) ジェットに対して 5×5 の分解能



(b) ジェットに対して 20×20 の分解能

図 4.3 境界条件による速度分布の比較（左：速度境界条件，右：ディリクレ条件）

図 4.3 より，速度境界条件を用いることで速度の非物理的な湧き出しを抑えられていることがわかる．また，ジェットに対する分解能が 20×20 の場合， 5×5 よりもどちらの境界条件を用いても速度の非物理的な湧き出しが抑えられていることがわかる．本章の計算では，ジェットに対する分解能を 50×50 とした．ただし，非等温円形ノズルの計算では，計算を安定させるために流入境界条件はディリクレ条件とした．

4.3 等温四角形ノズルの計算

本節では，D3Q37 モデルを用いて Ghasemi らが行なった実験⁽⁵¹⁾を計算し，結果の比較を行う．また，同実験を MRT-LBM に LES を施したモデルで計算を行なった Khaild の結果⁽⁵²⁾と比較する．

4.3.1 計算対象

本節の計算対象は，四角形ノズルによる等温の自由噴流である．図 4.4 に模式図を示す．また， D はノズル径であり，計算領域はノズル出口以降としている．

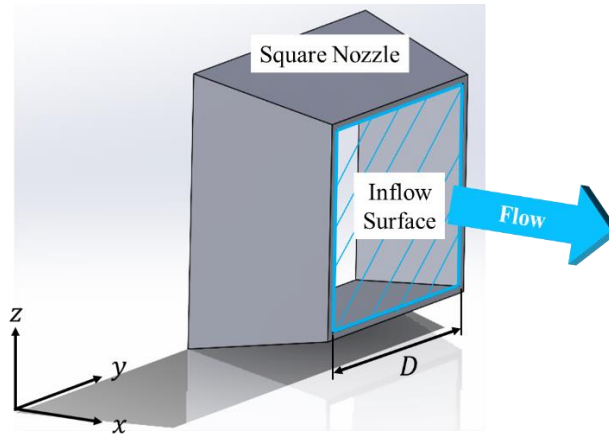


図 4.4 計算対象の模式図

4.3.2 計算条件

計算条件は Khaild⁽⁵²⁾と同様とするため、ノズル内径 D は 0.056 [m] , 主流マッハ数は 0.29 , レイノルズ数は約 3×10^5 とした。また、流入境界は 4.2 節に示した速度境界条件とし、流出境界はノイマン条件とした。その他の境界は大気圧条件とした。計算格子を以下の図に示す。主流方向にノズル出口からノズル径の 5 倍だけ進んだ位置 ($x/D = 5$) の格子幅を $D/50$ とした。 $x/D = 5$ 以降は成長率を 1.11 倍とすることで吸収領域を設けた。ジェット軸に対して垂直方向にはノズル中心からノズル径の 1.2 倍だけ進んだ位置 ($y/D = z/D = 1.2$) の位置で成長率を 1.11 倍とすることで吸収領域を設けた。また、時間刻み幅は 0.0002 とし、計算ステップを 40 万とした。表 4.1 に計算条件を示す。

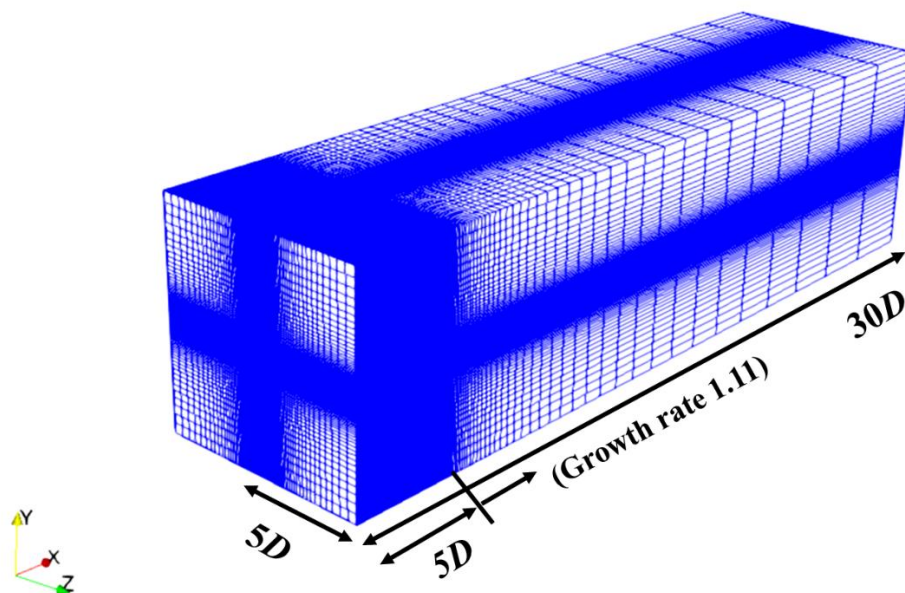


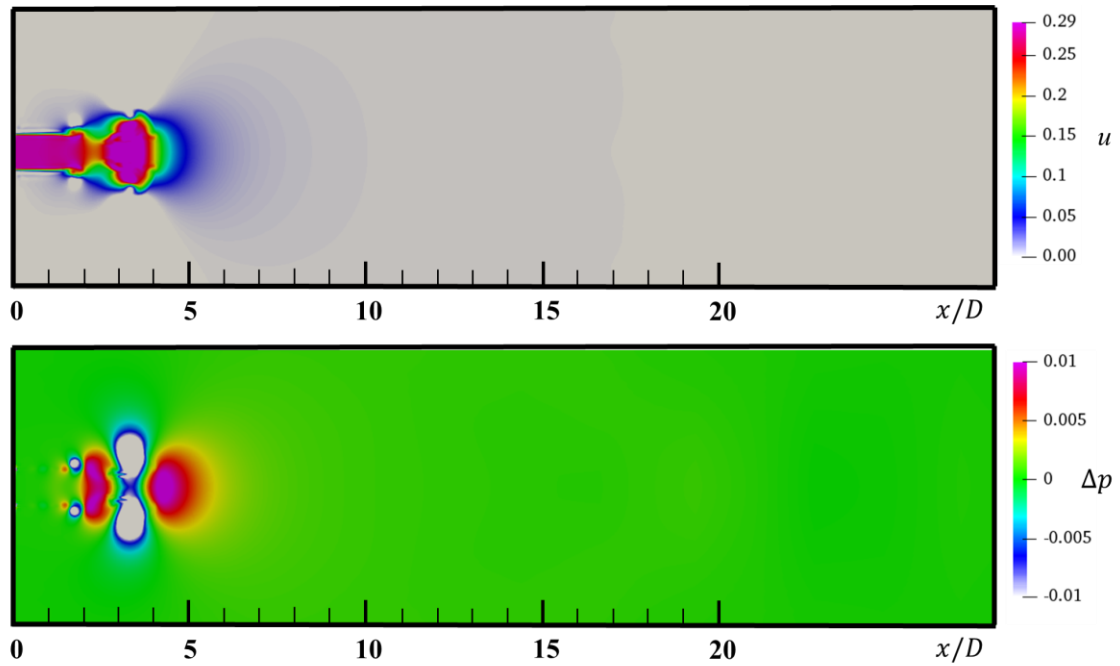
図 4.5 計算格子

表 4.1 計算条件

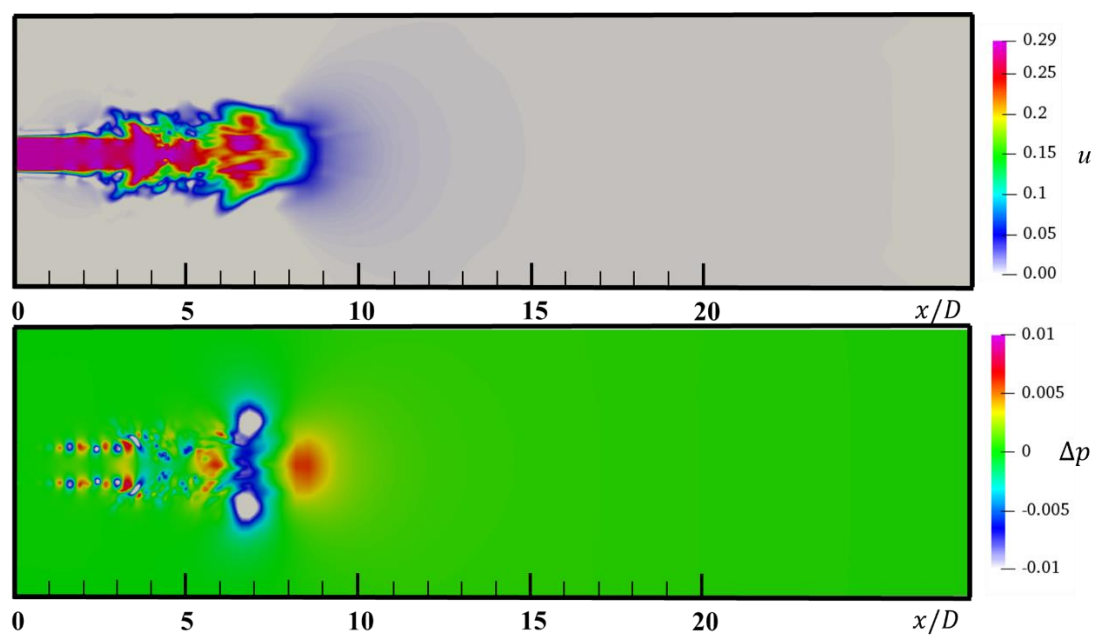
Initial density	$\rho_0 = 1.0$
Initial velocity	$(u_0, v_0) = (0, 0)$
Inflow velocity	$(u_{bc}, v_{bc}) = (0.29, 0)$
Characteristic length	$D = 0.056$
Reynolds number	$Re = 3.0 \times 10^6$
Grid points	$(i_{max}, j_{max}, k_{max}) = (302, 132, 132)$
Minimum grid width	$\Delta x_{min} = \Delta y_{min} = \Delta z_{min} = 0.00112$
Time step size	$\Delta t = 0.00002$

4.3.3 計算結果・考察

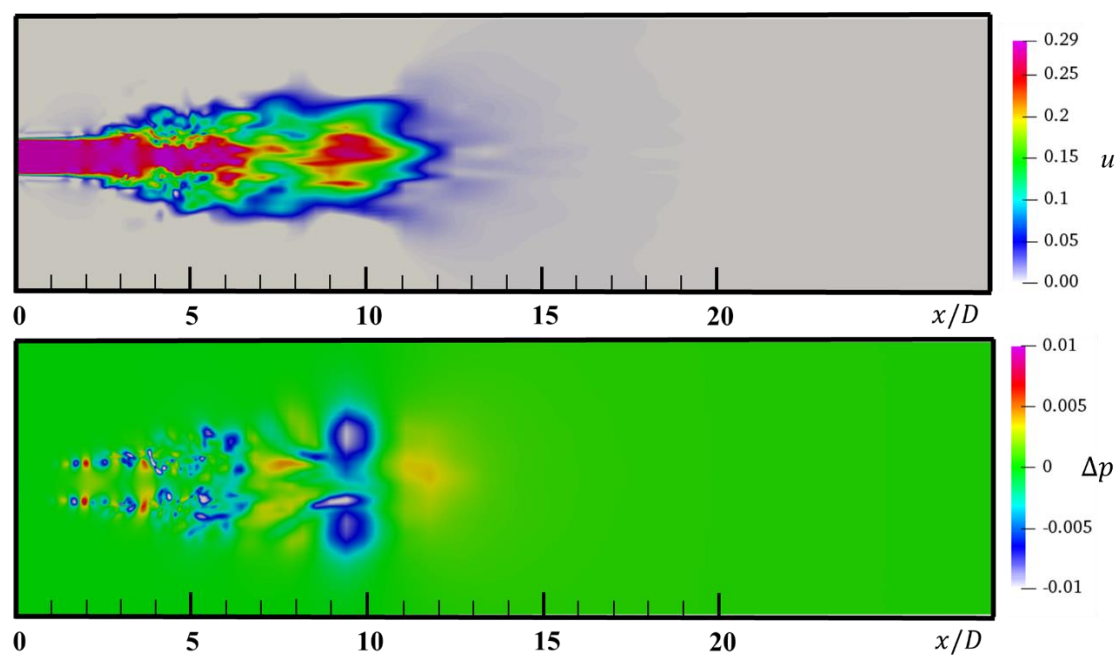
図 4.6 (a) ~ (f) にジェットの流れの速度分布および圧力擾乱分布の時間発展の様子を示す。図 4.6 の t は無次元時間を表しており、ノズル中心における xy 断面である。



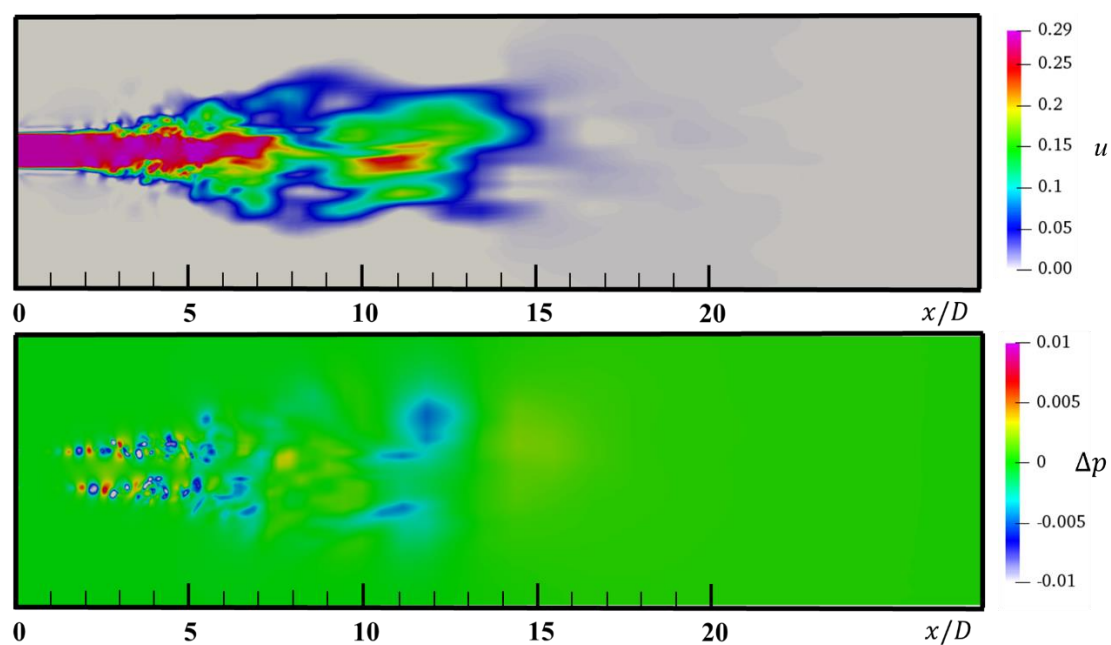
(a) $t = 1.6$



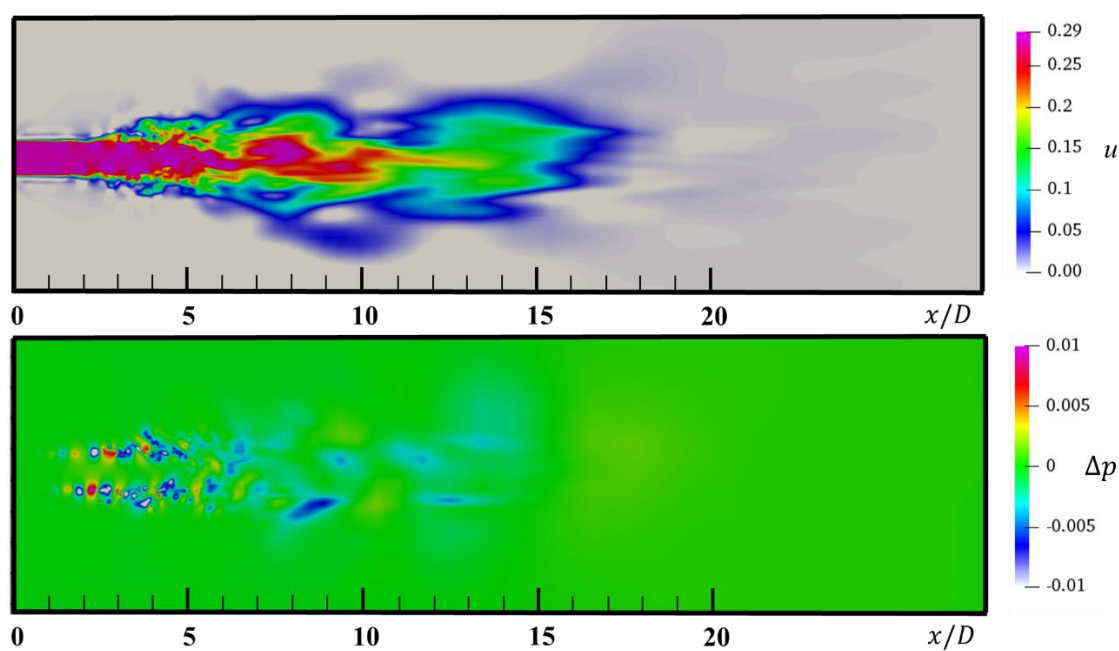
(b) $t = 3.2$



(c) $t = 4.8$



(d) $t = 6.4$



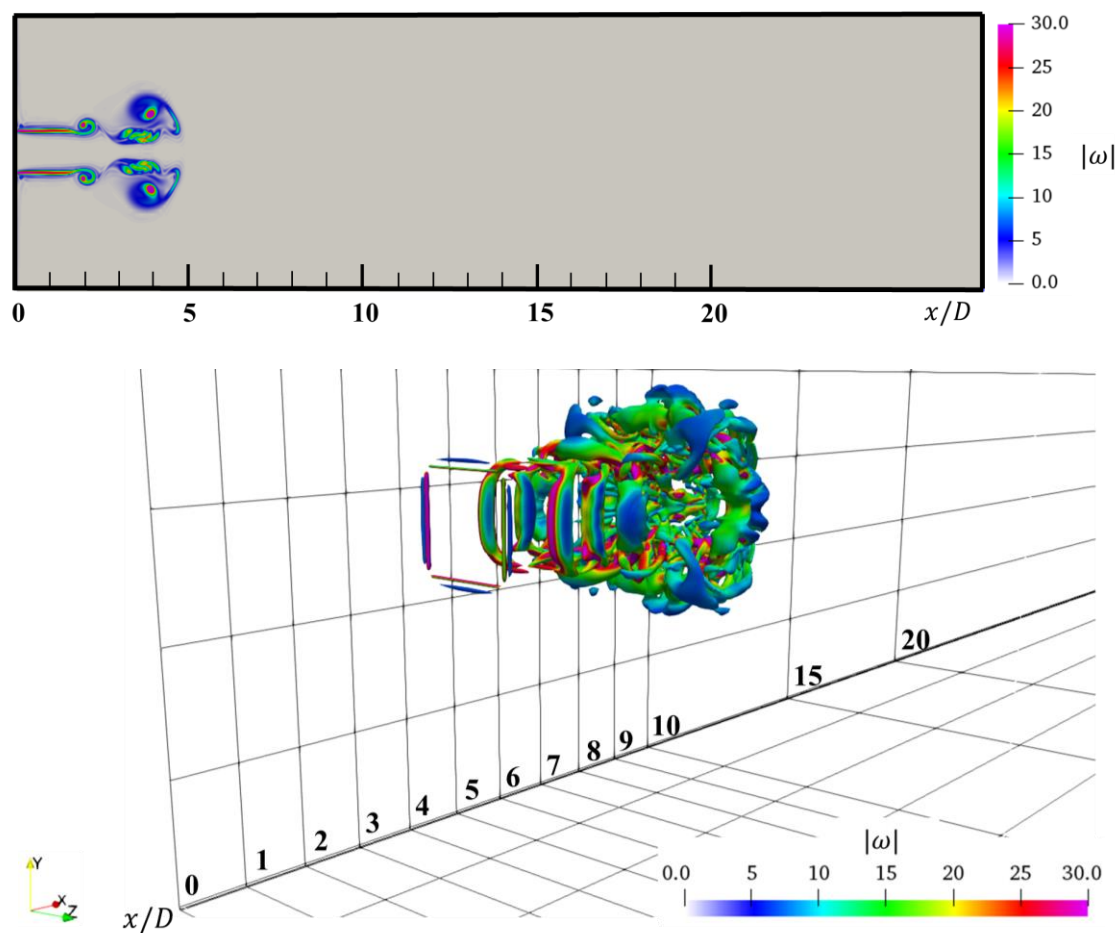
(e) $t = 8$

図 4.6 速度分布（上図）および圧力擾乱分布（下図）の時間発展の様子

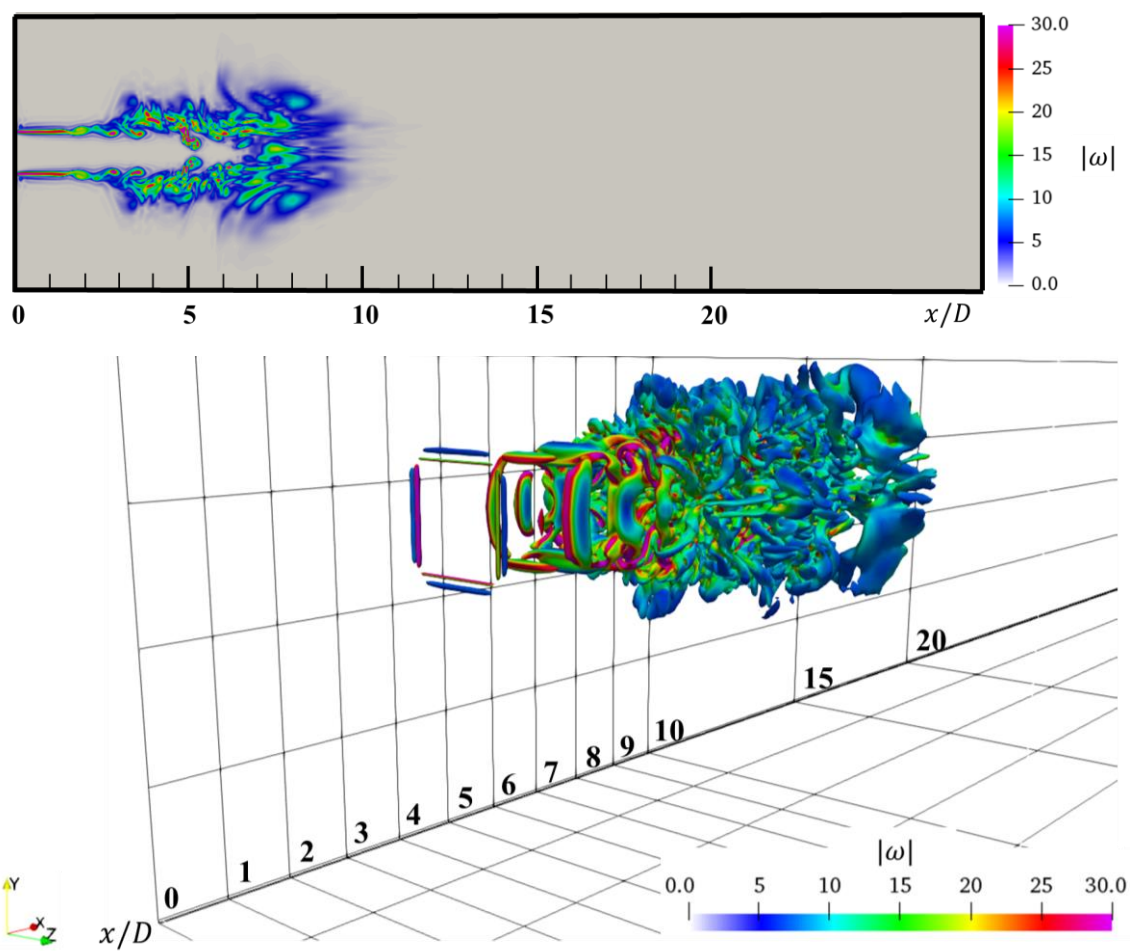
図 4.6(a) の速度分布を見るとジェットが流入し、周囲空気の影響を受けることでジェットが乱れ始めることがわかる。圧力擾乱分布では $x/D = 3 \sim 5$ ではジェットが流入したことにより生じた大きな圧力擾乱が発生している。 $x/D = 2$ 付近では主流と静止気体の間の速度せん断領域で圧力擾乱が生じていることが確認できる。図 4.6(b) の速度分布を見ると

ジェット先端部分が吸収領域 ($x/D = 5$ 以降) の影響で、先端部分の速度が散逸していることがわかる。圧力擾乱分布ではジェットが流入したことにより生じた圧力擾乱が散逸していく様子が確認できる。 $x/D = 1 \sim 5$ にかけて圧力擾乱が生じ続けていることがわかる。図 4.6(c)~(e) の速度分布を見ると、吸収領域の影響で速度が散逸しているものの、ノズル出口から速度が変化しない領域であるポテンシャルコアが $x/D = 4$ 付近で消滅していることがわかる。圧力擾乱分布では $x/D = 1 \sim 6$ にかけて圧力擾乱が生じ続けていることがわかる。

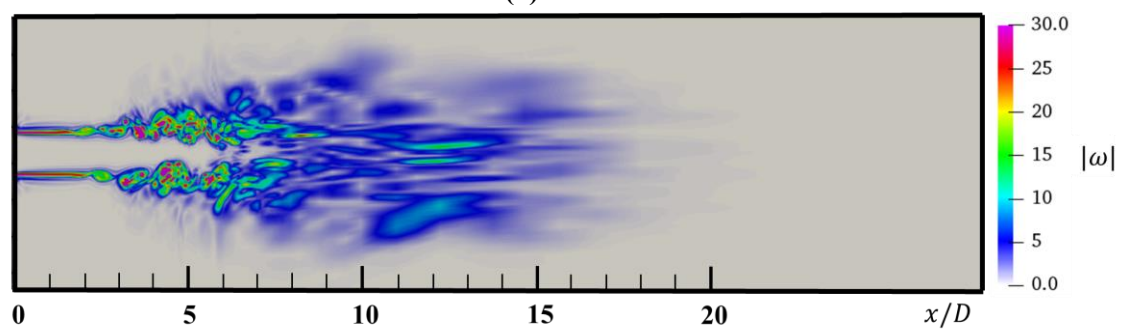
次に、渦度分布と速度勾配テンソルの第二不変量 (Q 値) の等値面⁽⁵³⁾ ($Q = 10$) に渦度分布で色付けすることで渦構造を可視化した図の時間発展を示す。図 4.7 の t は無次元時間を表す。

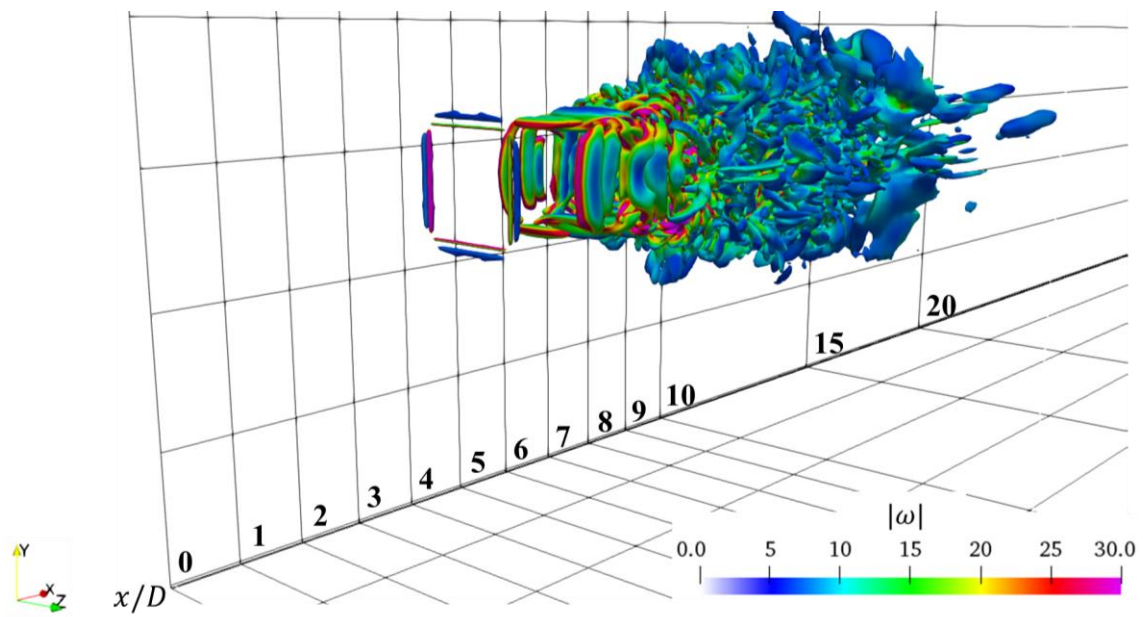


(a) $t = 1.6$



(b) $t = 3.2$



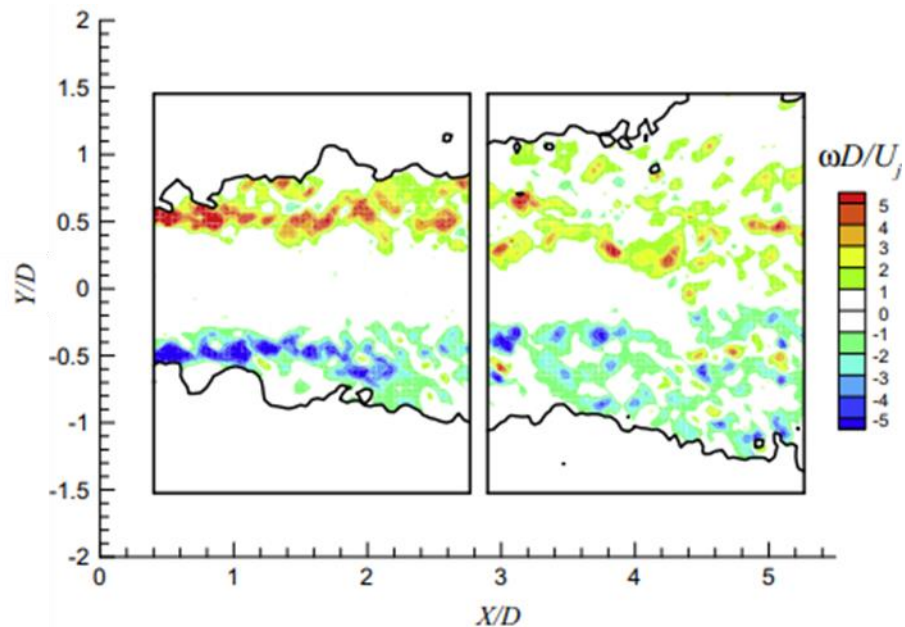


(c) $t = 4.8$

図 4.7 渦度分布と Q 等値面の時間発展の様子

図 4.7(a)~(c) の渦度分布より，速度せん断領域において渦度が大きくなり，散逸していく様子が確認できる．図 4.7(a)~(c) の Q 等値面を見ると $x/D = 2$ 付近で大規模な渦輪が生成されており，その渦輪が崩壊・分裂している様子が確認できる．

次に，実験結果⁽⁵¹⁾の渦度分布と計算結果を比較する．



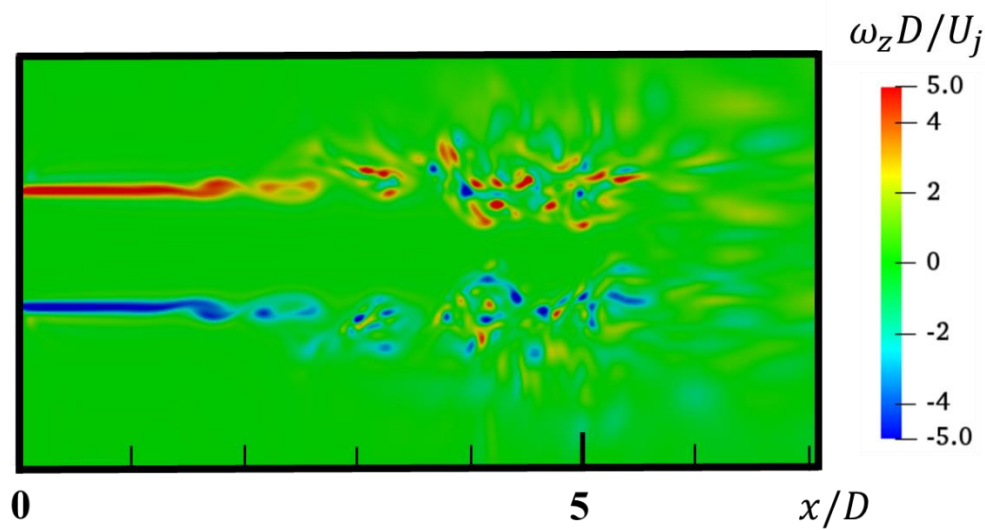
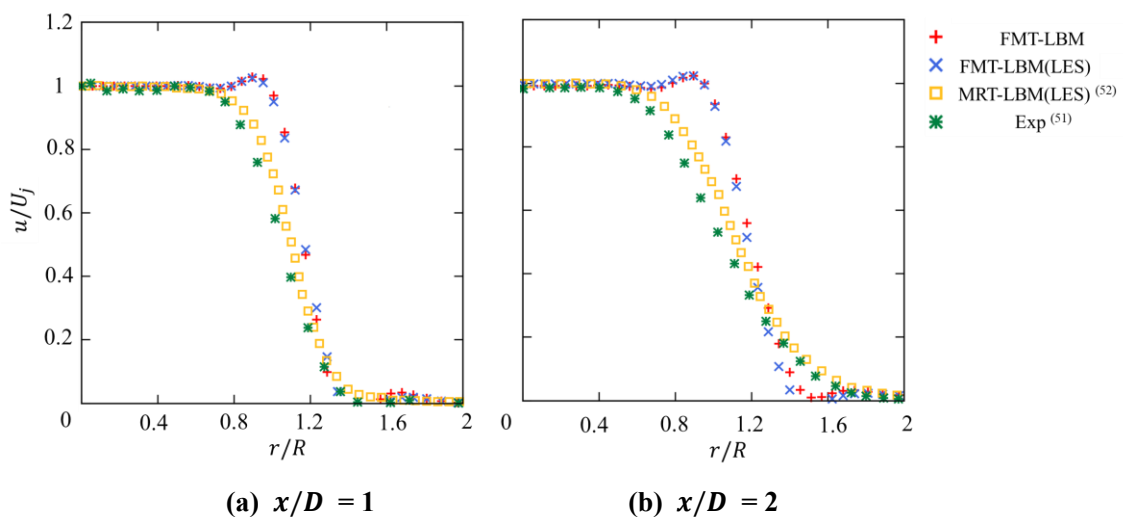
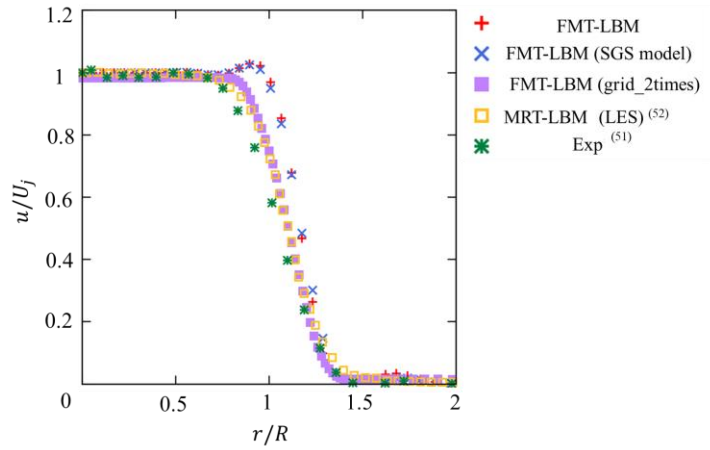


図 4.8 渦度分布の実験結果（上図）と計算結果（下図）の比較

図 4.8 より， $x/D = 0 \sim 2$ 付近まで渦度の大きな領域が速度せん断領域に生じ， $x/D = 3 \sim 5$ 付近では渦度が散逸している様子が確認できる．計算結果は実験結果と同様の傾向を示していることから，自由噴流による渦を定性的に表現できていると考えられる．

次に，自由噴流の評価を定量的に行う．図 4.9 に近傍場の速度分布を示す．ここで， r/R は半径方向と半径の比であり， $r/R = 1$ がノズル壁面となる． u/U_j は計算で得られた速度と流入境界の速度の比である．





(c) $x/D = 1$

図 4.9 速度分布の比較

図 4.9 より，計算結果は $r/R = 0.8 \sim 1.1$ でせん断領域の速度がオーバーシュートしていることがわかる．また，圧縮性 LES を適用した FMT-LBM では渦粘性が作用することでごくわずかではあるがオーバーシュートが抑えられた．本計算ではスマゴリンスキー定数を $C_s = 0.173$ としているため，流れ場に応じた値に調整することでせん断領域のオーバーシュートを抑えることができると考えられる．(c) を見るとジェットの格子解像度を 2 倍にしたモデルは，オーバーシュートを抑えることができているため，速度せん断領域の解像度不足によって加速していることが考えられる．以下に速度分布の時間平均 (\bar{u}) を示す．

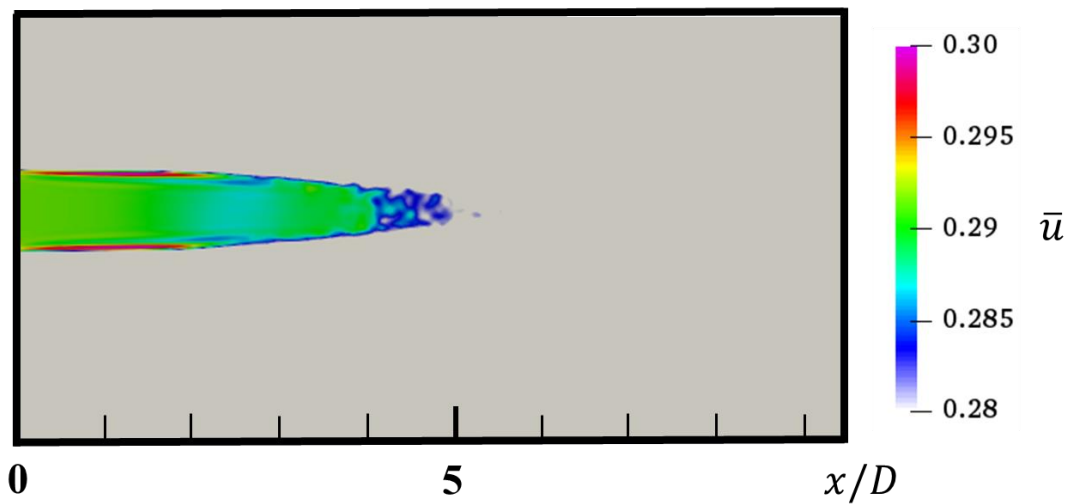


図 4.10 時間平均速度分布

図 4.10 より速度せん断領域の $x/D = 0 \sim 2$ 付近において加速していることがわかる．また，LBM は高レイノルズ数流れにおいて，壁面近傍の格子が粗い場合，壁面せん断応力を

過大に評価されることが報告されており⁽⁵⁴⁾, FMT-LBM も同様の特徴を持っていることがわかる.

以上のことから, FMT-LBM は従来の LBM と同様に速度せん断の強さを過大評価してしまう特徴があるものの, 高レイノルズ数を計算できる手法であると言える.

4.4 等温円形ノズルの計算

本節では, D3Q37 モデルを用いて石井らが行なった実験⁽¹¹⁾を計算し, 結果の比較を行う. また, 円形ノズルの計算を行うにあたり, 円を図 4.11 のように近似的に表し, 流入境界条件を課した.

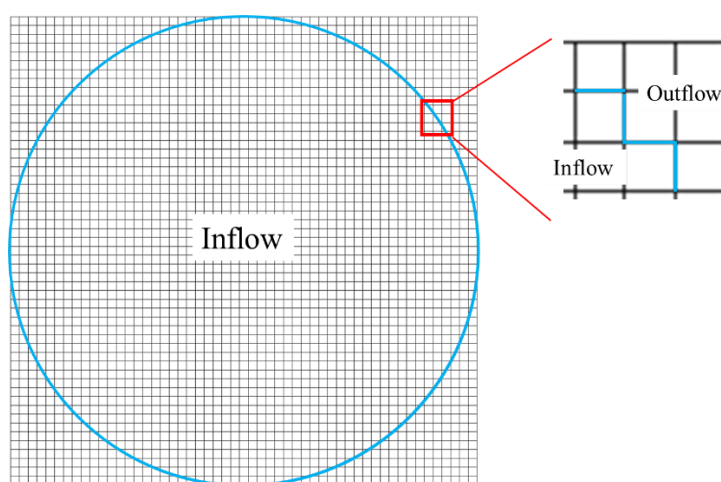


図 4.11 円の近似

4.4.1 計算対象

本節の計算対象は, 円形ノズルによる等温の自由噴流である. 図 4.12 に模式図を示す. また, D はノズル内径であり, 計算領域はノズル出口以降としている.

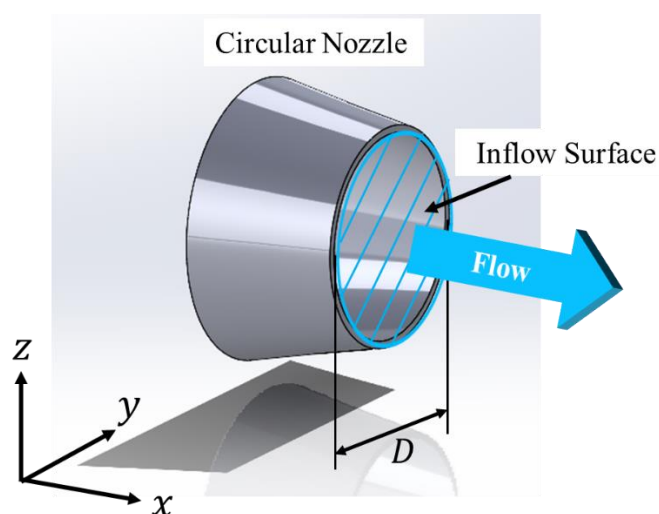


図 4.12 計算対象の模式図

4.4.2 計算条件

計算条件は石井らの実験⁽¹¹⁾と同様とするため，ノズル内径 D は 0.04 [m] ，主流マッハ数は 0.9 ，レイノルズ数は約 8×10^6 とした．また，流入境界は 4.2 節に示した速度境界条件とし，流出境界はノイマン条件とした．その他の境界は大気圧条件とした．主流方向にノズル出口からノズル内径の 8 倍だけ進んだ位置 ($x/D = 8$) の格子幅は $D/50$ とした． $x/D = 8$ 以降は成長率を 1.11 倍とした．ジェット軸に対して垂直方向にはノズル中心からノズル径の 1.2 倍だけ進んだ位置 ($y/D = z/D = 1.2$) の位置で成長率を 1.11 倍とした．また，時間刻み幅は 0.0002 とし，計算ステップを 40 万とした．計算格子を図 4.13 に，計算条件を表 4.2 に示す．

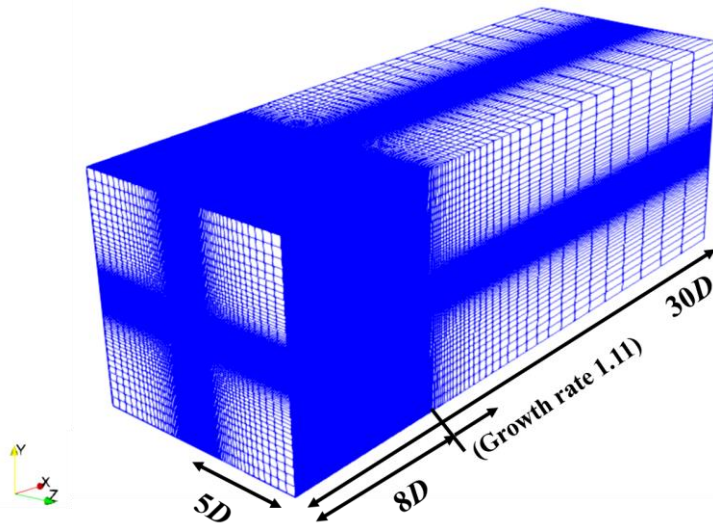


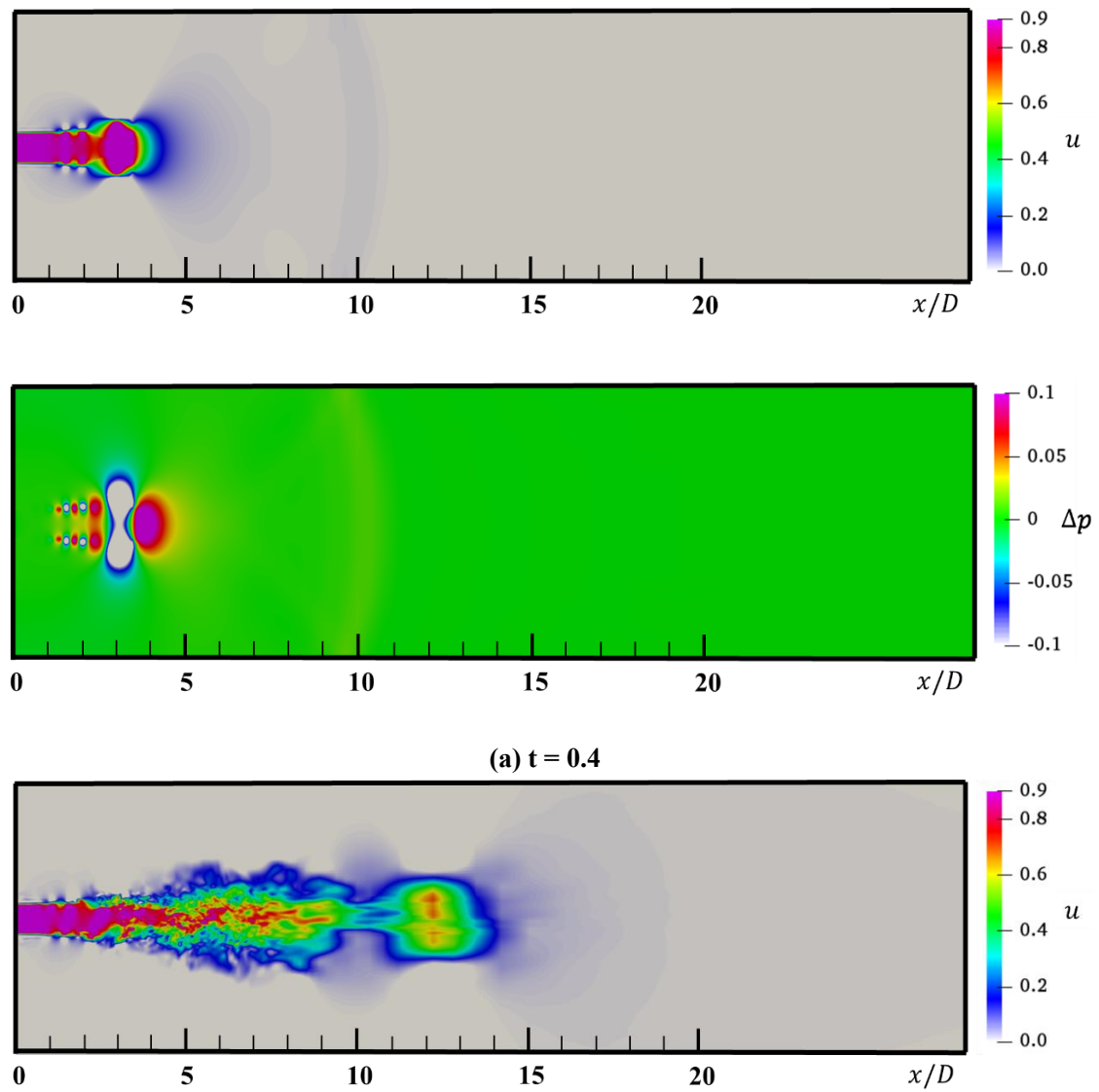
図 4.13 計算格子

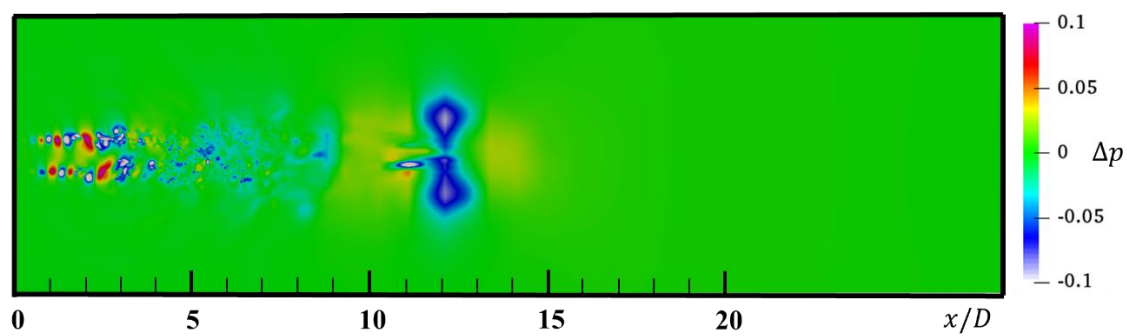
表 4.2 計算条件

Initial density	$\rho_0 = 1.0$
Initial velocity	$(u_0, v_0) = (0, 0)$
Inflow velocity	$(u_{bc}, v_{bc}) = (0.9, 0)$
Characteristic length	$D = 0.04$
Reynolds number	$Re = 8.0 \times 10^6$
Grid points	$(i_{max}, j_{max}, k_{max}) = (408, 142, 142)$
Minimum grid width	$\Delta x_{min} = \Delta y_{min} = \Delta z_{min} = 0.0008$
Time step size	$\Delta t = 0.00002$

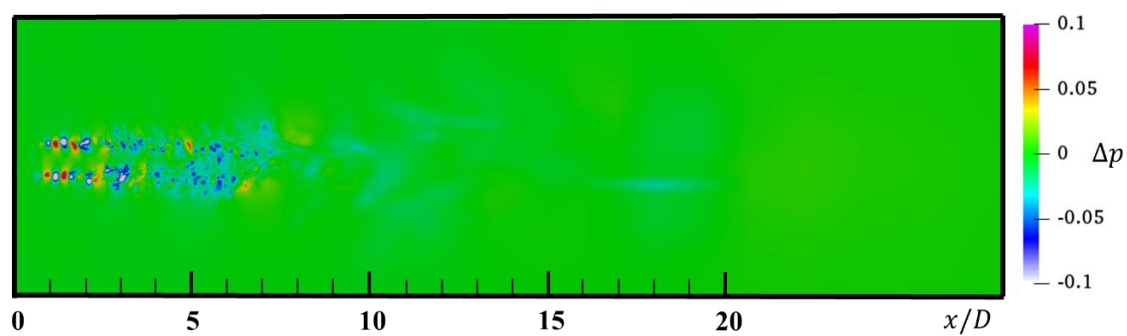
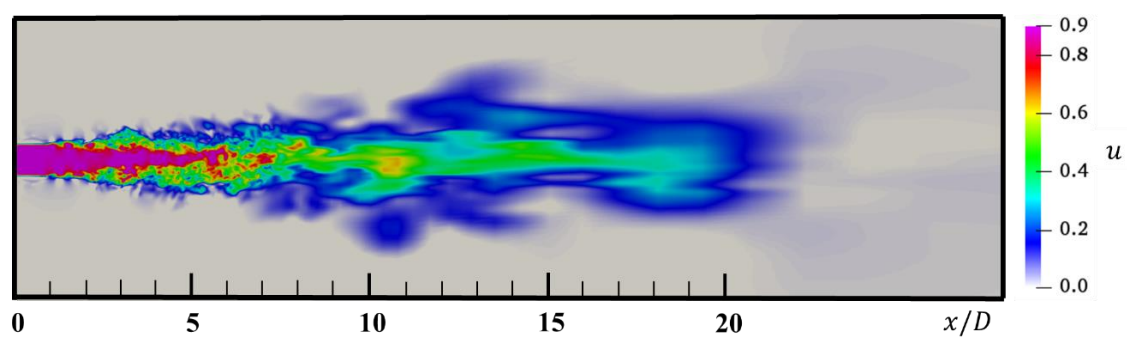
4.4.3 計算結果・考察

図 4.14 にジェットの流れの速度分布および圧力擾乱の時間発展の様子を示す。図 4.14 はノズル中心における xy 断面であり、 t は無次元時間を表している。

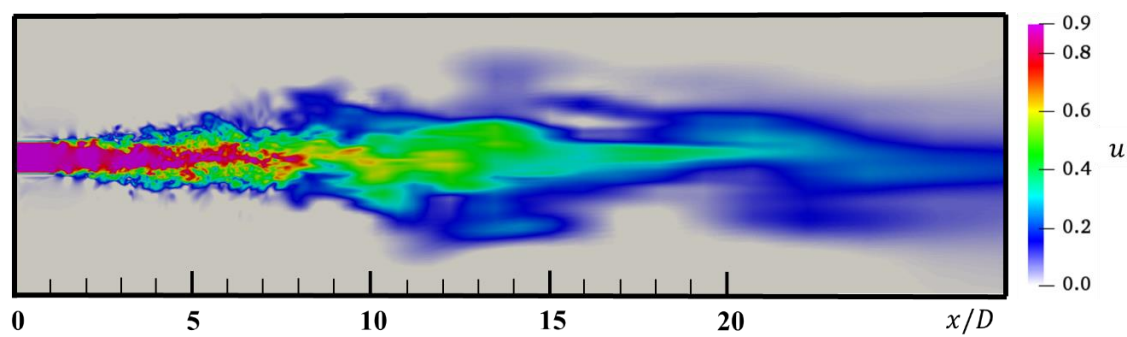


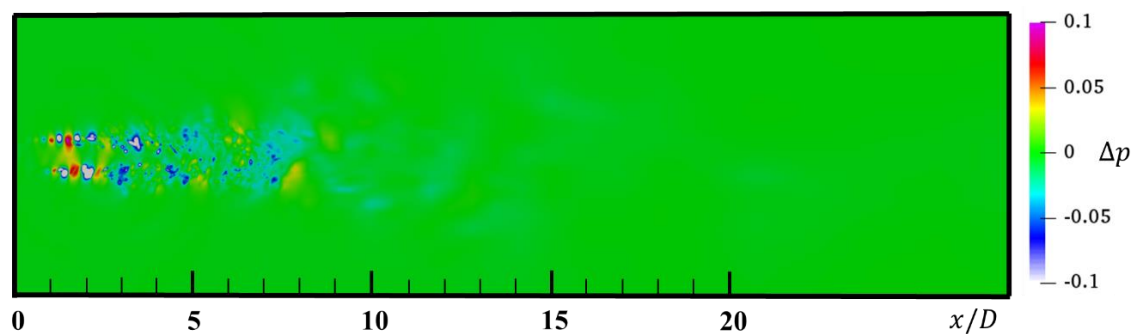


(b) $t = 1.6$

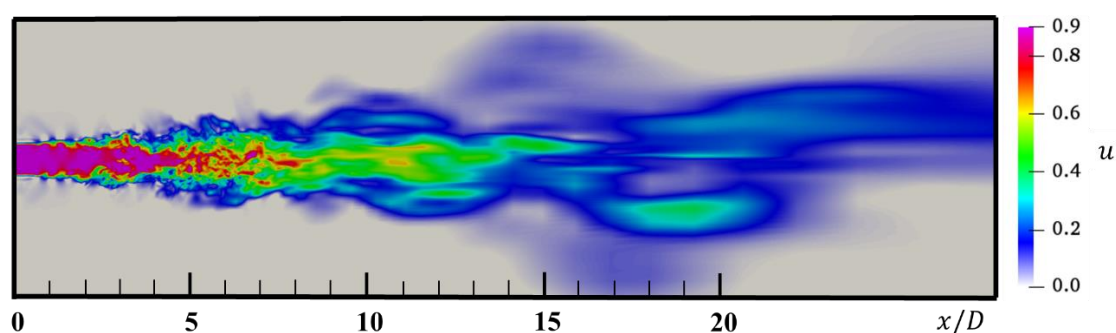


(c) $t = 3.2$





(d) $t = 4.8$



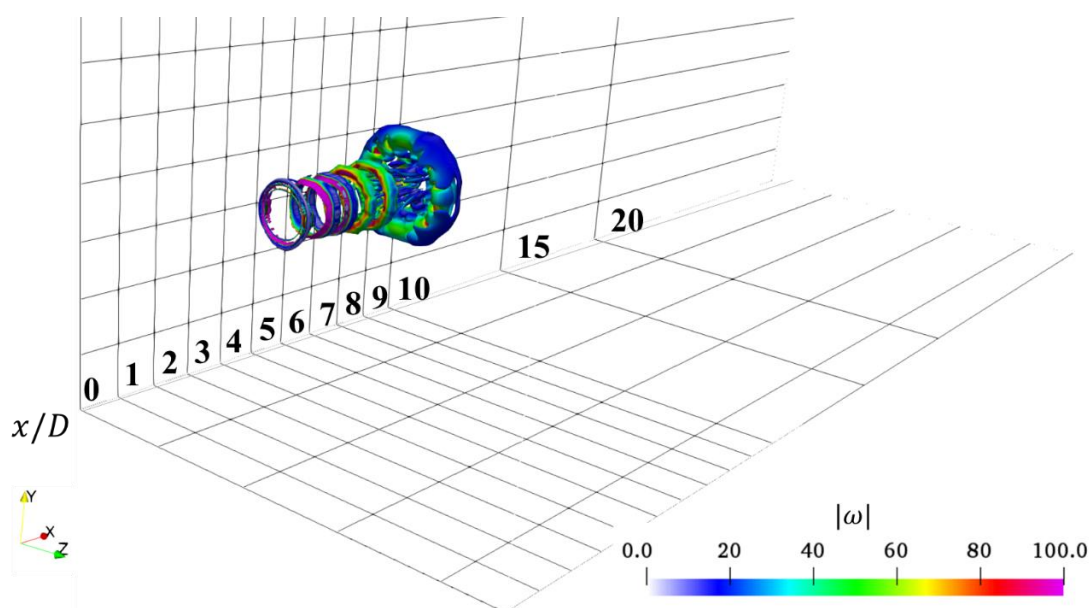
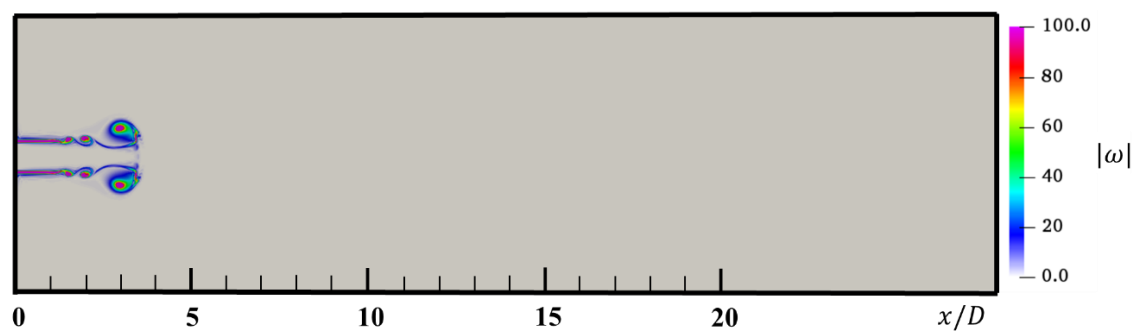
(e) $t = 8$

図 4.14 速度分布および圧力擾乱分布の時間発展の様子

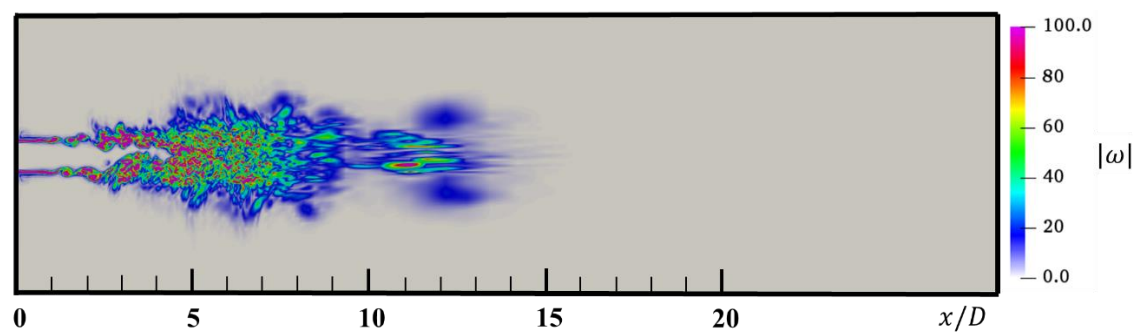
図 4.14 (a) の速度分布ではジェットが流入し，周囲空気の影響を受けることでジェットが乱れ始めることがわかる．圧力擾乱分布では $x/D = 3 \sim 5$ ではジェットが流入したことにより大きな圧力擾乱が発生している． $x/D = 2$ 付近では主流と静止気体間の速度せん断領域で圧力擾乱が生じていることが確認できる．図 4.14 (b) の速度分布ではジェットの先端部分が吸収領域 ($x/D = 8$ 以降) の影響で，先端部分の速度が散逸していることがわかる．圧力擾乱分布では吸収領域の影響でジェットが流入したことにより生じた大きな圧力擾乱が散逸していく様子が確認でき， $x/D = 1 \sim 5$ にかけて圧力擾乱が生じ続けていることがわかる．図 4.14 (c) ~ (e) の速度分布では吸収領域の影響で速度が散逸しているものの，

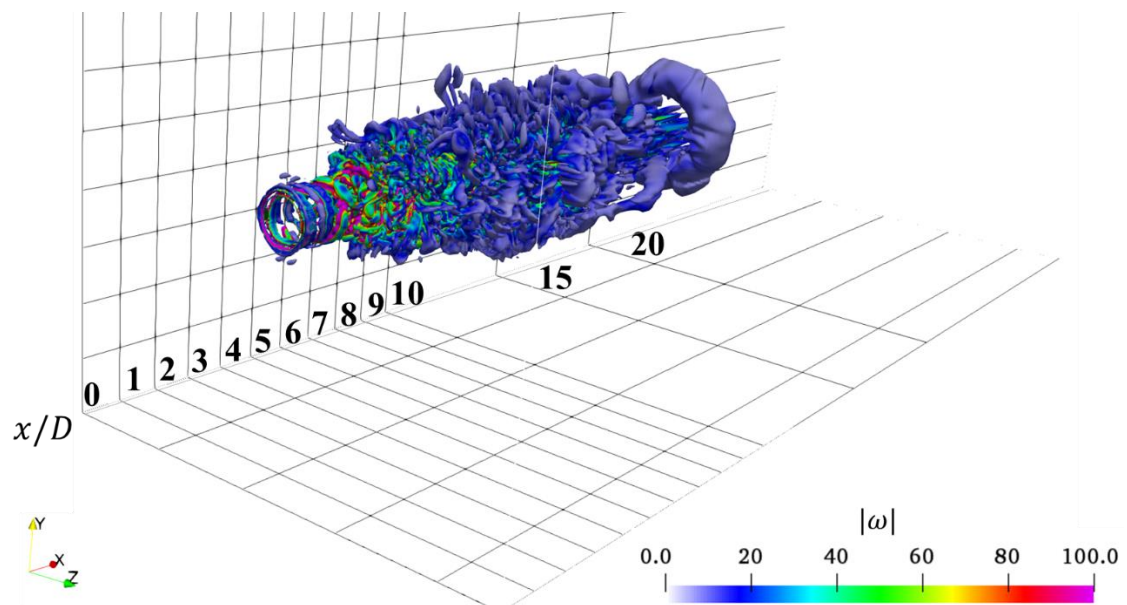
ノズル出口から速度が変化しない領域であるポテンシャルコアが $x/D = 4$ 付近で消滅していることがわかる。圧力擾乱分布では $x/D = 1 \sim 7$ にかけて圧力擾乱が生じ続けていることがわかる。

次に、渦度分布と速度勾配テンソルの第二不変量 (Q 値) の等値面⁽⁵³⁾ ($Q = 10$) に渦度分布で色付けすることで渦構造を可視化した図の時間発展を示す。図 4.15 の t は無次元時間を表す。

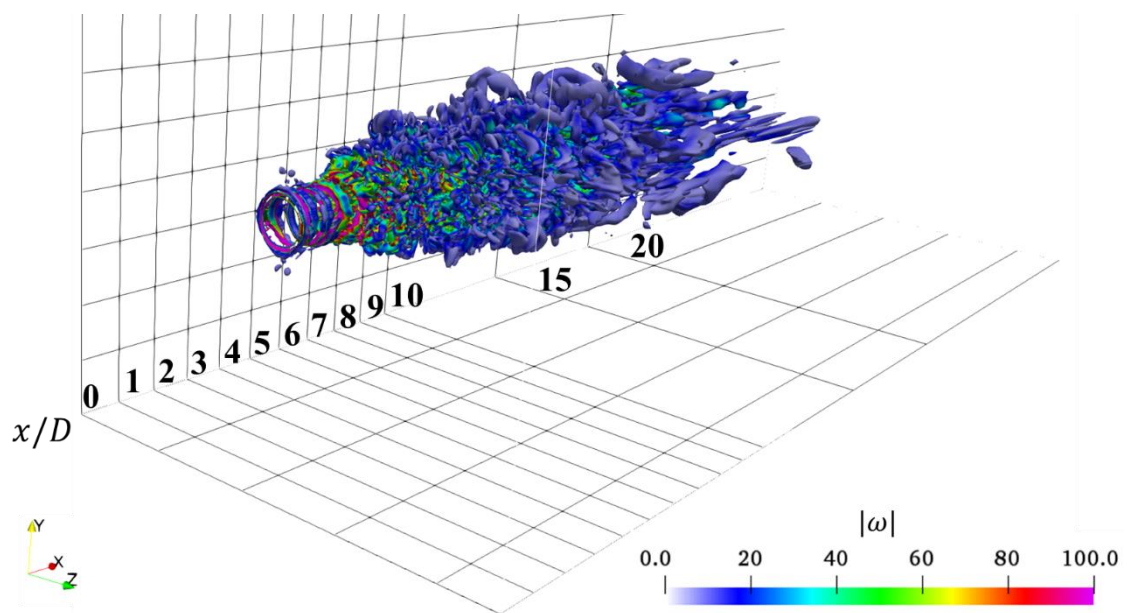
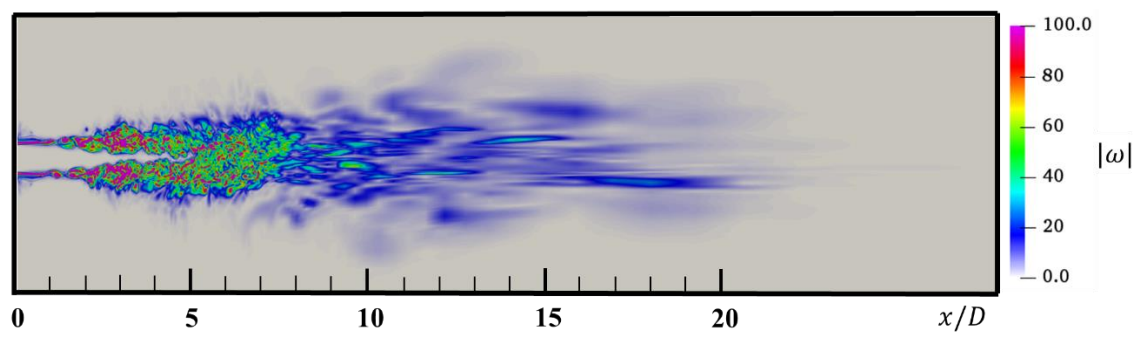


(a) $t = 0.4$

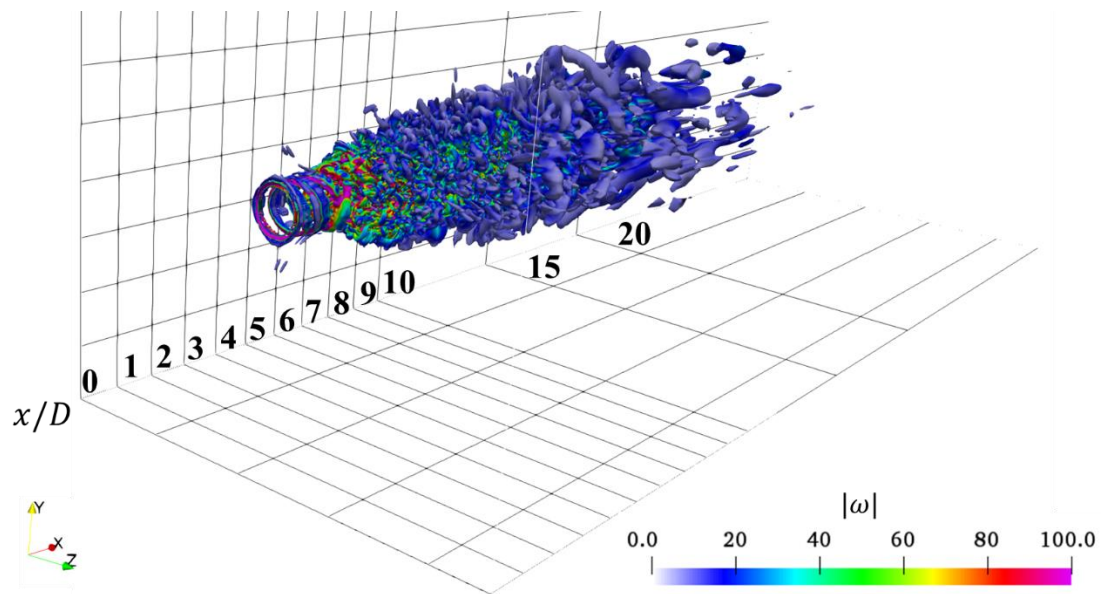
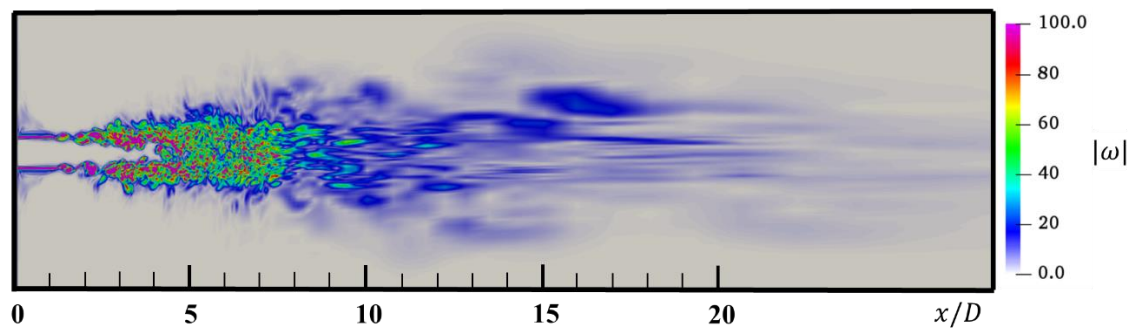




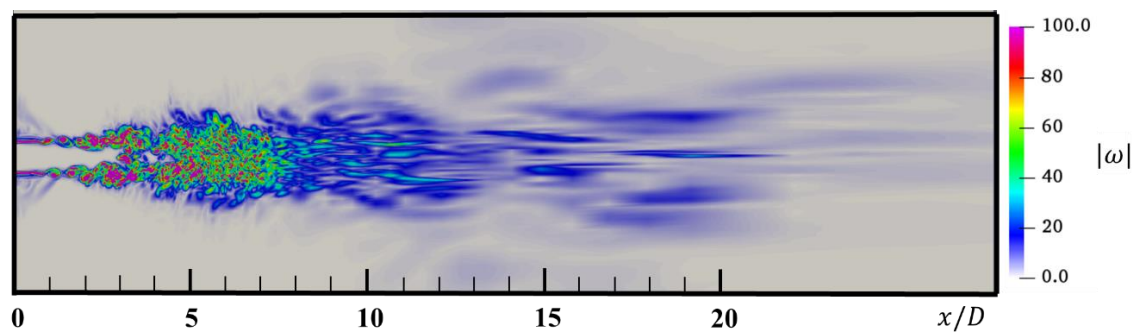
(b) $t = 1.6$



(c) $t = 3.2$



(d) $t = 4.8$



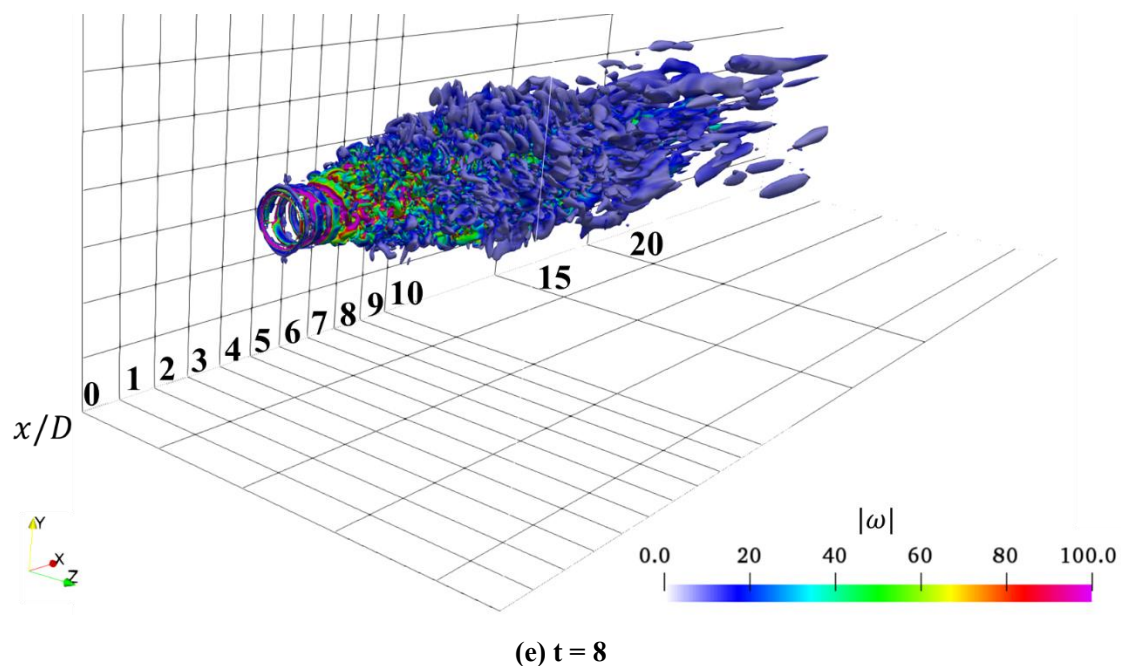


図 4.15 渦度分布と Q 等値面の時間発展の様子

図 4.15 (a) ~ (e) の渦度分布より、速度せん断領域において渦度が大きくなり、散逸していく様子が確認できる。速度せん断領域において $x/D = 0 \sim 2$ 付近までは、渦度が大きな領域となっており、 $x/D = 3$ 以降から渦度が散逸し始めていることがわかる。図 4.15 (a) の Q 等値面では初期ジェットの流れにより大規模な渦輪が生成されていることがわかる。図 4.15 (b) ~ (e) では $x/D = 0 \sim 2$ 付近にかけて複数の渦輪が生成されており、 $x/D = 3$ 以降では発生した渦輪が成長し、周方向の対称性を失うことで流れの 3 次元性が卓越し、渦輪が崩壊・分裂している様子が確認できる。

次に、ジェット軸に対する方位角 $30 [\text{deg}]$ 方向の音圧スペクトルの比較を行う。本計算では図 4.16 の位置 ($x/D = 2 \sim 8$) で圧力擾乱を取得し、離散フーリエ変換⁽⁵⁵⁾を行い、音圧スペクトルを求めた。

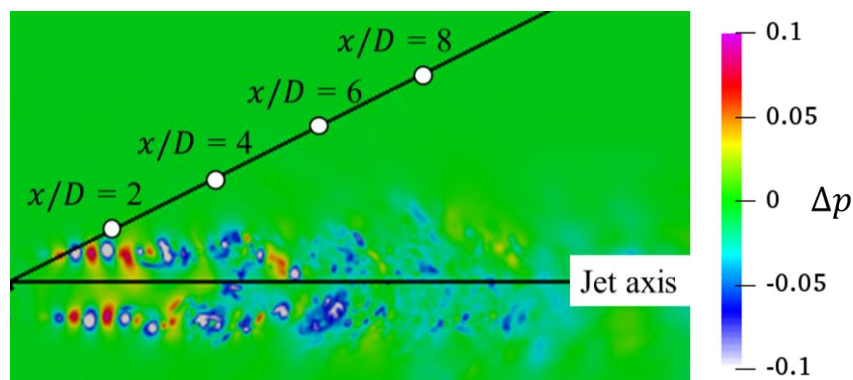


図 4.16 音源取得位置

図 4.17 に音圧スペクトルと 1/3 オクターブバンド分析の比較を示す。 $x/D = 2 \sim 8$ は本計算によって得られた結果である。Exp は石井らによって得られた結果⁽¹¹⁾であり、1/3 オクターブバンド分析を施している。

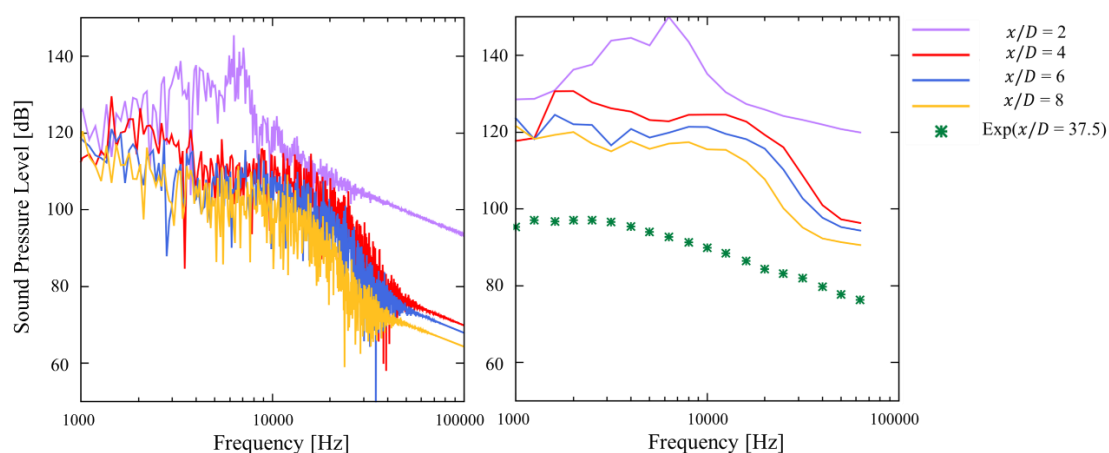


図 4.17 音圧レベルの比較（左図：音圧スペクトル，右図：1/3 オクターブバンド）

図 4.17 より，すべての位置で実験結果よりも大きな音圧レベルとなった。 $x/D = 4 \sim 8$ では $1000 \sim 3000$ [Hz] においてピークを持つことがわかる。 $x/D = 2$ についてはジェットに非常に近いため，主流の影響を受け，ピーク周波数が異なつたと考えられる。ジェット騒音の値が大きくなった理由は 4.3 節で示した通り，速度せん断領域における速度の過大評価によって軸対称の渦輪の崩壊・分裂の過程で生じる圧力擾乱が実現象よりも大きくなったためであると考えられる。また圧縮性 LES を用いた研究⁽⁵⁶⁾では，速度せん断領域の解像度不足により大きな圧力変動と速度変動が生じることで OASPL（Overall Sound Pressure Level）が過大評価されてしまうとの報告がなされており，本計算でも同様のことが生じたと考えられる。一方で，本計算は $x/D = 4 \sim 8$ では $1000 \sim 3000$ [Hz] で最大となり，高周波では減少していく様子が確認できる。実験結果においても同様の傾向を示しているため，ジェット騒音を定性的には評価できたと考えられる。また，計算領域と吸収領域の境界上である $x/D = 4$ で得られた圧力擾乱を JIS Z 8738⁽⁵⁷⁾を用いて遠方場（ $x/D = 37.5$ ）に減衰させることで得られた 1/3 オクターブバンドの結果を比較すると以下の図のようになった。

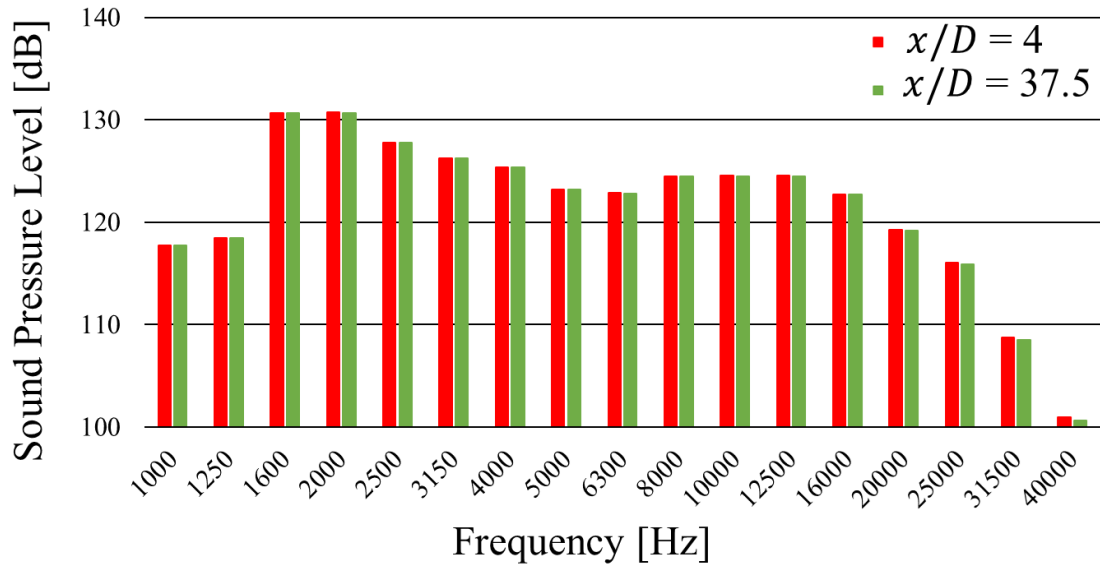


図 4.18 JIS Z 8738⁽⁵⁶⁾ による遠方場の 1/3 オクターブバンド

図 4.18 より, 1/3 オクターブバンドの結果はほとんど変化しないことがわかる. 一方で, 図 4.17 の 1/3 オクターブバンドの $x/D = 6 \sim 8$ の結果では, $x/D = 4$ よりも 4 [dB] 程度減衰しているため, この減衰は吸収領域の数値粘性により生じたと考えられる.

以上のことから, FMT-LBM は従来の LBM と同様に速度せん断の強さを過大評価することで, 圧力擾乱が大きくなるものの, 高レイノルズ数流れを計算できる手法であると言える.

4.5 非等温円形ノズルの計算

本節では, James らの実験⁽⁸⁾を計算する. ジェット中心軸上の速度分布と音響結果を比較する. また前節と同様に円形を図 4.11 のように近似的に表し, 流入境界条件を課した.

4.5.1 計算対象

本節の計算対象は, 円形ノズルによる非等温の自由噴流である. 前節では, ジェットと大気の温度勾配 T_j/T_0 は 1 であったが, 本節では $T_j/T_0 = 2.7$ とする. 図 4.19 に問題設定の模式図を示す. また, D はノズル内径であり, 計算領域はノズル出口以降としている.

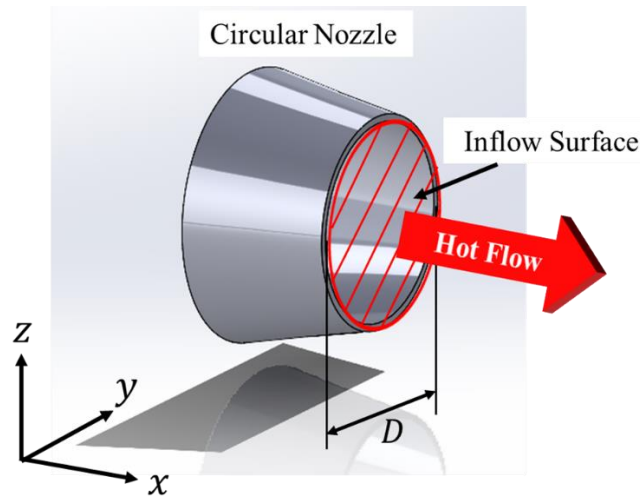


図 4.19 計算対象の模式図

4.5.2 計算条件

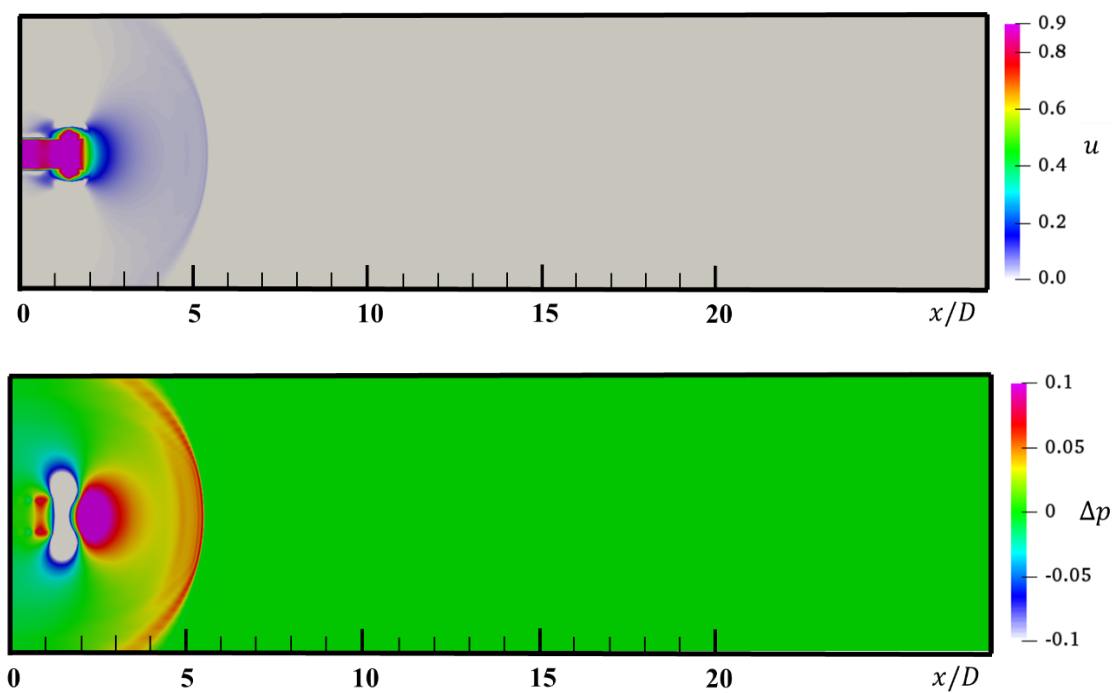
計算条件を James ら⁽⁸⁾と同様とするため、ノズル内径 D を 0.0508 [m]、主流マッハ数を 0.9、レイノルズ数を約 3.7×10^6 とした。また、流入境界はディリクレ条件とし、流出境界はノイマン条件とした。その他の境界は大気圧条件とした。主流方向にノズル出口からノズル内径の 8 倍だけ進んだ位置 ($x/D = 8$) の格子幅は $D/50$ とした。 $x/D = 8$ 以降は成長率を 1.11 倍とした。ジェット軸に対して垂直方向にはノズル中心からノズル径の 1.2 倍だけ進んだ位置 ($y/D = z/D = 1.2$) の位置で成長率を 1.11 倍とした。計算格子は図 4.13 と同様であり、計算条件を表 4.3 に示す。

表 4.3 計算条件

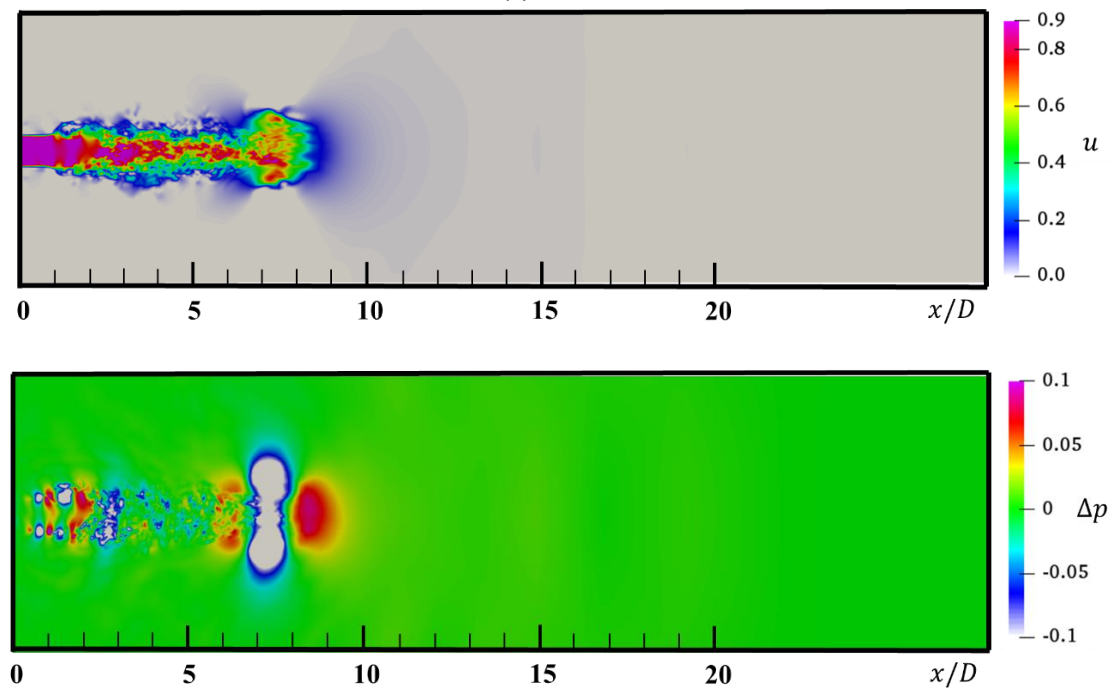
Initial density	$\rho_0 = 1.0$
Initial velocity	$(u_0, v_0) = (0, 0)$
Inflow velocity	$(u_{bc}, v_{bc}) = (0.9, 0)$
Temperature ratio	$T_j/T_0 = 2.7$
Characteristic length	$D = 0.0508$
Reynolds number	$Re = 3.7 \times 10^6$
Grid points	$(i_{max}, j_{max}, k_{max}) = (408, 142, 142)$
Minimum grid width	$\Delta x_{min} = \Delta y_{min} = \Delta z_{min} = 0.001016$
Time step size	$\Delta t = 0.00002$

4.5.3 計算結果・考察

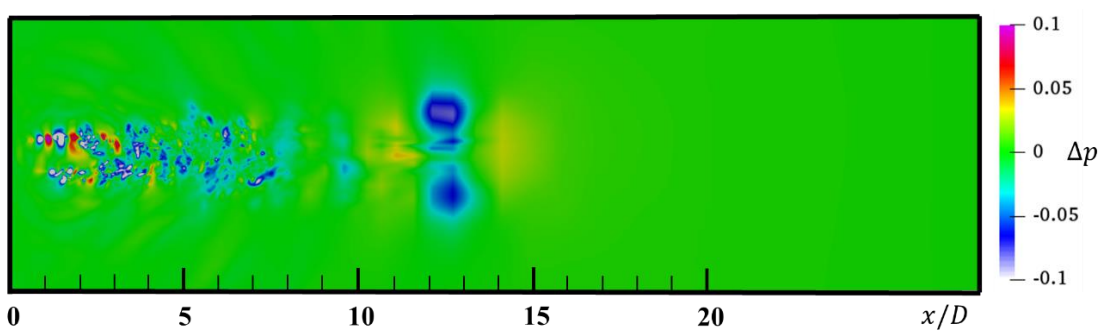
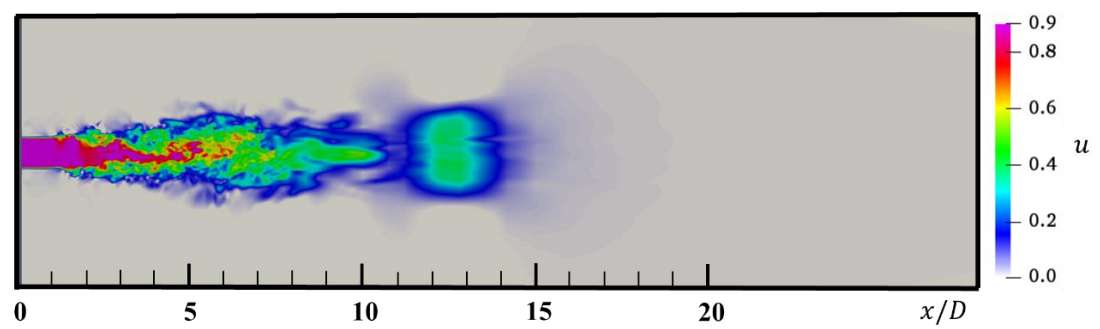
図 4.20 にジェットの流れの速度分布および圧力擾乱の時間発展の様子を示す。図 4.20 はノズル中心における xy 断面であり、 t は無次元時間を表している。



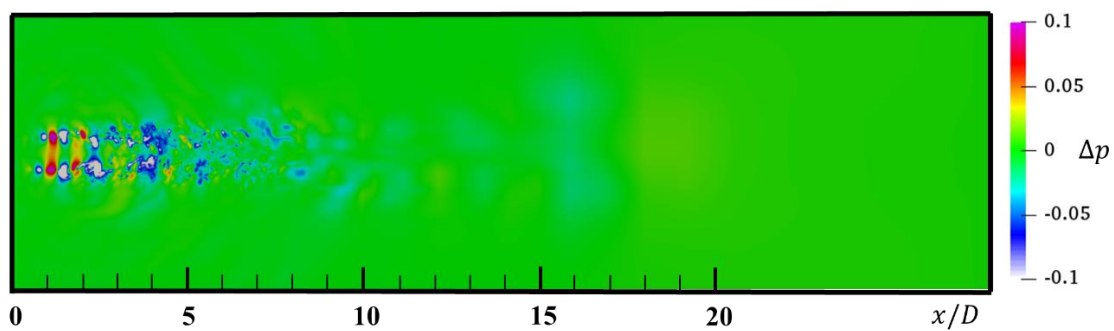
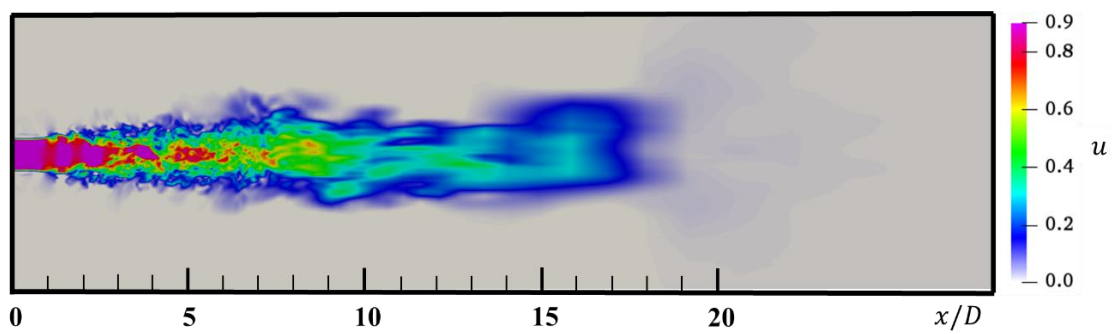
(a) $t = 0.4$



(b) $t = 1.6$



(c) $t = 3.2$



(d) $t = 4.8$

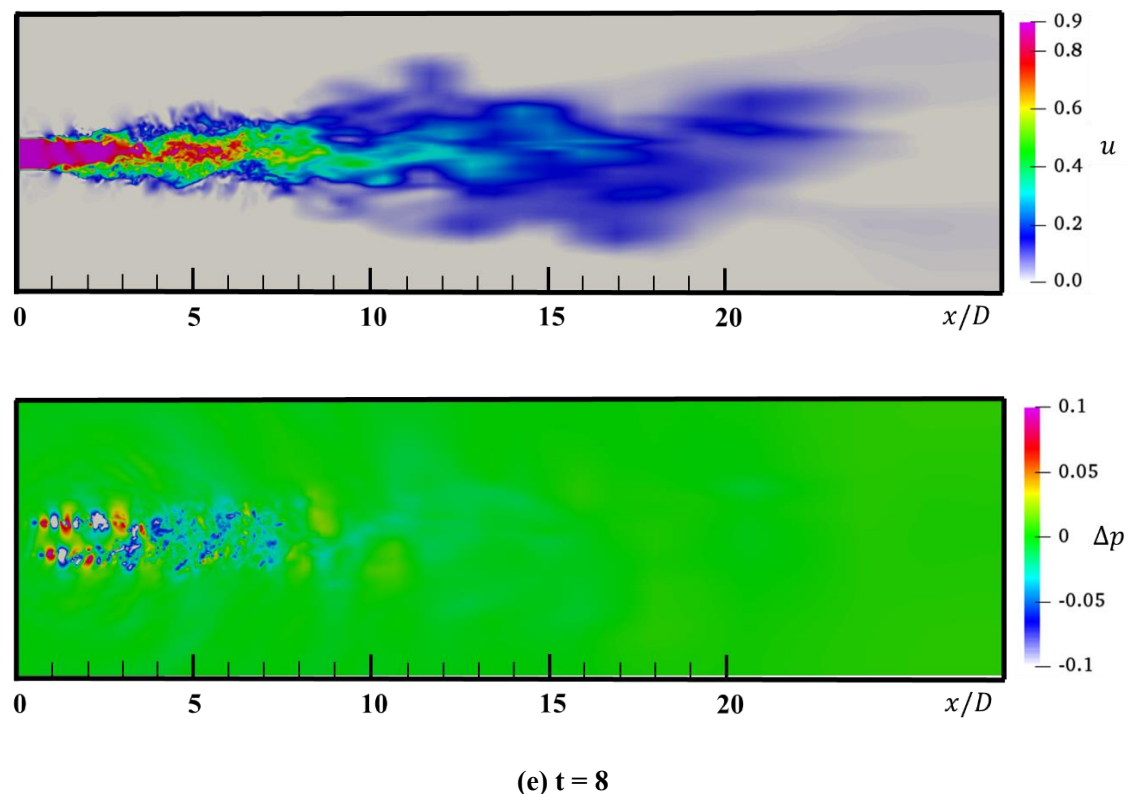
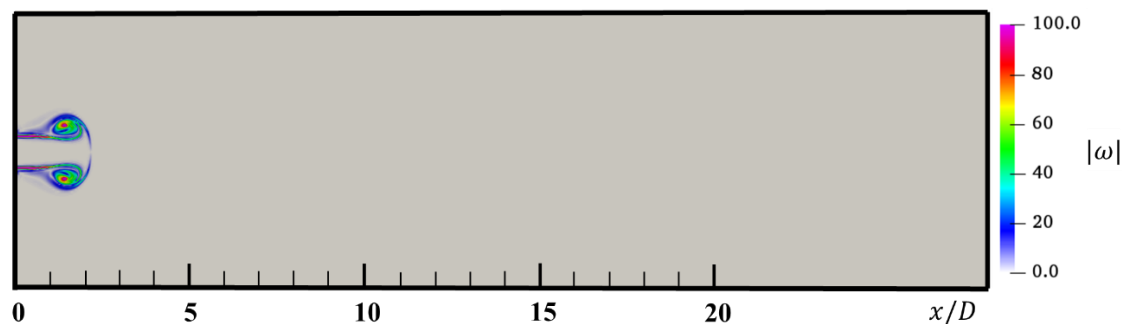
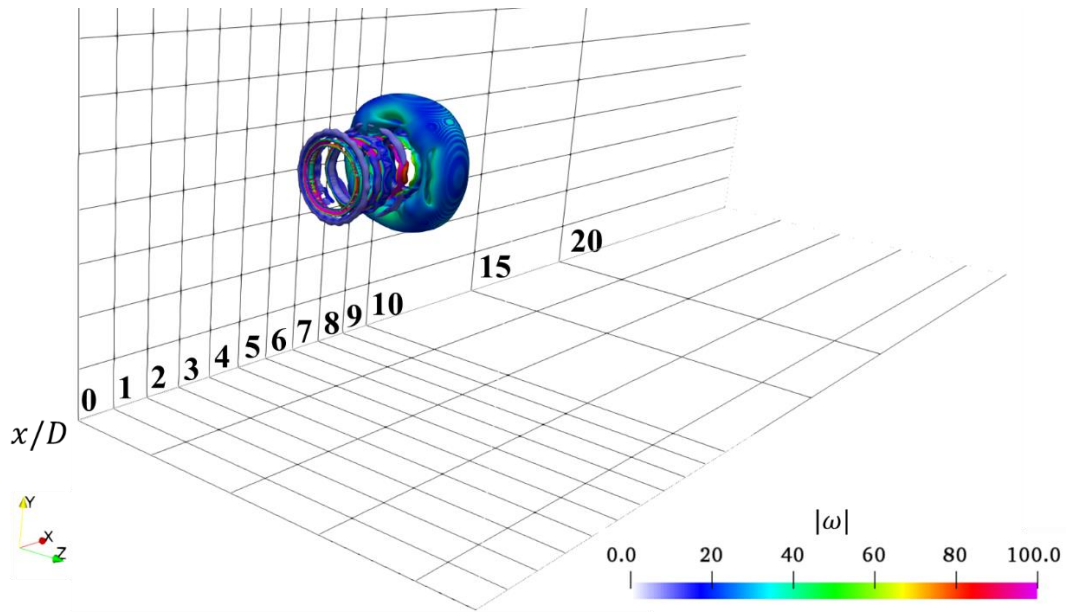


図 4.20 速度分布および圧力擾乱分布の時間発展の様子

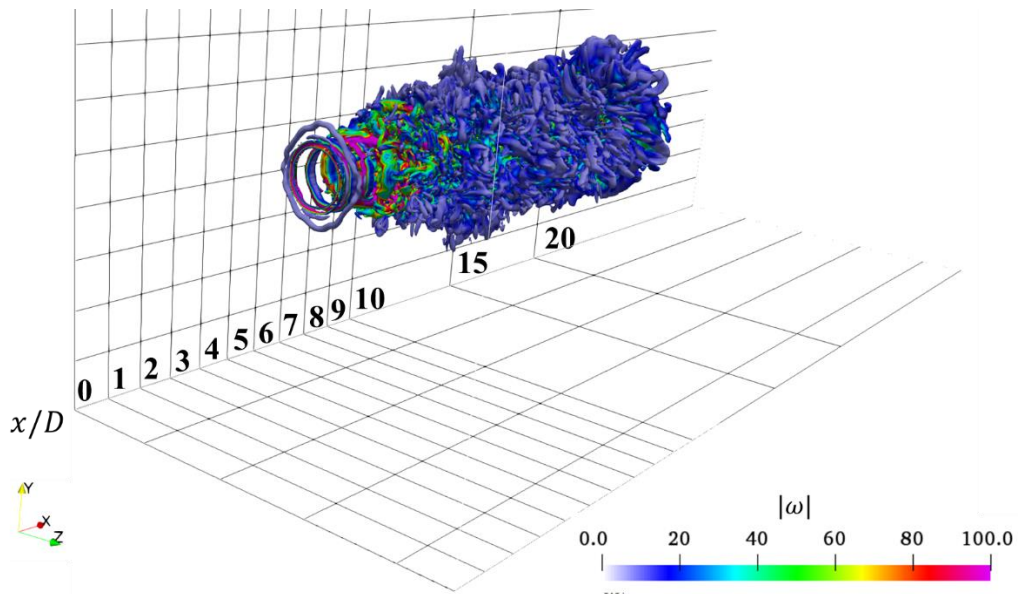
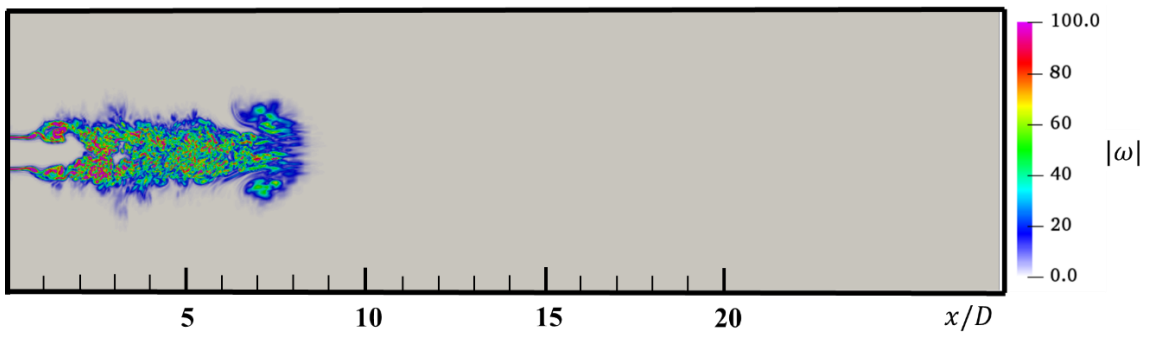
図 4.20 (a) の速度分布ではごく初期ジェットの入流によって、円弧状の弱い衝撃波が先行し、静止気体を伝播している。これは熱流体解析であるために確認できた圧縮性流れの特徴である。また、周囲空気の影響を受けることでジェットが乱れ始めることがわかる。圧力擾乱分布では $x/D = 3 \sim 5$ ではジェットが入流したことにより圧力擾乱が発生している。それ以降の流動の様子は前節と同様である。

次に、渦度分布と速度勾配テンソルの第二不変量 (Q 値) の等値面⁽⁵³⁾ ($Q = 10$) に渦度分布で色付けすることで渦構造を可視化した図の時間発展を示す。

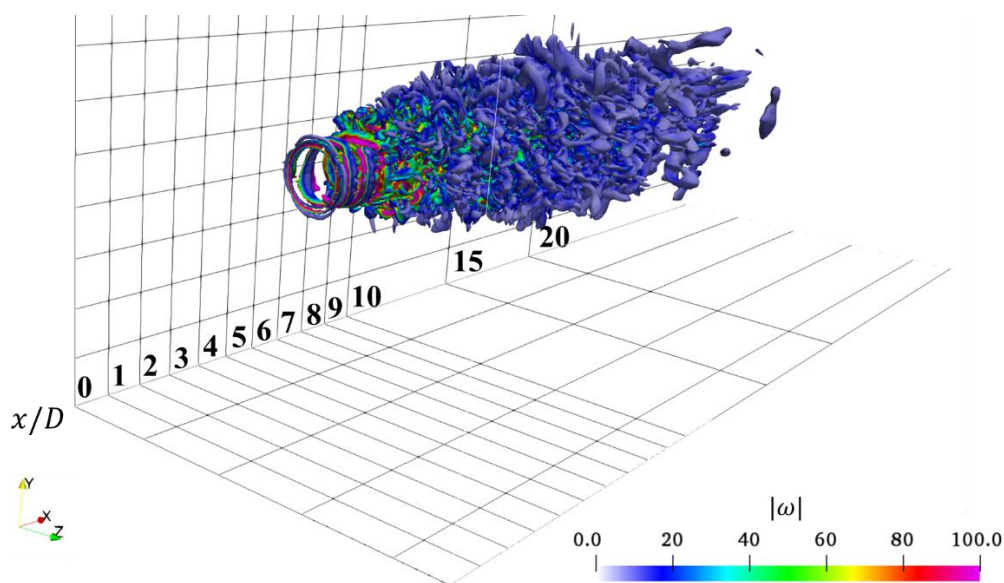
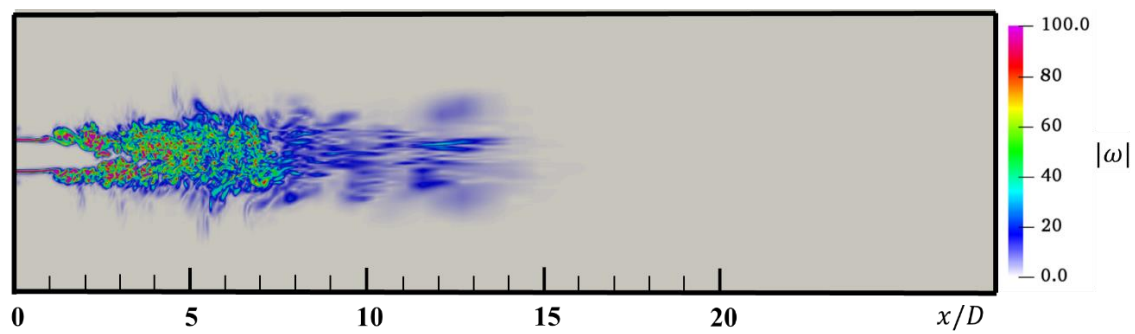




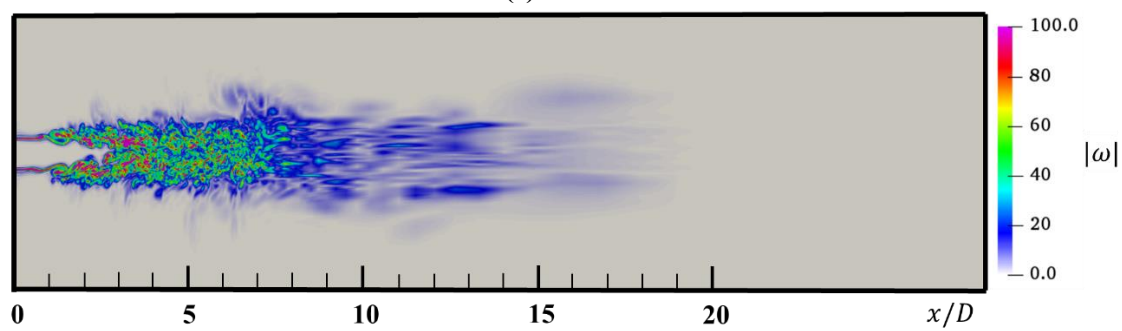
(a) $t = 0.4$

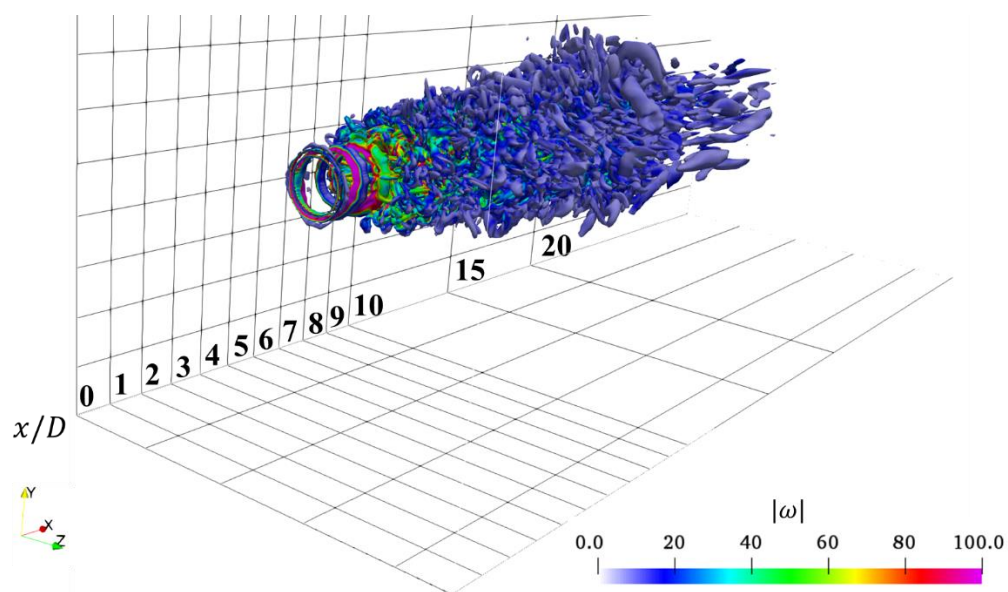


(b) $t = 1.6$

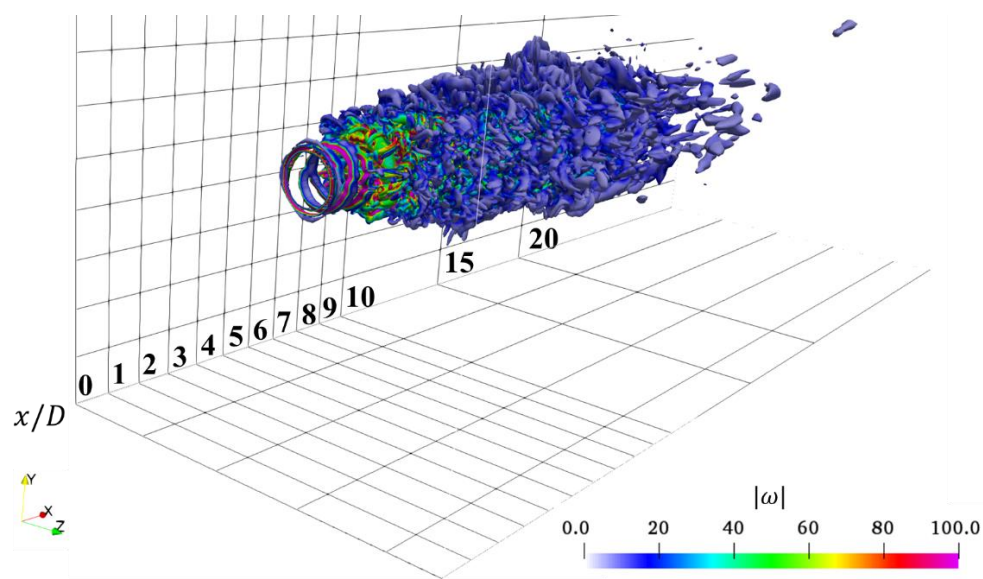
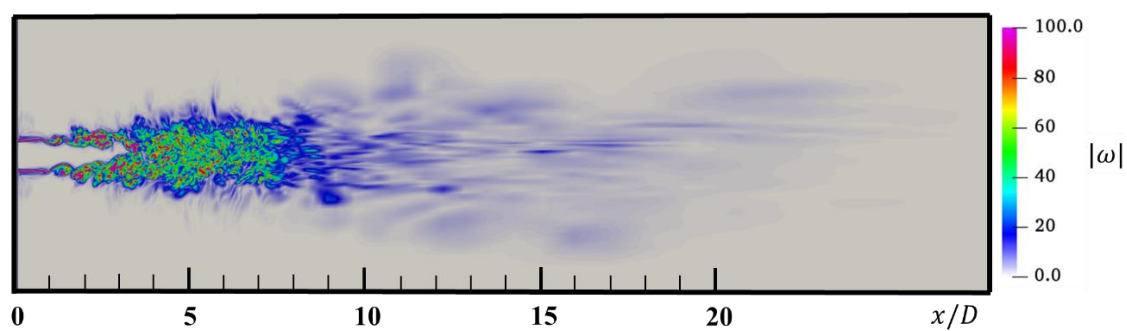


(c) $t = 3.2$





(d) $t = 4.8$



(e) $t = 8$

図 4.21 渦度分布と Q 等値面の時間発展の様子

図 4.21 (a) ~ (e) の渦度分布より，速度せん断領域において渦度が大きくなり，散逸していく様子が確認できる．速度せん断領域において $x/D = 0 \sim 2$ 付近までは，渦度が大きな領域となっており， $x/D = 3 \sim 5$ にかけて渦度が散逸し始めていることがわかる．図 4.21 (a) の Q 等値面では初期ジェットの流れにより大規模な渦輪が生成されていることがわかる．図 4.21 (b) ~ (e) では $x/D = 0 \sim 2$ 付近にかけて複数の渦輪が生成されており， $x/D = 3$ 以降では発生した渦輪が成長し，周方向の対称性を失うことで流れの 3 次元性が卓越し，渦輪が崩壊・分裂している様子が確認できる．

次に，時間平均したジェットの中心速度の実験結果⁽⁸⁾との比較を示す．以下の図の u_c/U_j はジェットの中心速度と流入境界の速度の比である． x/D はノズル出口からの距離をノズル内径 D で表している．図 4.22 より，本計算は $x/D = 3$ で実験よりも小さな値となったものの，他の位置においては実験と同様の傾向を示していることがわかる．このことから，FMT-LBM は高レイノルズ数で温度勾配がある流れであってもジェットの中心のような変化の少ない領域を正確に計算することのできる手法であると考えられる．

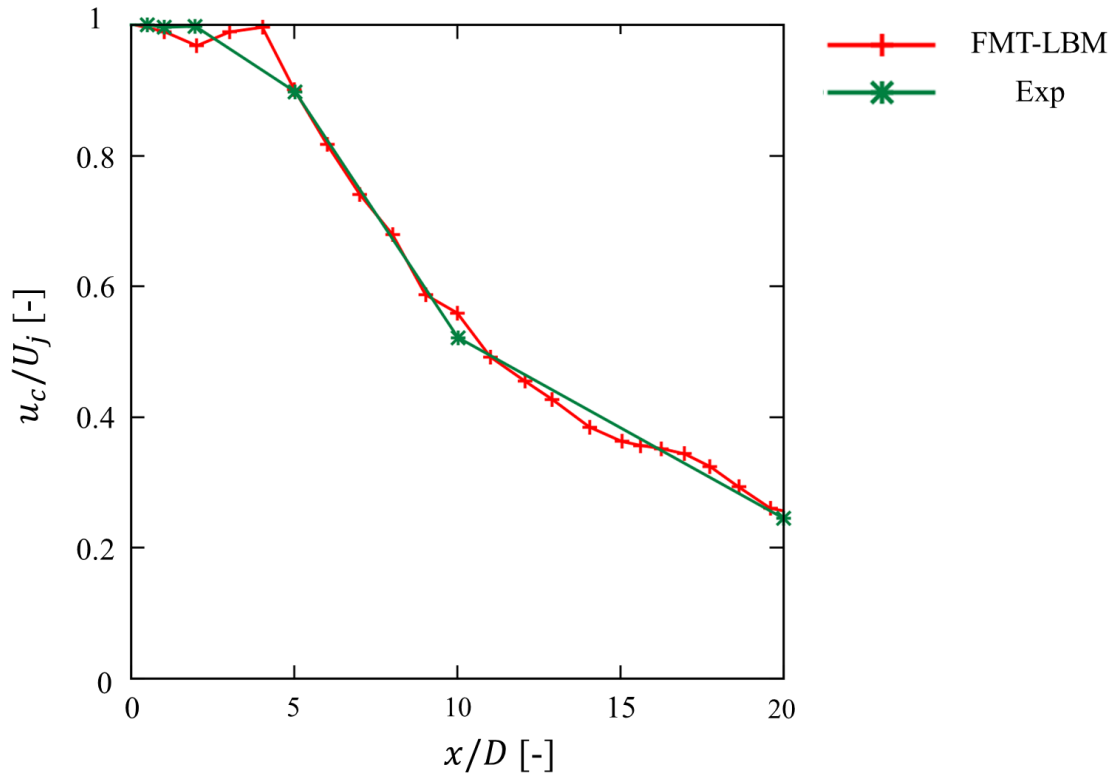


図 4.22 速度分布の比較

次に、ジェット軸に対する方位角 30 [deg] 方向の音圧スペクトルの比較を行う。本計算では図 4.23 の位置 ($x/D = 4, 6$) で圧力擾乱を取得し、離散フーリエ変換⁽⁵⁵⁾を行い、音圧スペクトルを求めた。

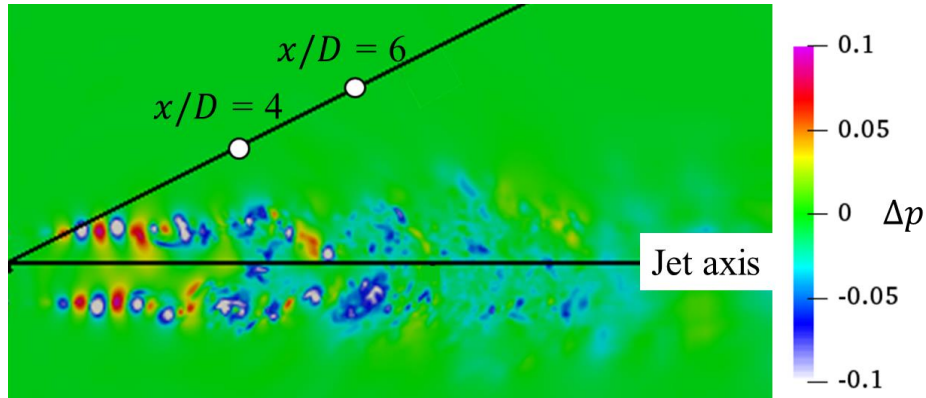


図 4.23 音源取得位置

図 4.24 に音圧スペクトルと 1/3 オクターブバンド分析の比較を示す。 $x/D = 4, 6$ は本計算によって得られた結果であり、ノズル出口の中心からの距離をノズル内径 D を用いて表している。Exp は James らによって得られた結果⁽⁸⁾であり、1/3 オクターブバンド分析を施している。以下の図に音圧スペクトルと 1/3 オクターブバンド分析の比較を示す。

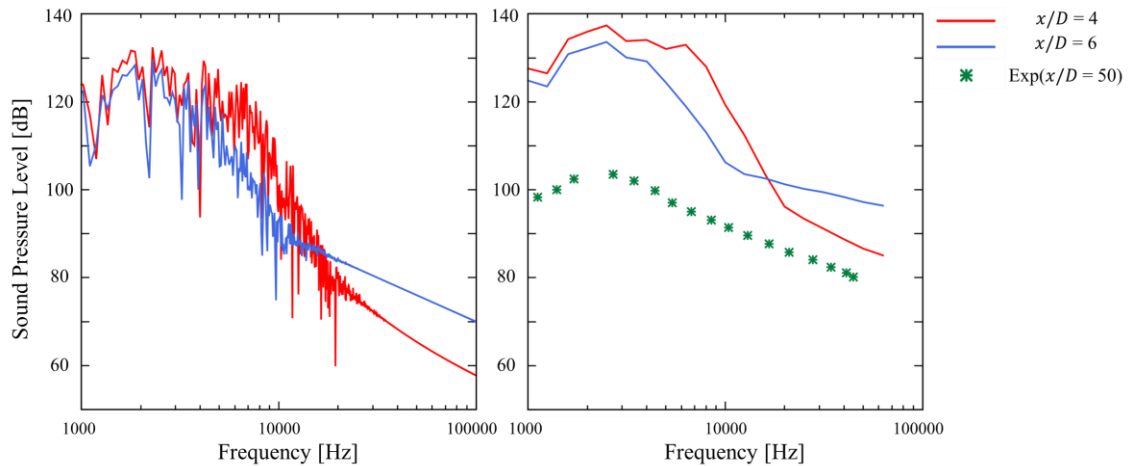


図 4.24 音圧レベルの比較（左図：音圧スペクトル，右図：1/3 オクターブバンド）

図 4.24 より、 $x/D = 4, 6$ で実験結果よりも大きな音圧レベルとなり、2000 ~ 3000 [Hz] において最大となることがわかる。ジェット騒音の値が大きくなった理由は 4.3 節で示した通り、速度せん断領域における速度の過大評価によって軸対称の渦輪の崩壊・分裂の過程で生じる圧力擾乱が実現象よりも大きくなったためであると考えられる。圧縮性 LES を用いた研究⁽⁵⁶⁾では、速度せん断領域の解像度不足により大きな圧力変動と速度変動が生じることで OASPL が過大評価されてしまうとの報告がなされているため、本計算でも同様のこと

が生じたと考えられる．一方で，高周波では減少していく様子が確認でき，実験結果においても同様の傾向を示しているため，ジェット騒音を定性的には評価できたと考えられる．

以上のことから，FMT-LBM は従来の LBM と同様に速度せん断の強さを過大評価することで，圧力変動が大きくなるものの，高レイノルズ数かつ非等温流れ場を計算できる手法であると言える．また，温度勾配のある流れ場の計算ができたことから，本計算コードは実機のノズル出口以降の流れ場においても適用可能であると考えられる．

4.6 まとめ

本章では，FMT-LBM は格子解像度が十分高ければ非物理的な流れの加速を抑制可能で $Re = 10^6$ 程度の熱流体解析を実現できることを示した．また，流入境界を速度境界条件とすることでディリクレ条件よりも非物理的な流れの加速を抑制できることを示した．また，FMT-LBM へ SGS モデルを実装することにより速度せん断領域における速度のオーバーシュートをわずかに抑制できることを示した．等温・非等温円形ノズルの計算ではジェットによる音源の生成を捉えることができ，渦の生成から崩壊・分裂までを捉えることができた．音圧レベルの比較では過大評価するが，ピーク周波数などでは実験と同様の傾向であったことからジェット騒音を定性的に評価できることを示した．

以上のことから，FMT-LBM は従来の LBM では計算が困難であった高レイノルズ数流れや温度勾配のある流れを計算でき，ジェット騒音の発生と伝播を定性的に評価できる手法であると言える．

温度勾配がある流れ場を計算できたことによって，本計算コードは実機のノズル出口以降の流れ場においても適用可能である．また，自由噴流のせん断層に速度擾乱を付加した LES と遠方音場のモデルを用いた計算では音圧レベルが実験値に近い値となり，速度擾乱を付加しない LES では本計算と同様に大きな音圧レベルとなることが報告されている⁽⁵⁶⁾．よって，本計算コードもせん断層に速度擾乱を付加することで自由噴流による音の発生・伝播を数値的に再現できると考えられる．

第5章 結論

本研究ではジェット騒音の予測に向けた FMT-LBM による流体計算コードの開発を目的とし、2次元円柱周りの音響計算と3次元自由噴流の流体・音響計算を行なった。

まず、D2Q9 モデルを用いて2次元円柱周りの音響計算を行い、解析解とほぼ同等の値を得ることができ、LEE と比較して高精度かつ短時間に計算ができることを示した。また、GPU を用いた計算を行うことで計算時間を大幅に短縮し、更に Ramping-function を用いることで計算時間を5分程度にまで短縮することができた。このことから、物体反射を伴う音の伝播解析において、非常に有効であることを示した。

次に、D3Q37 モデルを用いて自由噴流場の計算を行なった。FMT-LBM は流れ場に対する解像度が不足している場合、速度が増加してしまうが、十分な解像度があれば抑制できることを示した。さらに流入境界を速度境界条件とすることでディリクレ条件よりも速度の増加を抑制できることを示した。

四角形ノズルの流体計算では、ジェットによる音源の生成と渦の生成から崩壊・分裂までを捉えることができた。渦度分布が実験結果と同様の傾向であることを示し、SGS モデルを実装することにより速度せん断領域における速度のオーバーシュートを抑制できることを示した。

等温・非等温円形ノズルの流体・音響計算では、ジェットによる音源の生成と渦の生成から崩壊・分裂までを捉えることができた。音圧レベルを過大評価するが、ピーク周波数などが実験結果と同様の傾向であったことからジェット騒音を定性的に評価できることを示した。

以上のことから、FMT-LBM は LEE と比較して、短時間かつ高精度に流体騒音を捉えることができ、従来の LBM と比較して、高レイノルズ数流れかつ温度勾配のある流れを計算することのできる手法であると言える。

本計算コードにスマゴリンスキー定数の調整または減衰モデルの導入と速度せん断領域への速度擾乱の付与⁽⁵⁶⁾を行なえば、ジェット騒音の遠方での音圧レベルを数値的に再現できる可能性が高い。LES や DNS による既存の音響計算では到底不可能な複雑形状ノズルからの騒音解析を実現することもできよう。FMT-LBM に SGS モデルを実装した手法は計算コストが非常に低いことから、低騒音の次世代航空機の開発に貢献できる手法である。

付録

模型用ジェットエンジンへの適用

本研究室所有の模型用ジェットエンジンである Jet cat 社の P160SX を用いた実験⁽⁵⁸⁾の音響結果の比較を行う．これまでに推力やジェット騒音の計測^{(58)~(61)}などを行なってきた実績がある．表 1 に P160SX の仕様を，図 1 に試験装置の外観を示す．

表 1 P160SX の仕様

Size	$\phi 112 \times 320 \text{ mm}$
Mass	1.59 kg
Maximum thrust	160 N
Maximum rotational speed	125,000 rpm
Maximum exhaust temperature	750 °C

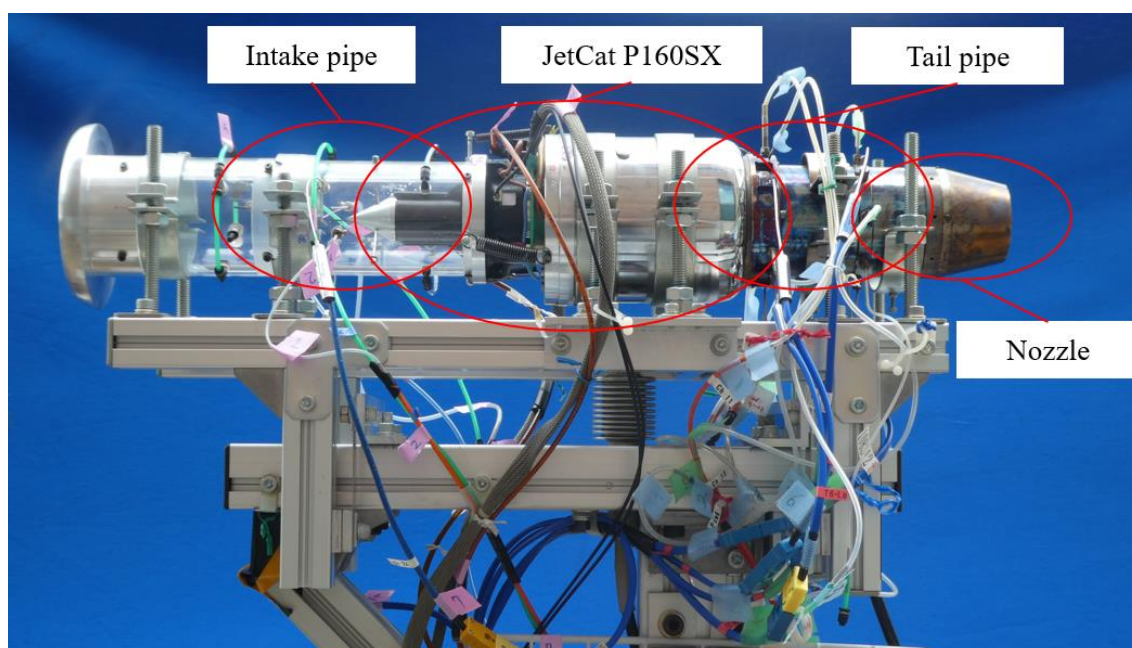


図 1 試験装置の外観

計算対象は，P160SX のノズル出口以降とする．計算格子は 4.4，4.5 節と同様である．計算条件は，文献⁽⁵⁸⁾と同様とし，表 2 に示す．また，流入境界をディリクレ条件とし，実験⁽⁵⁸⁾は高知工科大学香美グラウンドで行なったことから，流入境界を除いた流入側の境界面と流出境界をノイマン条件とし，その他は大気圧条件とした．

表 2 計算条件

Initial density	$\rho_0 = 1.0$
Initial velocity	$(u_0, v_0) = (0, 0)$
Inflow velocity	$(u_{bc}, v_{bc}) = (0.649, 0)$
Temperature ratio	$T_j/T_0 = 3.0$
Characteristic length	$D = 0.046$
Reynolds number	$Re = 1.7 \times 10^6$
Grid points	$(i_{max}, j_{max}, k_{max}) = (408, 142, 142)$
Minimum grid width	$\Delta x_{min} = \Delta y_{min} = \Delta z_{min} = 0.00092$
Time step size	$\Delta t = 0.00002$

計算結果として音圧スペクトルの比較のみ示す．本計算の音圧スペクトルはジェット軸に対する方位角 30 [deg] の $x/D = 4$ の位置で取得した圧力擾乱を離散フーリエ変換⁽⁵⁵⁾することで求め、JIS Z 8738⁽⁵⁷⁾を用いることで遠方場の音圧スペクトルとした．

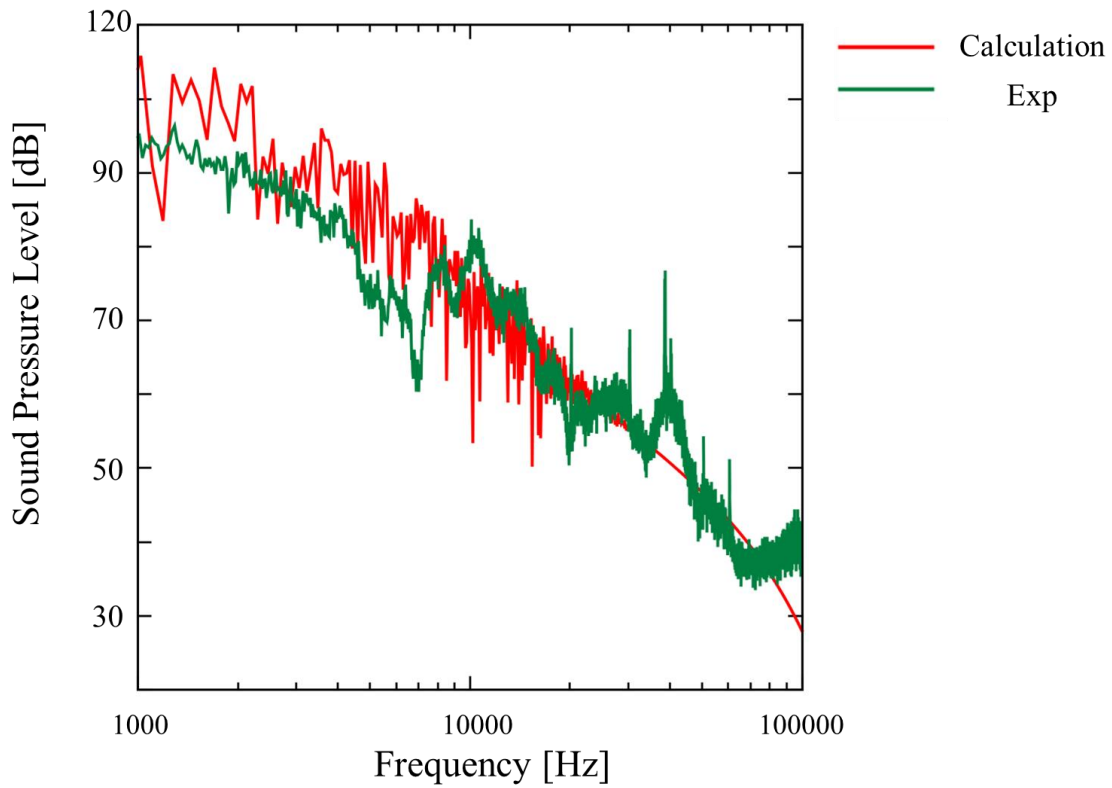


図 2 音圧スペクトルの比較

図 2 より，計算結果は実験結果よりも大きな音圧レベルとなったが，実験結果と同様に 1000~3000 [Hz] において最大となり，高周波では減衰していくことがわかる．4.4，4.5 節よりも実験結果に近づいた値が得られた．以下の図にノズル出口近傍の時間平均した速度分布 (\bar{u}) を示す．

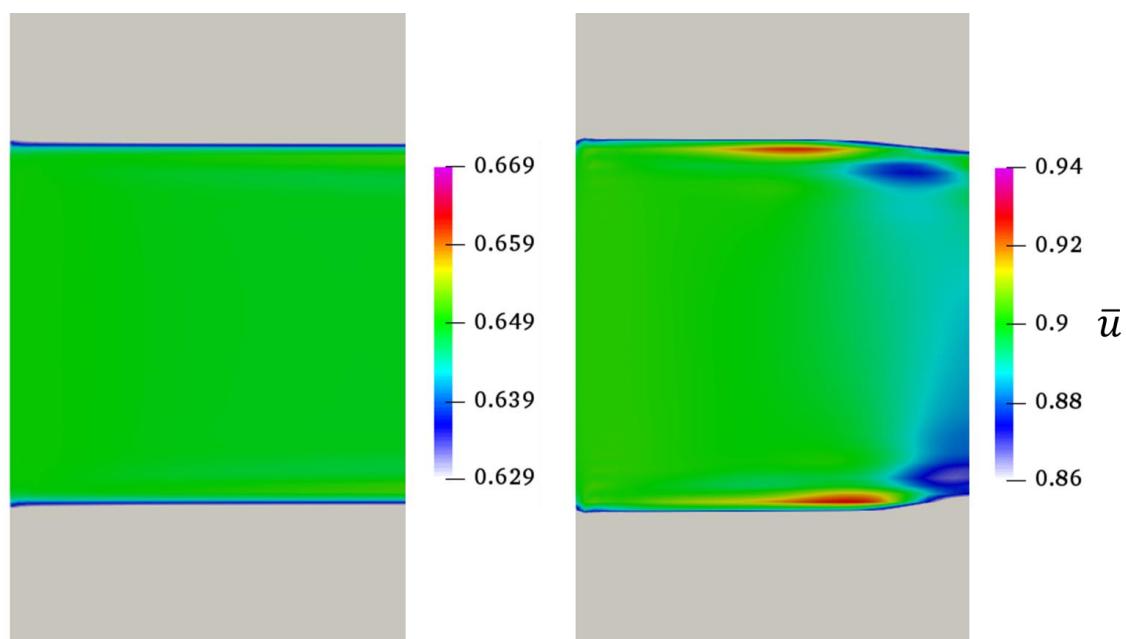


図 3 時間平均速度分布（左図：本付録の結果，右図：4.5 節の結果）

図 3 より，速度せん断領域の加速を抑制できていることがわかる．計算条件の違いは流入側の境界面をノイマン条件とした点のみであることから，計算領域内にノズルを配置し，その周囲に格子を生成して，FMT-LBM を実行すれば，ジェット騒音をより高精度に予測可能であると考えられる．

参考文献

- (1) 一般財団法人 日本航空機開発協会, “民間航空機に関する市場予測 2022-2041”, pp. 1-2, 2022.
- (2) International Air Transport Association, “Air Passenger Numbers to Recover in 2024”, <https://www.iata.org/en/pressroom/2022-releases/2022-03-01-01/>, (参照日 2022 年 12 月 16 日).
- (3) International Civil Aviation Organization, “Annex 16 to the Convention on International Civil Aviation – Environmental Protection – Volume 1 Aircraft Noise”, July 2008.
- (4) 大石勉, “航空機騒音の低減対策について”, 日本音響学会誌, 73 巻, 11 号, pp.725-730, 2017.
- (5) 公益社団法人 日本ガスタービン学会, “ガスタービン工学”, pp. 30-31, pp. 72-76, 2013.
- (6) Michael James Lighthill, “On sound generated aerodynamically I. General theory”, Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, Vol. 211, No. 1107, pp. 564-587, 1952.
- (7) 石井達哉, 生沼秀司, 長井健一郎, “ジェット騒音の模型試験”, 宇宙航空研究開発機構研究開発資料, JAXA-RM-13-003, 2013.
- (8) James Bridges, and Clifford A. Brown, “Parametric Testing of Chevrons on Single Flow Hot Jets”, 10th Aeroacoustics Conference cosponsored by the American Institute of Aeronautics and Astronautics and the Confederation of European Aerospace Societies, 2004.
- (9) 矢崎由美子, 土屋利明, “ジェットエンジン性能とジェット騒音にシェブロンノズルが与える影響”, 第 48 回日本ガスタービン学会定期講演会講演論文集, B -7, 2020.
- (10) 一般社団法人 日本機械学会流体工学部門, “流体工学部門: 流れの読み物: ニューズレター”, https://www.jsme-fed.org/newsletters/2020_2/no3.html, (参照日 2022 年 12 月 16 日).
- (11) 石井達哉, 生沼秀司, 田中望, 大庭芳則, 大石勉, “ジェット騒音低減デバイスの基礎研究”, 第 42 回流体力学講演会航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム論文集, pp. 13 – 18, 2010.
- (12) M. Shibata, “Aeroacoustic Wind Tunnel Testing for Development of Airlines”, JAXA Special Publication : Proceedings of the Wind Tunnel Technology Association 78th Meeting, JAXA-SP-07-005, pp. 12 - 18, 2007.
- (13) Daniel J. Bodony and Sanjiva K. Lele, “Current Status of Jet Noise Predictions Using Large-Eddy-Simulation”, *AIAA Journal*, Vol. 46, No. 2, pp. 364 - 380, 2008.
- (14) Eric Manoha, Stephane Redonnet and Stephane Caro, “Computational Aeroacoustics”, Encyclopedia of Aerospace Engineering, 2010.
- (15) Ruddy Brionnaud, Giuseppe Trapani, Miguel Chavez Modena, and David M. Holman, “Direct Noise Computation with a Lattice-Boltzmann Method and Application to Industrial Test Cases”, 22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 2016.

- (16) 井上督, “ながれから出る音の直接数値シミュレーション”, 日本流体力学会誌「ながれ」, 20 巻, pp. 187 - 195, 2001.
- (17) 山本一臣, “航空機設計における CFD の現状と将来展望”, サイエンティフィック・システム研究会 HPC フォーラム, 2006.
- (18) W. Bechara, and C. Baily, P. Lafon, “Stochastic Approach to Noise Modeling for Free Turbulent Flows”, *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 3, 1994.
- (19) Christophe Bailly and Daniel Juve, “A Stochastic Approach To Compute Subsonic-Noise Using Linearized Euler’s Equations”, 5th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit, pp. 496-506, 1999.
- (20) 久保田佑弥, “航空機開発のための差分格子ボルツマン法による音波伝播計算”, 高知工科大学卒業論文, 2022.
- (21) Guy R. McNamara, and Gianluigi Zanetti, “Use of the Boltzmann Equation to Simulate Lattice-Gas Automata”, *Physical Review Letters*, Vol. 61, No. 20, pp. 2332-2335, 1988.
- (22) Shiyi Chen and Gray D. Doolen, “Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows”, *Annu. Rev. Fluid mech*, Vol. 30, pp. 329 - 364, 1998.
- (23) T. Seta, “Progress in Lattice Boltzmann Method”, *Japanese Journal of Multiphase Flow*, Vol. 24, No. 4, pp. 427 - 434, 2010.
- (24) N. Satofuka, and T. Nishioka, “Parallelization of lattice Boltzmann method for incompressible flow computations”, *Computational Mechanics*, Vol. 23, pp. 164 - 171, 1999.
- (25) A. Tamura, M. Tsutahara, and T. Kataoka, “Acoustic Scattering Analysis around Circular Cylinder Using Finite Difference Lattice Boltzmann Method”, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series B*, Vol. 76, pp. 733 - 740, 2010.
- (26) 今村太郎, “線形化格子ボルツマン法を用いた音波の伝播解析”, 日本流体力学会誌「ながれ」, 25 巻, pp. 477 - 484, 2006.
- (27) P. L. Bhatnagar, E. P. Gross, and M. Krook, “A Model for Collision Processes in Gases. I. Small Amplitude Processes in Charged and Neutral One-Component Systems”, *Physical Review*, Vol. 94, No. 3, pp. 511 - 525, 1954.
- (28) 瀬田剛, “格子ボルツマン法”, 森北出版, pp. 16, pp. 39 - 47, pp. 81 - 87, 2021.
- (29) 葛原道久, “格子ボルツマン法・差分格子ボルツマン法”, コロナ社, pp. 47 - 57, 2018.
- (30) Dominique D’Humières, Irina Ginzburg, Manfred Krafczyk, Pierre Lallemand, and Li-Shi Luo, “Multiple-Relaxation-Time Lattice Boltzmann Models in Three Dimensions”, *Philosophical Transactions of The Royal Society A Mathematical Physical and Engineering Sciences*, Vol. 360, pp. 437 - 451, 2002.
- (31) Martin Geier, Andreas Greiner, and Jan G. Korvink, “Cascaded digital lattice Boltzmann automata for high Reynolds number flow”, *Physical Review E*, Vol. 73, 066705, 2006.
- (32) Y. Sone, “Kinetic theory and fluid dynamics”, Birkhäuser Boston, Appendix C, 2002.

- (33) T. Kataoka, “Gas-Flow Simulations by Novel Lattice Boltzmann Method”, *Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 59, pp. 221- 227, 2011.
- (34) T. Kataoka, and T. Hanada, “New lattice Boltzmann model for the compressible Navier-Stokes equations”, *Numerical Method in Fluids*, Vol. 91, Issue. 4, pp. 183 - 197, 2019.
- (35) T. Hanada, and T. Kataoka, “Numerical Simulation of Two-Dimensional Supersonic Flows Using the Free-Molecular-Type Kinetic Scheme”, *Theoretical and Applied Mechanics Japan*, Vol. 63, pp. 3- 8, 2015.
- (36) 花田卓弥, “自由分子型運動学的方程式を用いた新しい差分格子ボルツマン法の開発”, 神戸大学博士論文, 2019.
- (37) National Aeronautics and Space Administration, “U.S. Standard Atmosphere, 1976”, Technical Memorandum, 1976.
- (38) 藤井孝藏, “流体力学の数値計算法”, 東京大学出版会, 1994.
- (39) 小野寺直幸, 大橋訓英, “GPU を用いた格子ボルツマン法による自由表面流れの数値解析”, 第 29 回数値流体力学シンポジウム, B10 - 2, 2015.
- (40) 小野寺直幸, 青木尊之, 下川辺隆史, 小林宏充, “格子ボルツマン法による 1m 格子を用いた都市部 10km 四方の大規模 LES 気流シミュレーション”, 情報処理学会論文誌, 53 巻, 2 号, pp. 1- 9, 2012.
- (41) 成瀬彰, “OpenACC で始める GPU コンピューティング : OpenACC 概要”, 日本計算工学会誌「計算工学」, Vol. 21, No. 2, 2016.
- (42) 成瀬彰, “OpenACC で始める GPU コンピューティング : ループの並列化”, 日本計算工学会誌「計算工学」, Vol. 21, No. 3, 2016.
- (43) 成瀬彰, “OpenACC で始める GPU コンピューティング : データ転送の最適化”, 日本計算工学会誌「計算工学」, Vol. 21, No. 4, 2016.
- (44) 成瀬彰, “OpenACC で始める GPU コンピューティング : ループの最適化”, 日本計算工学会誌「計算工学」, Vol. 22, No. 1, 2017.
- (45) Tam, C. K. W. and Hardin, J. C., “Second Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop on Benchmark Problems”, NASA Conference Publication, 3352, 1997.
- (46) 廣原和希, “実機形状適用を目指した線形オイラー方程式を用いた音響計算コードの開発”, 高知工科大学修士論文, 2020.
- (47) Sherer, S. E. and Vismal, M. R., “Computational Study of Acoustic Scattering from Multiple Bodies Using a High-Order Overset Grid Approach”, 9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA Paper, 2003-3203, 2003.
- (48) Marcel Lesieur, Olivier Métais, and Pierre Comet 著, 柳瀬眞一郎, 百武徹, 河原源太, 渡辺毅 訳, “乱流のシミュレーション-LES による数値計算と可視化-”, 2010.
- (49) J. Smagorinsky, “General circulation experiments with the primitive equations”, *Monthly Weather Review*, Vol. 91, Issue 3, pp. 99 – 164, 1963.

- (50) Qisu Zou and Xiaoy He, “On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model”, *Physics of Fluids*, Vol. 9, No. 6, pp. 1591 – 1598, 1997.
- (51) A. Ghasemi, V. Roussinova, Ram Balachandar and R.M. Barron, “Reynolds number effects in the near-field of a turbulent square jet”, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 61, pp. 249 – 258, 2015.
- (52) Khalid Noah, “Numerical Prediction of Jet Noise Using Compressible Lattice Boltzmann Method”, unpublished Ph. D. Thesis, University of Waterloo, 2020.
- (53) Jinhee Jeong and Fazle Hussain, “On the identification of a vortex”, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 285, pp. 69 – 94, 1995.
- (54) 須賀一彦, “解析的壁関数を用いた格子ボルツマン法による高レイノルズ数乱流解析コードの開発”, *TSUBAME 共同利用 平成 29 年度 学術利用 成果報告書*, 2017.
- (55) 田口敏弘, “Fortran ハンドブック”, pp. 363 - 398, 2013.
- (56) 福田勇也, 寺本進, 岡本光司, 中西佑太, 長島利夫, “亜音速ジェット騒音の Large-Eddy Simulation における入口擾乱の影響”, *日本航空宇宙学会論文集*, Vol. 58, No. 675, pp. 109 - 115, 2010.
- (57) JIS Z 8738, “屋外の音の伝播における空気吸収の計算”, 1999.
- (58) 中島達貴, “橿田ノズルがジェットエンジン性能及び騒音特性に与える影響”, 高知工科大学修士論文, 2020.
- (59) 山中雄行, “小型ジェットエンジンを用いた推力及び騒音測定の基礎実験”, 高知工科大学卒業論文, 2019.
- (60) 荻野晃一, “小型ジェットエンジンの推力及び騒音評価”, 高知工科大学卒業論文, 2020.
- (61) 野老山将悟, “橿田ノズルを用いた小型ジェットエンジンの性能および騒音評価”, 高知工科大学卒業論文, 2021.

謝辞

本研究を行うにあたり、荻野要介講師には日頃から多くのご指導とご支援を賜りました。研究で行き詰った際には伝え方が拙いにも関わらず、問題点を理解してくださり、研究者としての的確なご助言をいただきました。荻野先生の丁寧なご指導があったからこそ、研究をここまで進めることができました。心より感謝申し上げます。

野崎理教授には全体報告会場で様々な角度からのご指摘やご助言をいただきました。また、研究や就職活動において相談させていただいた際には私に足りない視点を与えてくださりました。心より感謝申し上げます。

航空エンジン超音速流研究室の内部流班のメンバーである野老山将悟君、沼野翔泰君、中西健太君、横山貴大君、田村風太君、中野皓太君、松村道枝さんには普段から親しく接していただき、楽しく過ごすことができました。特に私と同じ内部流班のエンジングループである野老山将悟君には私の実力不足により多くの苦勞をかけましたが、実験ならではの視点から様々な意見をくださいました。ありがとうございました。流体騒音の音響計算の研究を行っている久保田佑弥君と東谷涼平君は、研究の意見交換や後処理用コードをともに作成してくださいました。ありがとうございました。

同期の安部翔太君、板谷匠海君、笠石丈二君、佐藤拓君、高島涼太郎君、武田明樹君には、日々刺激をもらっていました。一方で、特に意味のない雑談をして笑わせていただいたり、研究の意見交換をしてくださいました。楽しく充実した日々を過ごすことができました。深く感謝申し上げます。そして、本研究に様々な面でご協力いただいた航空エンジン超音速流研究室のメンバーや諸先輩方に深く感謝申し上げます。

本研究を進めるにあたり花田卓弥氏の博士論文⁽³⁶⁾を参考にさせていただきました。ここに感謝の意を表します。

最後に、充実した学生生活を送らせていただきました両親と姉に心より感謝申し上げます。