

令和4年度
修士学位論文

高密度マルチキャリア変調信号の深層学習
復調

**Deep Learning Demodulation for High-Compaction
Multicarrier Modulation Signals**

1255114 鍋島可野香

指導教員 浜村昌則

2023年2月28日

高知工科大学大学院 工学研究科 基盤工学専攻
情報学コース

要旨

高密度マルチキャリア変調信号の深層学習復調

鍋島可野香

本論文では、直交周波数分割多重 (orthogonal frequency division multiplexing: OFDM) 方式よりも周波数利用効率が高い高密度マルチキャリア変調 (high-compactness multicarrier modulation: HC-MCM) 方式の復調性能を明らかにしている。また、複素学習型反復ソフト閾値アルゴリズム (complex-field trainable iterative soft thresholding algorithm: C-TISTA) を適用した HC-MCM 信号の復調性能について述べている。離散フーリエ変換 (discrete Fourier transform: DFT) を用いたサブキャリア毎の独立判定とレプリカを用いた最尤 (maximum likelihood: ML) 推定による判定と比較している。性能評価はビット誤り率 (bit-error rate: BER) 特性により行っている。

結果として、C-TISTA を適用することで DFT による独立判定よりも大幅な BER 特性の改善が見られたが、ML 推定に近いと言えるまでの性能には届かなかった。

キーワード HC-MCM, OFDM, 周波数利用効率, 反復ソフト閾値アルゴリズム, C-TISTA, ビット誤り率

Abstract

Deep Learning Demodulation for High-Compaction Multicarrier Modulation Signals

Kanoka Nabeshima

In this paper, we reveal demodulation performance of high-compaction multicarrier modulation (HC-MCM), which has higher spectral efficiency than orthogonal frequency division multiplexing (OFDM). And we describe the demodulation performance of HC-MCM signals using complex-field trainable iterative soft thresholding algorithm (C-TISTA). The performance is compared with that of independent subcarrier detection using discrete Fourier transform (DFT) and maximum likelihood (ML) estimation. The performance is evaluated based on the bit-error rate (BER) characteristics.

As a result, the C-TISTA showed a significant improvement in BER characteristics over independent detection by DFT, but it did not reach the performance close to the ML estimation.

key words HC-MCM , OFDM , spectral efficiency , iterative soft thresholding algorithm , C-TISTA , bit-error rate

目次

第 1 章	はじめに	1
第 2 章	マルチキャリア変調方式	3
2.1	マルチキャリア変調方式	3
2.2	OFDM 方式	4
2.2.1	OFDM 送受信信号	4
2.2.2	OFDM 変復調回路の基本構成	5
第 3 章	高密度マルチキャリア変調方式	7
3.1	送信信号のスペクトル	7
3.2	信号生成法	9
3.3	送信機	10
3.4	受信機	11
3.4.1	DFT による独立判定	11
3.4.2	ML 推定による判定	11
3.5	周波数利用効率	13
3.6	BER 特性	14
第 4 章	C-TISTA[7][10]	17
4.1	TISTA について	17
4.2	Wirtinger 微分による勾配降下法	19
4.3	C-TISTA の再帰式	21
第 5 章	C-TISTA を用いた高密度マルチキャリア変調信号の復調	22
5.1	BER 特性	22

目次

5.2	C-TISTA の反復回数と BER 特性の関係	24
5.3	サブキャリア数の増加による BER の変化	24
5.4	計算量	26
第 6 章	まとめ	27
	謝辞	28
	参考文献	29

目次

2.1	マルチキャリア変調方式の送受信機	3
2.2	OFDM 方式の基本構成図	5
3.1	OFDM 方式の送信信号スペクトル	8
3.2	HC-MCM 方式の送信信号スペクトル (1)	8
3.3	HC-MCM 方式の送信信号スペクトル (2)	8
3.4	複素正弦波 K 波分のスペクトル	9
3.5	HC-MCM 方式の送信機	10
3.6	HC-MCM 方式の受信機	11
3.7	DFT を用いた判定処理	12
3.8	ML 推定での判定処理に用いる ML 推定用レプリカ生成法	12
3.9	HC-MCM 方式の周波数利用効率	13
3.10	$\Delta fT = 0.75$ でキャリア数の変化における BER 特性 (独立に判定)	15
3.11	$\Delta fT = 0.75$ でキャリア数の変化における BER 特性 (ML 推定)	15
3.12	$K = 4$ で周波数間隔の変化における BER 特性 (独立に判定)	16
3.13	$K = 4$ で周波数間隔の変化における BER 特性 (ML 推定)	16
5.1	$K = 4, K_0 = 8, \Delta fT = 0.75$ の BER 特性	23
5.2	$K = 8, K_0 = 16, \Delta fT = 0.75$ の BER 特性	23
5.3	$K = 8, K_0 = 16, \Delta fT = 0.75$ の反復回数と BER 特性の関係 ($T = 10$)	25
5.4	$K = 8, K_0 = 16, \Delta fT = 0.75$ の反復回数と BER 特性の関係 ($T = 20$)	25
5.5	サブキャリア数の増加による BER の変化	26

表目次

3.1 シミュレーション条件	14
--------------------------	----

第 1 章

はじめに

近年，深層学習技術やその応用に関する研究が様々な分野において行われている．その理由の一つとして，人間が得意とされてきたパターン認識において深層学習技術が高い潜在能力を持ち，圧倒的な優位性を示すことが明らかになってきた点が挙げられる．特に画像認識・音声認識などの分野においては人間の認識能力に匹敵するあるいはそれ以上の性能を与える認識アルゴリズムが報告されている [1]．無線通信分野においても新しい研究の方向性として，深層学習技術の積極的な適用が急速に高まってきており，通信システムにおける様々な研究が盛んに行われている．社会全体の AI・機械学習技術への需要の増加のため，自動運転・デバイス間通信など自律的システムが本格化し，深層学習技術と無線通信技術は近い将来，より密接な連携を深めることが予想される．

また無線通信分野では，携帯電話などの移動体通信や無線 LAN が普及しており，これらの無線通信システムではその利用目的によって使用する周波数帯が決められている．無線通信分野の発展に伴い，有限な資源である周波数資源の枯渇が問題となっている．そのため次世代移動通信ではこれまでの通信方式よりも周波数利用効率が高い通信方式が必要となる．このような中，直交周波数分割多重 (orthogonal frequency division multiplexing: OFDM) 方式は周波数利用効率が優れており，高速な通信を可能とするマルチキャリア変調方式として知られている [2]．OFDM 方式は複数のサブキャリアを直交周波数間隔で配置し，並列伝送を行うことで通信速度の高速化や占有帯域幅を抑えることができる [3]．高効率スペクトル周波数分割多重 (spectrally efficient frequency division multiplexing: SEFDM) 方式 [4] や高密度マルチキャリア変調 (high-compacti-on multicarrier modulation: HC-MCM) 方式 [5][6] は，OFDM 方式よりも狭い周波数間隔でサブキャリアを配置して通信の高速化と効率的な

周波数利用を狙う方式である．

機械学習技術は無線通信の逆問題に有効であることが示されており，スパース信号推定のためのアルゴリズムである反復ソフト閾値アルゴリズム (iterative soft thresholding algorithm : ISTA) に対して深層展開を適用した学習型 ISTA(trainable ISTA : TISTA) が提案されている [10]．本研究では，HC-MCM 方式の復調性能向上のために TISTA をベースとした複素型非線形逆問題に対応した複素型 TISTA(complex-field TISTA : C-TISTA)[7] を HC-MCM 方式の復調操作に用いて BER 特性を明らかにし，離散フーリエ変換 (discrete Fourier transform: DFT) による独立判定と最尤 (maximum likelihood: ML) 推定による判定の BER 特性と比較する．

第 2 章

マルチキャリア変調方式

マルチキャリア変調方式は周波数分割多重 (frequency division multiplexing: FDM) 方式の一つである。FDM とは、周波数の異なる複数のサブキャリアを異なるデータで変調して多重化する方式である。本章では、マルチキャリア変調方式について説明し、マルチキャリア変調方式の 1 つである OFDM 方式について述べる。

2.1 マルチキャリア変調方式

マルチキャリア変調方式では複数の情報ビットを複数のサブキャリアに分散させて変調を行う。マルチキャリア変調方式の送受信の様子を図 2.1 に示す。

マルチキャリア変調方式ではデータを直並列変換 (serial-parallel conversion: S/P) により N 個に分割したあと、それぞれのデータでサブキャリアを変調し、合成して伝送を行う。

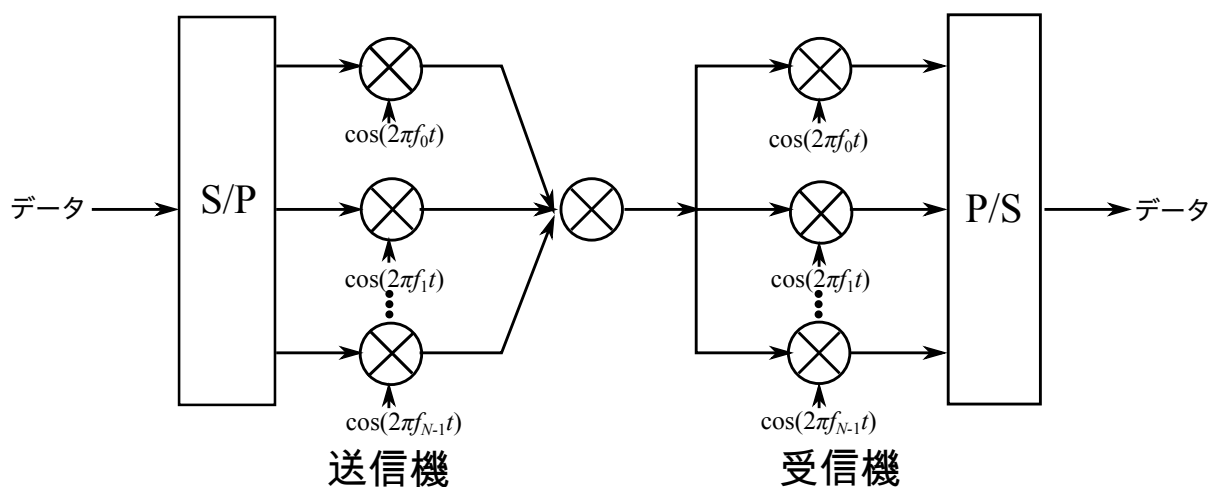


図 2.1 マルチキャリア変調方式の送受信機

2.2 OFDM 方式

受信側では送信側で用いた N 個のサブキャリアを用意し、それぞれのサブキャリアを変調したデータを同期検波によって復調する。復調したデータを並直列変換 (parallel-serial conversion: P/S) し、元のデータを復元する。

マルチキャリア変調を行うことで、データが複数のサブキャリアに分散されるため、マルチパスによる周波数選択性フェージングが生じても全データが失われる可能性を低くすることができる。

2.2 OFDM 方式

2.2.1 OFDM 送受信信号

OFDM 信号は周波数の異なる複数のサブキャリアのデジタル変調信号から構成され、サブキャリアは互いに直交関係にある。サブキャリアの直交性は、以下に示す三角関数の直交性に基づいている。

$$\int_0^{1/\Delta f} \sin(2\pi n\Delta f t) \cdot \sin(2\pi m\Delta f t) dt = \begin{cases} \pi, & (n = m) \\ 0, & (n \neq m) \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\int_0^{1/\Delta f} \cos(2\pi n\Delta f t) \cdot \cos(2\pi m\Delta f t) dt = \begin{cases} \pi, & (n = m) \\ 0, & (n \neq m) \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\int_0^{1/\Delta f} \sin(2\pi n\Delta f t) \cdot \cos(2\pi m\Delta f t) dt = 0 \quad (2.3)$$

三角関数の周波数が異なり、それに加えて基本波の整数倍のときは直交関係であることを表している。直交関係にある信号は、その振幅に関係なく互いに干渉しないため、その信号の振幅を変えることにより情報を伝達することが可能になる。

シンボル長を T 、サブキャリアの周波数間隔 Δf を $1/T$ としたとき、周波数が $m\Delta f$ と $n\Delta f$ の正弦波は区間 $(0, T)$ において直交性を持つので、それぞれに独立の情報をのせることができる。ここでの m, n は整数である。これらを加えたものが伝送される信号であり、合成信

2.2 OFDM 方式

号波形 $x(t)$ は式 (2.4) である .

$$x(t) = \sum_k a_k \cos(2\pi f_k t) + j b_k \sin(2\pi f_k t) \quad (2.4)$$

なお , a_k と b_k は送信データ , f_k は k 番目の正弦波の周波数で , $f_k = k/T$ である . 加え合わせる正弦波の数を N , シンボル長 T を N 等分 (サンプリング間隔 $\Delta = T/N$) とすると , 各サンプル点 $t = n\Delta$ の信号振幅は式 (2.5) となる .

$$x(n\Delta) = \sum_{k=0}^{N-1} d_k e^{j(2\pi nk)/N} \quad (2.5)$$

このとき , $d_k = a_k + j b_k$ である . 式 (2.5) は複素数 d_k の IDFT となっていることがわかる . このことは , 送信データを逆離散フーリエ変換することで OFDM 信号が生成されていることを示している .

つまり , 復調では逆の操作である DFT をすればよい . 受信信号を $x(n\Delta)$ としたとき , 復調されたデータ d_k を式 (2.6) に示す .

$$d_k = \sum_{n=0}^{N-1} x(n\Delta) e^{-j(2\pi nk)/N} \quad (2.6)$$

2.2.2 OFDM 変復調回路の基本構成

図 2.2 に OFDM 方式による伝送の基本構成を示す . 送信側ではデータを S/P により並列化する . 次に IDFT を施し , P/S , デジタルアナログ変換 (digital-analog conversion: D/A) され , 低域フィルタ (lowpass filter: LPF) の順でベースバンド信号を生成する . 最後に RF(radio

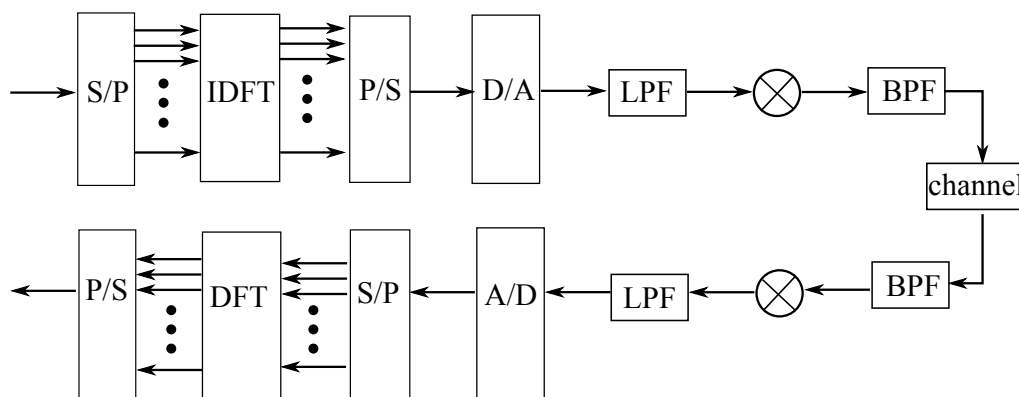


図 2.2 OFDM 方式の基本構成図

2.2 OFDM 方式

frequency) 帯に変換し，送信用フィルタの帯域通過フィルタ (band-pass filter: BPF) を通して送信する．

受信側では，周波数変換により RF 信号をベースバンド信号に変換する．これに対しアナログデジタル変換 (analog-digital conversion: A/D) によってデジタル信号に戻した後，S/P，DFT を経て，元のデータを得る．

第 3 章

高密度マルチキャリア変調方式

本章では、本研究における HC-MCM 方式について、送信から受信までを述べる。また、OFDM 方式に対する HC-MCM 方式の周波数利用効率について述べる。

3.1 送信信号のスペクトル

図 3.1 は OFDM 方式の送信信号のスペクトルである。OFDM 方式では、各サブキャリアのシンボル長を T [s] としたときサブキャリア周波数に、直交周波数間隔 $1/T$ [Hz] を選んでデータを送信する。OFDM 方式の送信信号のスペクトルは重なっているがシンボル長 T [s] で直交しているため、サブキャリア間に干渉は生じない。OFDM 方式のサブキャリア間隔 Δf [Hz] をシンボル長 T [s] で正規化すると $\Delta fT = 1$ となる。

図 3.2, 図 3.3 に HC-MCM 方式の送信信号のスペクトルを示す。HC-MCM 方式はサブキャリアの周波数間隔を直交周波数間隔よりも狭める方式である。そのため正規化周波数間隔 ΔfT が 1 未満となる通信方式と考えられる。図 3.2 は矩形窓の時間幅を $T < 1/\Delta f$ となるように選んだ場合に得られる HC-MCM 方式の送信信号のスペクトルである。このとき、OFDM 方式と同じ通信速度で、占有帯域幅を抑えることが可能である。

また、図 3.3 は OFDM 方式と同じ帯域幅で通信速度が早い HC-MCM 方式の送信信号のスペクトルを示している。

3.1 送信信号のスペクトル

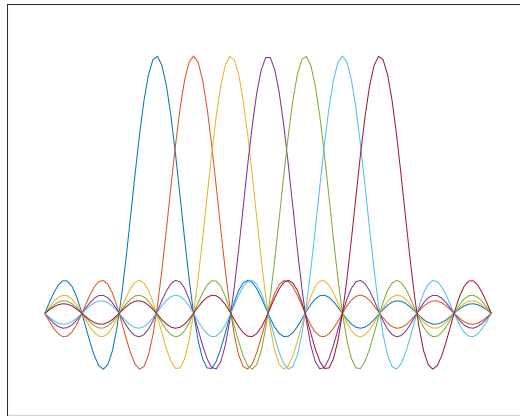


図 3.1 OFDM 方式の送信信号スペクトル

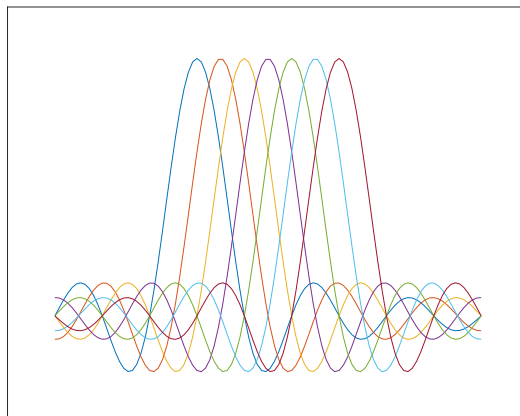


図 3.2 HC-MCM 方式の送信信号スペクトル (1)

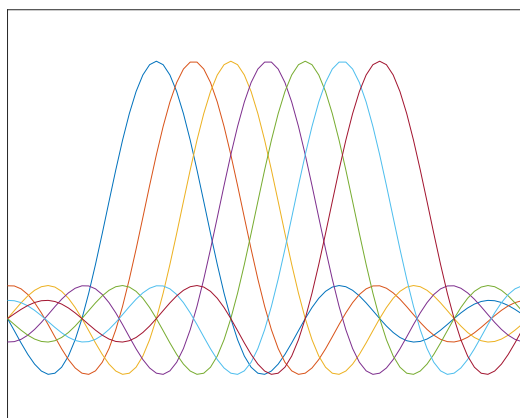


図 3.3 HC-MCM 方式の送信信号スペクトル (2)

3.2 信号生成法

周波数間隔 Δf [Hz] で配置した複素正弦波 K 波分のスペクトルを図 3.4 に表している。これらの正弦波に幅 T [s] の矩形窓関数を時間軸上で乗算し生成された信号のスペクトルは、矩形窓関数のフーリエ変換として与えられるサンプリング関数と図 3.4 に示したデルタ関数列との周波数軸上での畳み込みとなる。したがって矩形窓の時間幅を $T = 1/\Delta f$ の関係が成立するように選択すると、サブキャリアの周波数間隔が直交周波数間隔となり、図 3.1 に示した OFDM 方式の送信信号のスペクトルが得られる。その一方、矩形窓の時間幅を $T < 1/\Delta f$ が成り立つように選ぶと図 3.3 のような送信信号のスペクトルが得られる。また、時間軸上で時間幅を $T < 1/\Delta f$ の矩形窓関数を乗算した後、矩形窓の時間幅が $1/\Delta f$ となるように波形を伸長すると図 3.2 の送信信号のスペクトルが得られる。

以上より HC-MCM 方式の送信信号は OFDM 方式の送信波形を部分的に切り出すことで生成できる。

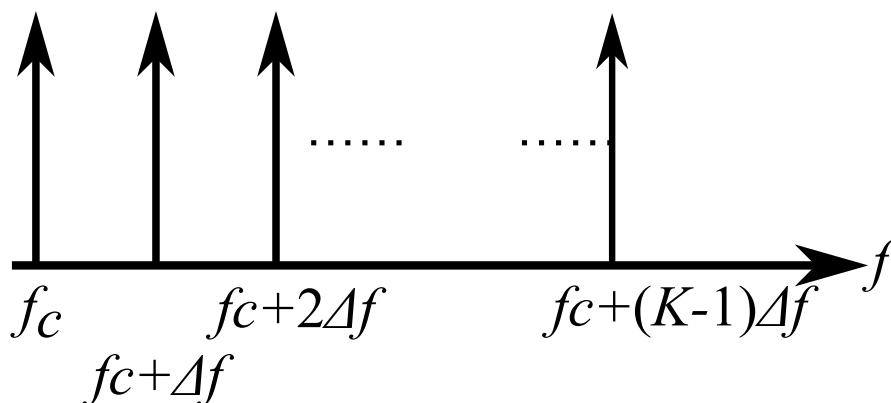


図 3.4 複素正弦波 K 波分のスペクトル

3.3 送信機

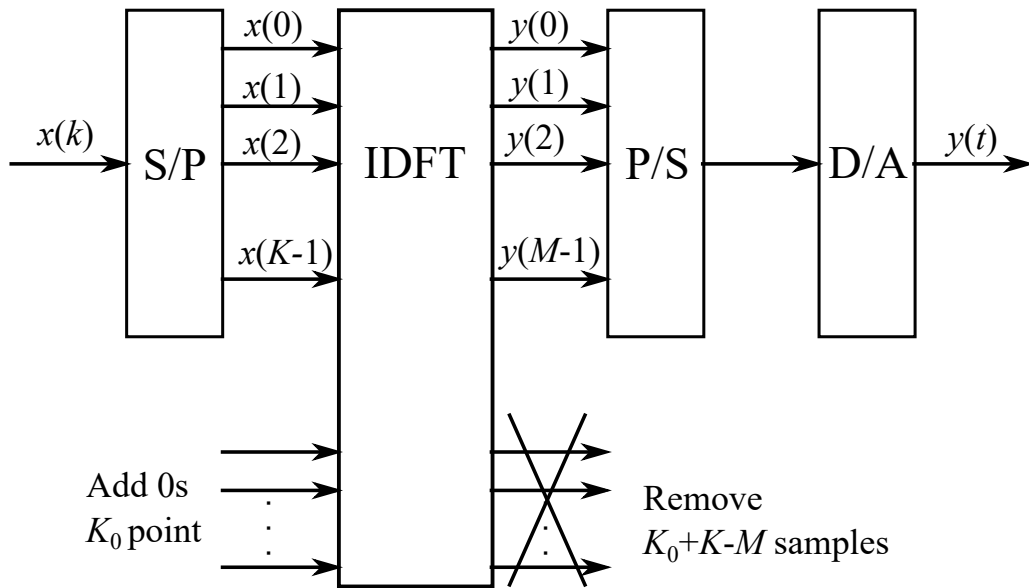


図 3.5 HC-MCM 方式の送信機

3.3 送信機

図 3.5 に HC-MCM 方式の送信機のブロック図を示す．図 3.5 において K はサブキャリア数， $x(k) (k = 0, 1, 2, \dots, K - 1)$ はメッセージシンボルである． $x(k)$ を IDFT により時間領域の信号に変換する際， K_0 個のゼロ点を付加する．IDFT 後に得られる $(K + K_0)$ 点から M 点 ($y(m) (m = 0, 1, \dots, M - 1)$) を残す．これにより，各キャリアの帯域幅が広がり，シンボル長 T [s] で正規化された周波数間隔 $\Delta f T$ は次式となる．

$$\Delta f T = \frac{M}{K + K_0} \quad (3.1)$$

K_0 個のゼロ点を付加するという操作は，IDFT 後に得られる時間領域の信号のサンプルを多く取るということであるため，矩形窓関数の時間幅を細かく調整できる． $y(m)$ の P/S と D/A 後に得られる $y(t)$ を送信信号とし，次式とする．

$$y(t) = g(t) \sum_{k=0}^{K-1} x(k) e^{j2\pi \Delta f k t} \quad (3.2)$$

ここで Δf はサブキャリアの周波数間隔， $g(t)$ は幅 T の矩形窓関数であり次式とする．

$$g(t) = \{1 (0 < t < T), 0 (\text{otherwise})\} \quad (3.3)$$

3.4 受信機

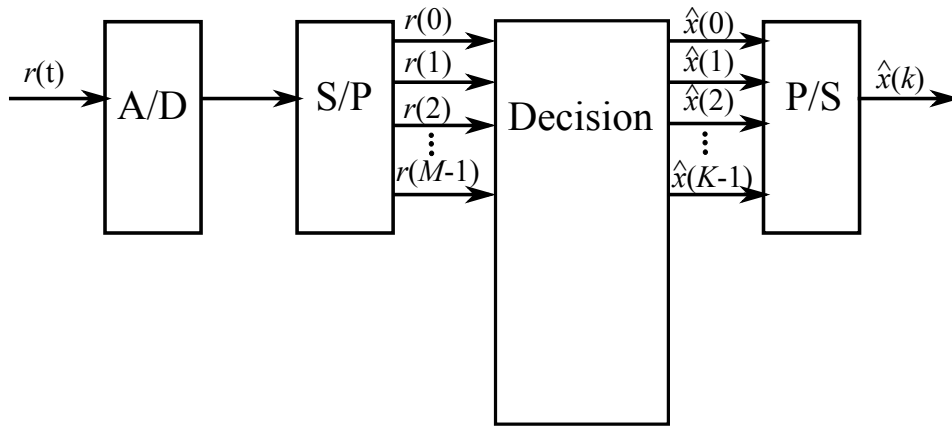


図 3.6 HC-MCM 方式の受信機

3.4 受信機

図 3.6 に HC-MCM 方式の受信機のブロック図を示す．受信機では雑音が付加された受信信号 $r(t)$ に対して A/D と S/P した後に得られる M 点のサンプル値列に対して判定処理 (Decision) を行いメッセージシンボルの推定値 $\hat{x}(k) (k = 0, 1, \dots, K - 1)$ を得る．本論文では次節に述べる 2 種類の判定処理を行う．

3.4.1 DFT による独立判定

図 3.7 に DFT を用いてサブキャリア毎に独立に判定する処理を表すブロック図を示す．図 3.7 からわかるように受信機では，送信機で行った操作を逆に操作することで実現できる．まず，受信信号 $r(t)$ を A/D と S/P した後に得られる M 点のサンプル値列に $(K + K_0 - M)$ 個のゼロ点を付加する．DFT 後に得られるサンプル値列 $z(l) (l = 0, 1, \dots, (K + K_0 - 1))$ の $(K + K_0)$ 点から K 点を残して得られたサンプル値列をメッセージシンボルの推定値 $\hat{x}(k)$ とする．

3.4.2 ML 推定による判定

ML 推定を用いた復調は，レプリカを用いて図 3.6 における判定処理を行う．ML 推定に用いるレプリカの生成法を図 3.8 に示す．送信機における IDFT 入力時点でのゼロ点の付加，

3.4 受信機

IDFT 出力時点でのサンプル点の除去という操作を模してレプリカを生成する．まず，全パターンの情報メッセージに対応するメッセージシンボルの候補 $x_q(k)$ ($q = 0, 1, \dots$, パターンの数 $- 1; k = 0, 1, \dots, K - 1$) から，レプリカを得る．本論文での ML 推定による判定処理では，このレプリカと受信信号とのユークリッド距離を求め，これが最小となるレプリカに対応するメッセージシンボルの候補 $x_q(k)$ をメッセージシンボルの推定値 $\hat{x}(k)$ とする．

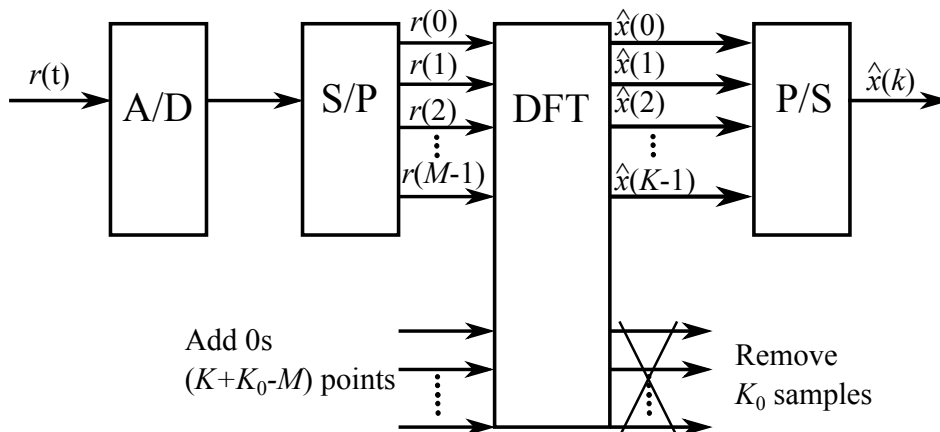


図 3.7 DFT を用いた判定処理

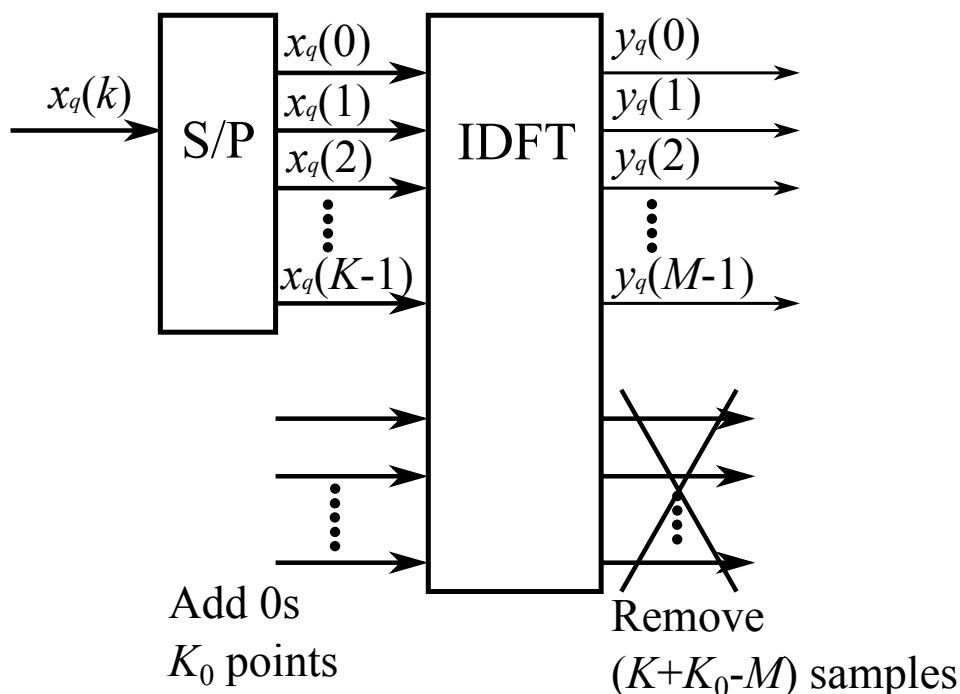


図 3.8 ML 推定での判定処理に用いる ML 推定用レプリカ生成法

3.5 周波数利用効率

送信信号 1 シンボル分の時間長を T [s] , サブキャリア 1 シンボルの平均情報ビット数を a , サブキャリア数を K とすると , ビットレート R は $R = aK/T$ [bps] となる . 使用帯域幅 W については , これをメインローブ帯域幅に定めることとすると , サブキャリア周波数間隔が Δf であるため , W は全体で $W = 2/(T + (K - 1)\Delta f)$ [Hz] となる . したがって周波数利用効率 η は次式となる .

$$\eta = \frac{R}{W} = \frac{Ka}{2 + (K - 1)\Delta f T} \quad (3.4)$$

サブキャリア 1 シンボルが持つ平均情報ビット数 a で正規化した HC-MCM 方式の周波数利用効率を図 3.9 に示す . 式 (3.4) で $\Delta f T = 1$ のとき , η は OFDM 方式の周波数利用効率である . HC-MCM 方式はサブキャリア数 K が増加すると , OFDM 方式の $1/\Delta f T$ 倍に漸近し , 周波数利用効率が向上する .

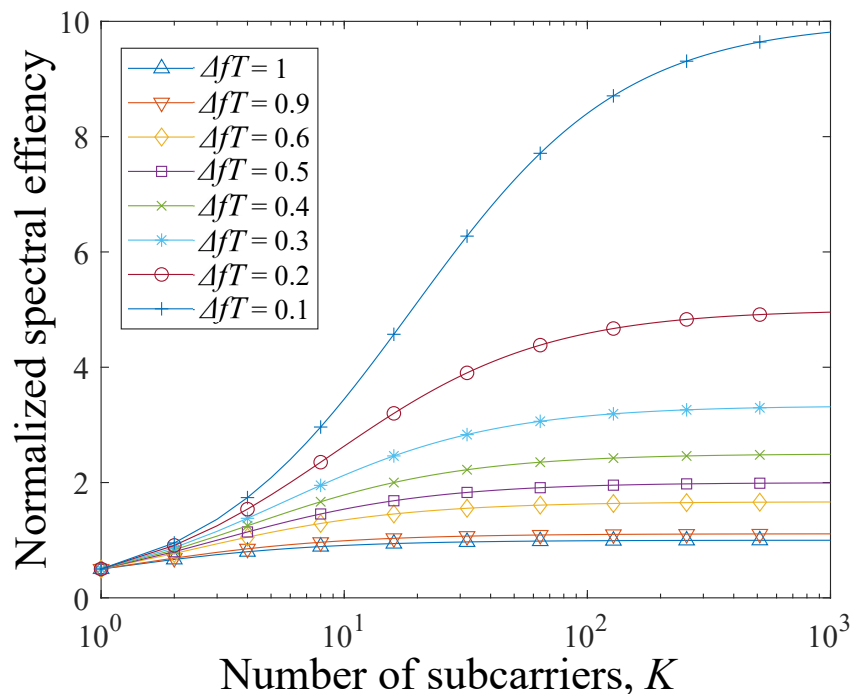


図 3.9 HC-MCM 方式の周波数利用効率

3.6 BER 特性

HC-MCM 方式の BER 特性を示す．周波数間隔 $\Delta fT = 0.75$ とし，サブキャリア数を増加させたときの DFT を用いてサブキャリア毎に独立に判定する復調での BER 特性を図 3.10，ML 推定を用いた復調での BER 特性を図 3.11 に示す．また，サブキャリア数 $K = 4$ とし，周波数間隔を狭めたときの DFT を用いてサブキャリア毎に独立に判定する復調での BER 特性を図 3.12，ML 推定を用いた復調での BER 特性を図 3.13 に示す．シミュレーション条件は表 3.1 である．変調方式を QPSK として，サブキャリア数と周波数間隔を変化させ，2 種類の判定方法での BER 特性を比較する．また， $\Delta fT = 1$ のときは OFDM 方式の BER 特性と同等であり，HC-MCM 方式の性能限界である．

表 3.1 シミュレーション条件

判定処理	独立に判定	ML 推定
サブキャリア数 (K)	1, 2, 3, 4	
正規化周波数間隔 (ΔfT)	1, 0.75, 0.5, 0.25	
変調方式	QPSK	

図 3.10 より，サブキャリア数が増加するにつれて BER 特性が徐々に劣化していることがわかる．図 3.11 より，ML 推定を用いるとサブキャリア数が増加しても BER 特性の劣化はほぼ生じていないことが確認できる．

図 3.12，図 3.13 より，サブキャリアの周波数間隔が狭くなると BER 特性に劣化が生じていることが確認できる．しかし，図 3.12 では $\Delta fT = 0.75$ から BER 特性が急激に劣化するのに対して，ML 推定を用いると図 3.13 より， $\Delta fT = 0.75$ であれば OFDM 方式に近い BER 特性が得られたことがわかる．また，周波数間隔を狭めると BER 特性が劣化するが $\Delta fT = 0.25$ の場合でも ML 推定による復調の方が優れていることが図 3.13 より読み取れる．

3.6 BER 特性

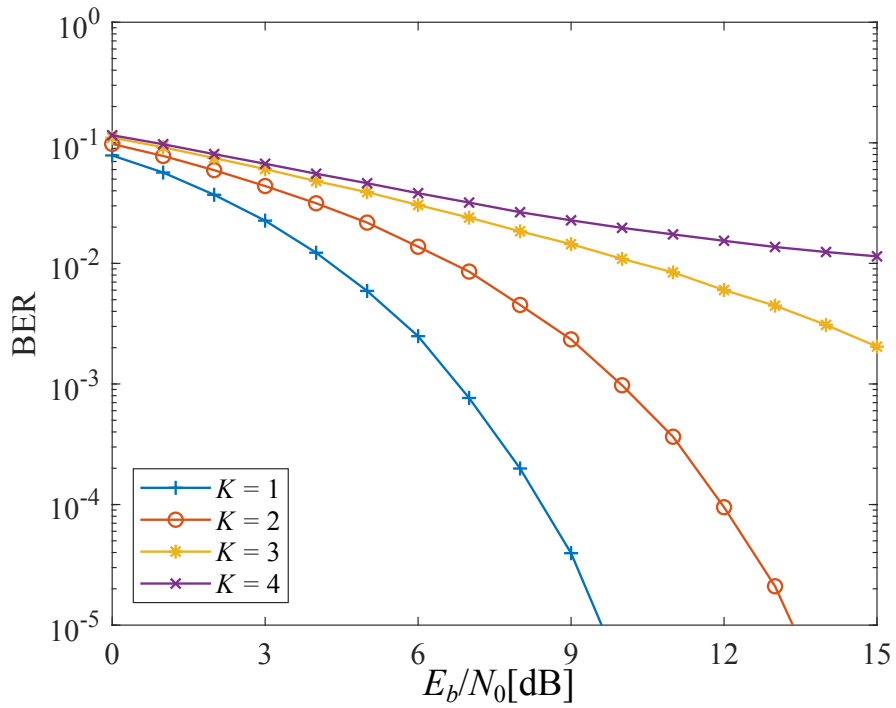


図 3.10 $\Delta fT = 0.75$ でキャリア数の変化における BER 特性 (独立に判定)

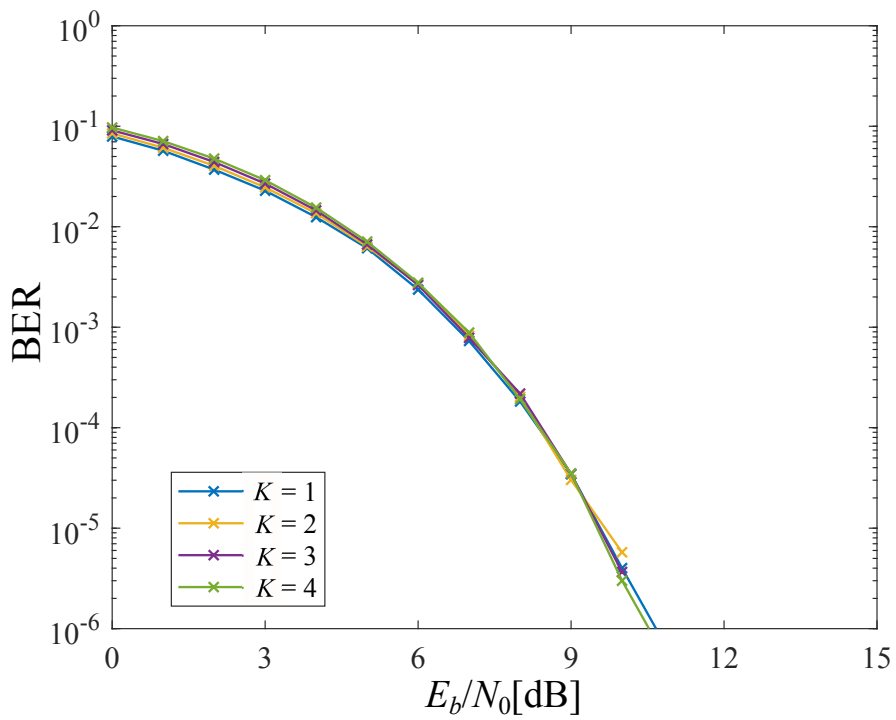


図 3.11 $\Delta fT = 0.75$ でキャリア数の変化における BER 特性 (ML 推定)

3.6 BER 特性

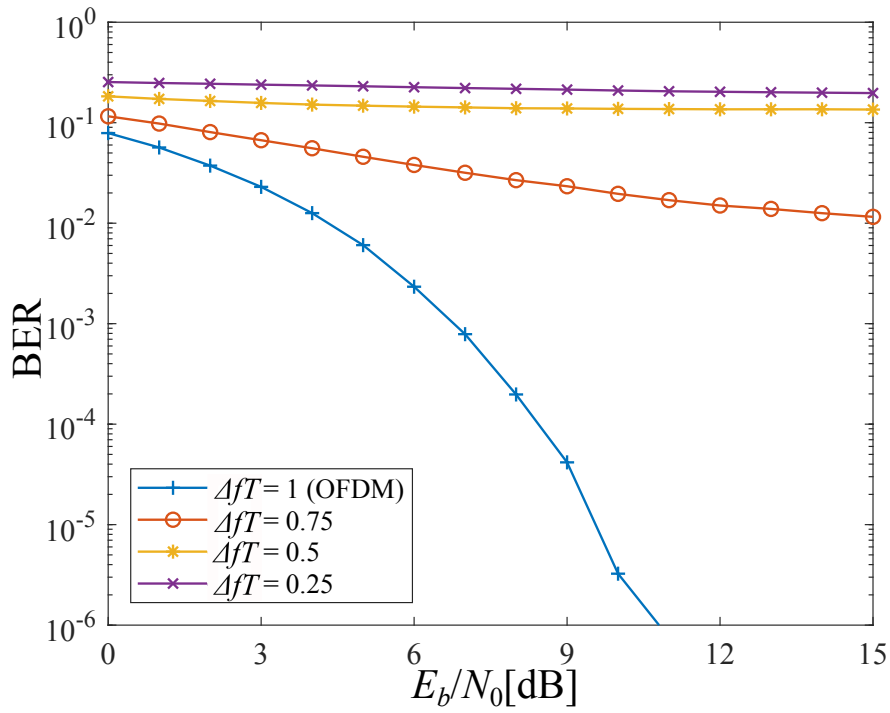


図 3.12 $K = 4$ で周波数間隔の変化における BER 特性 (独立に判定)

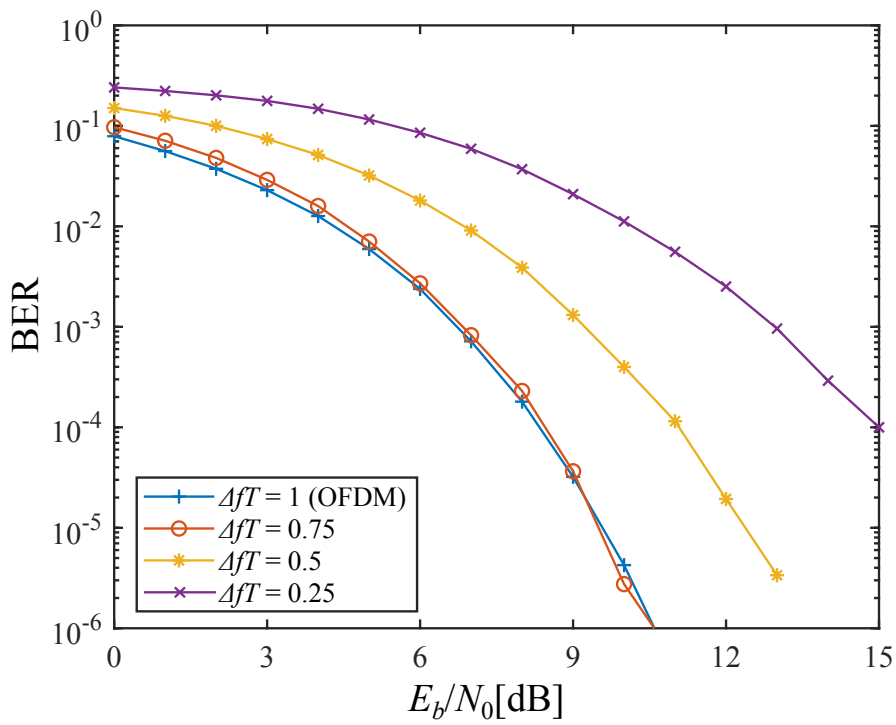


図 3.13 $K = 4$ で周波数間隔の変化における BER 特性 (ML 推定)

第 4 章

C-TISTA[7][10]

本章では文献 [7], [10] に基づいて, C-TISTA のベースとなっている TISTA[10] の概要と非線形逆問題のための C-TISTA[7] について述べる. 本論文では, ベクトル $\boldsymbol{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)^T \in \mathbb{C}^n$ は列ベクトルである. 複素ベクトル \boldsymbol{z} に対して \boldsymbol{z}^* はその複素共役である. 行列 $\boldsymbol{A} := (a_{ij}) \in \mathbb{C}^{m \times n}$ に対して $\boldsymbol{A}^H := (a_{ji}^*)$ エルミート転置を表す.

4.1 TISTA について

まず, 以下の式で定義される実数値線形観測に対する TISTA の概要を説明する.

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{w} \quad (4.1)$$

ここで, $\boldsymbol{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$ である. 加法性雑音 $\boldsymbol{w} \in \mathbb{R}^m$ の各成分は $CN(0, \sigma^2)$ に従い, \boldsymbol{x} は既知であるとする.

疎な入力 \boldsymbol{x} に対して, 従来から LASSO 計算 [11] が用いられており, 以下のようになる.

$$\hat{\boldsymbol{x}} = \underset{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n}{\text{minimize}} \|\boldsymbol{y} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}\|_2^2 + \lambda \|\boldsymbol{x}\|_1 \quad (4.2)$$

ここで $\|\cdot\|_1$ は L_1 ノルム, λ は正の定数である. ISTA[12] は式 (4.2) を解くための簡単な反復アルゴリズムであり, 以下の再帰式で構成される.

$$\boldsymbol{s}^{(t+1)} := \eta_s(\boldsymbol{s}^{(t)} + \beta \boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{s}^{(t)}); \tau) \quad (4.3)$$

ここで, $\beta (> 0)$ はステップサイズ, $\eta_s(r; \tau) := \text{sign}(r) \max\{|r| - \tau, 0\}$ は λ に関連する閾値 $\tau \in \mathbb{R} (\tau > 0)$ を持つソフト閾値関数である. ソフト閾値関数は L_1 正則化の近接演算子であ

4.1 TISTA について

そのため, ISTA は式 (4.2) を解くための近接勾配降下アルゴリズムとみなすことができる. 収束させるには, ステップサイズ β を慎重に選択する必要がある [12].

LISTA[13] は学習可能なパラメータが埋め込まれた ISTA をベースとして拡張したアルゴリズムである. 再帰式は次式で与えられる.

$$\mathbf{s}^{(t+1)} := \eta_s(\mathbf{B}_t \mathbf{y} + \mathbf{C}_t \mathbf{s}^{(t)}; \tau_t) \quad (4.4)$$

ここで, $\{\mathbf{B}_t, \mathbf{C}_t, \tau_t\}_{t=1}^T$ は学習可能なパラメータの集合である. これらのパラメータは誤差逆伝搬法と確率的学習により学習される. LISTA の収束速度は ISTA よりも大幅に高速であるが, 学習可能なパラメータの数が多いため (T 回の反復で $(mn + n^2 + 1)T$), 学習過程に負荷がかかり不安定になる場合がある.

TISTA[10] は直交近似メッセージ伝搬 (orthogonal approximate message passing, orthogonal AMP) アルゴリズム [14] に基づくシステム式 (4.1) のための学習可能なアルゴリズムであり, 次式で定義される.

$$\mathbf{r}^{(t)} := \mathbf{s}^{(t)} + \gamma_t \mathbf{W}(\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{s}^{(t)}) \quad (4.5)$$

$$\mathbf{s}^{(t+1)} := \eta_m(\mathbf{r}^{(t)}; \tau_t^2) \quad (4.6)$$

$$v_t^2 := \max\left\{\frac{\|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{s}^{(t)}\|_2^2 - m\sigma^2}{\text{Tr}(\mathbf{A}^T \mathbf{A})}, \epsilon\right\} \quad (4.7)$$

$$\tau_t^2 := \frac{v_t^2}{n}(n + (\gamma_t^2 - 2\gamma_t)m) + \frac{\gamma_t^2 \sigma^2}{n} \text{Tr}(\mathbf{W}\mathbf{W}^T) \quad (4.8)$$

ここで行列 $\mathbf{W} = \mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1}$ は行列 \mathbf{A} の疑似逆行列である. パラメータ $\{\gamma_t\}_{t=1}^T$ は学習プロセスで最適化できる学習可能パラメータである. そのため, TISTA は T 回の反復で T 個の学習可能パラメータしか持たない. このことは, LISTA と比較して, 柔軟で安定した学習処理を可能にする. また, TISTA は信号回復性能を向上させ, 圧縮センシングの幅広い測定行列に適応することができる [10].

C-TISTA[7] は TISTA の勾配ステップに Wirtinger 微分を用いて複素数フィールドにおける非線形システムに対処する.

4.2 Wirtinger 微分による勾配降下法

C-TISTA[7] は次式のような複素型非線形システムに対処する .

$$\mathbf{y} = f(\mathbf{Ax}) + \mathbf{w} \quad (4.9)$$

ここで , $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$, ベクトル $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^n$ は入力ベクトルである . 加法性雑音 $\mathbf{w} \in \mathbb{C}^m$ の各成分は $CN(0, \sigma^2)$ に従う . 信号復元アルゴリズムは , A と f が完全に既知であるという仮定で , 観測値 \mathbf{y} を推論するためのアルゴリズムである . ここでは C-TISTA で用いる Wirtinger 微分について説明し , 式 (4.9) の問題を解くための勾配降下法を導出する .

$$\text{Minimize}_{\mathbf{x} \in \mathbb{C}^n} g(\mathbf{x}) := \frac{1}{2} \|\mathbf{y} - f(\mathbf{Ax})\|_2^2 \quad (4.10)$$

関数 $\|z\|_2^2 = z^H z$ は複素的な微分可能性を持たないため , 実数値問題の勾配降下法の単純な拡張は式 (4.9) のような複素値問題には適用できない . この問題に対して実変数に関する偏微分の拡張として , 複素解析における Wirtinger 微分を用いる . 関数 $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $z := z_r + jz_i \in \mathbb{C}(z_r, z_i \in \mathbb{R})$ に対して $F(z_r, z_i) = f(z)$ となる関数 $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{C}$ を導入する . このとき , Wirtinger 微分は偏導関数を用いて次式で定義される .

$$\frac{\partial f(z)}{\partial z} := \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial z_r} - j \frac{\partial}{\partial z_i} \right] F(z_r, z_i) \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial f(z)}{\partial z^*} := \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial z_r} + j \frac{\partial}{\partial z_i} \right] F(z_r, z_i) \quad (4.12)$$

複素ベクトル $\mathbf{z} \in \mathbb{C}^n$ に対して , $\frac{\partial}{\partial \mathbf{z}} := \left(\frac{\partial}{\partial z_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial z_n} \right)^T$, $\frac{\partial}{\partial \mathbf{z}^*} := \left(\frac{\partial}{\partial z_1^*}, \dots, \frac{\partial}{\partial z_n^*} \right)^T$ という微分演算子を用いる . 式 (4.10) について $\nabla g(\mathbf{x}) := -\partial g / \partial \mathbf{x}^*$ を計算する [15] . はじめに , 関数 f がベクトルの各成分に適用されることを前提に , 第 1 変数 x_1^* に関する Wirtinger 微分を計算する .

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_1^*} g(\mathbf{x}) &= -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \left[\{y_i - f(\mathbf{a}_i \mathbf{x})\}^* \frac{\partial}{\partial x_1^*} (f(\mathbf{a}_i \mathbf{x})) + y_i - f(\mathbf{a}_i \mathbf{x}) \}^* \frac{\partial}{\partial x_1^*} (f^*(\mathbf{a}_i \mathbf{x})) \right] \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m a_{i1}^* \left[\{y_i - f(\mathbf{a}_i \mathbf{x})\}^* \frac{\partial f}{\partial z^*} (f(\mathbf{a}_i \mathbf{x})) + y_i - f(\mathbf{a}_i \mathbf{x}) \}^* \frac{\partial f^*}{\partial z^*} (\mathbf{a}_i \mathbf{x}) \right] \end{aligned} \quad (4.13)$$

ここで , $\mathbf{a}_i := (a_{i1}, \dots, a_{in}) (1 \leq i \leq m)$, $\frac{\partial f}{\partial z^*}(\mathbf{u}) := \frac{\partial f(z)}{\partial z^*} |_{z=\mathbf{u}}$ であり , 次式の連鎖律 [16] を用いる .

$$\frac{\partial}{\partial z^*} (f_1 \circ f_2) = \left(\frac{\partial f_1}{\partial z} \circ f_2 \right) \frac{\partial f_2}{\partial z^*} + \left(\frac{\partial f_1}{\partial z^*} \circ f_2 \right) \frac{\partial f_2^*}{\partial z^*} \quad (4.14)$$

4.2 Wirtinger 微分による勾配降下法

関数 $f_1, f_2 : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ とし, 式 (4.13) の 2 行目で恒等式 $\partial z / \partial z^* = \partial z^* / \partial z = 0$ とする. これを他の変数に関する微分と組み合わせると次式のようになる.

$$\nabla g(\mathbf{x}) = -\frac{1}{2} \mathbf{A}^H \left[\{\mathbf{y} - f(\mathbf{Ax})\}^* \odot \frac{\partial f}{\partial z^*}(\mathbf{Ax}) + \{\mathbf{y} - f(\mathbf{Ax})\} \odot \frac{\partial f^*}{\partial z^*}(\mathbf{Ax}) \right] \quad (4.15)$$

ここで \odot は成分毎の積を表すアダマール積である. 上式について, 線形モデルに関して次式のように簡略化することができる.

$$\nabla f(\mathbf{x}) = -\frac{1}{2} \mathbf{A}^H (\mathbf{y} - \mathbf{Ax}) \quad (4.16)$$

また, 解析関数 $f(z)$ について, 次式のようになる.

$$\nabla g(\mathbf{x}) = -\frac{1}{2} \mathbf{A}^H [\{\mathbf{y} - \mathbf{Ax}\} \odot f'(\mathbf{Ax})] \quad (4.17)$$

ここで, $f'(z)$ は, z に関する複素微分である. 同様に, 実数型システムで $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\mathbf{x}, \mathbf{w} \in \mathbb{R}^n$, $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ とすると, 次式となる.

$$\nabla g(\mathbf{x}) = -\frac{1}{2} \mathbf{A}^T [\{\mathbf{y} - f(\mathbf{Ax})\} \odot f'(\mathbf{Ax})] \quad (4.18)$$

式 (4.15) に基づき, ステップサイズパラメータ $\beta (> 0)$, 初期値を $\mathbf{x}^{(1)}$ とし, 勾配降下法の更新規則は以下のようになる.

$$\mathbf{x}^{(t+1)} = \mathbf{x}^{(t)} - 2\beta \nabla g(\mathbf{x}^{(t)}) \quad (4.19)$$

4.3 C-TISTA の再帰式

C-TISTA は式 (4.9) のような複素型非線形システムを扱う．C-TISTA の再帰式は以下のよ
うに与えられる．

$$\mathbf{r}^{(t)} := \mathbf{s}^{(t)} + \beta_t h(\mathbf{s}^{(t)}) \quad (4.20)$$

$$\mathbf{s}^{(t+1)} := \eta(\mathbf{r}^{(t)}; \lambda^{(t)}) \quad (4.21)$$

$$\lambda^{(t)} := a_t + b_t \frac{\|\mathbf{y} - f(\mathbf{A}\mathbf{s}^{(t)})\|_2^2}{\text{Tr}(\mathbf{A}^H \mathbf{A})} \quad (4.22)$$

$$h(\mathbf{s}) := \mathbf{W} \left[\{\mathbf{y} - f(\mathbf{A}\mathbf{s})\}^* \odot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{z}^*}(\mathbf{A}\mathbf{s}) + \{\mathbf{y} - f(\mathbf{A}\mathbf{s})\} \odot \frac{\partial f^*}{\partial \mathbf{z}}(\mathbf{A}\mathbf{s}) \right] \quad (4.23)$$

ここで $\eta(z; \lambda) : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ はパラメータ λ を持つ非線形関数である． $\mathbf{W} := (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H (m \leq n)$ は \mathbf{A} の擬似逆行列， \odot はアダマール積である．初期探索点 $\mathbf{s}^{(1)}$ から開始するとアルゴリズムの出力である T 反復ステップ後の推定値は $\hat{\mathbf{x}} := \mathbf{s}^{(T+1)}$ で与えられる．C-TISTA の学習可能なパラメータ (T 反復ステップ) は $3T$ 個の実数スカラー $\{\beta_t, \alpha_t, b_t\}_{t=1}^T$ であり，学習可能なパラメータが少ないため，TISTA と同様に高速で安定した学習が可能である．

最初の更新規則 (4.20) は Wirtinger 微分を用いた勾配ステップであり，そのステップサイズは学習可能なパラメータ $\beta_t (> 0)$ である．縮小ステップと呼ばれる第 2 の更新規則 (4.21) は事前情報に基づいて検出された信号とパラメータ λ によって推定値が更新される．本論文で用いる，縮小ステップ (式 (4.21)) 中の $\eta(\mathbf{r}^{(t)}; \lambda^{(t)}) : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ は次式で与えられる．

$$\eta(\mathbf{r}^{(t)}; \lambda^{(t)}) = \frac{\sum_{s \in S} s \exp(-\frac{|\mathbf{r}^{(t)} - s|^2}{\lambda^{(t)}})}{\sum_{s \in S} \exp(-\frac{|\mathbf{r}^{(t)} - s|^2}{\lambda^{(t)}})} \quad (4.24)$$

第 5 章

C-TISTA を用いた高密度マルチキャリア変調信号の復調

本章では，HC-MCM 方式における復調時の判定に C-TISTA を適用した場合の性能を ML 推定による判定，DFT による独立判定と BER 特性を用いて比較する．

5.1 BER 特性

HC-MCM 方式について C-TISTA による判定，ML 推定による判定，DFT による独立判定の BER 特性を比較する．C-TISTA の設定条件は反復回数を 10，学習回数を 500，ミニバッチサイズを 200 とし，最適化に学習率 0.0005 の Adam を用いる．サブキャリアの周波数間隔を $\Delta fT = 0.75$ ，メッセージシンボルを QPSK としたときのサブキャリア数を $K = 4$ ，ゼロ点付加を $K_0 = 8$ の場合の HC-MCM 方式の BER 特性を図 5.1，サブキャリア数を $K = 8$ ，ゼロ点付加を $K_0 = 16$ の場合の HC-MCM 方式の BER 特性を図 5.2 に示す．

図 5.1 より，C-TISTA を適用したときに ML 推定による判定に近い BER 特性が得られ，DFT による独立判定よりも改善できたことがわかる．図 5.2 より，DFT による独立判定での復調は ML 推定による判定よりも大幅に BER 特性が劣化していることを確認できる．C-TISTA を適用したときの BER 特性は ML 推定による判定の BER 特性と比べて劣化してはいるものの，DFT による独立判定の BER 特性より改善できていることがわかる．サブキャリア数 K が増加したことで ML 推定による判定では BER 特性に明らかな劣化は見られなかったものの，C-TISTA を適用したときは，BER 特性の劣化が見られた．

5.1 BER 特性

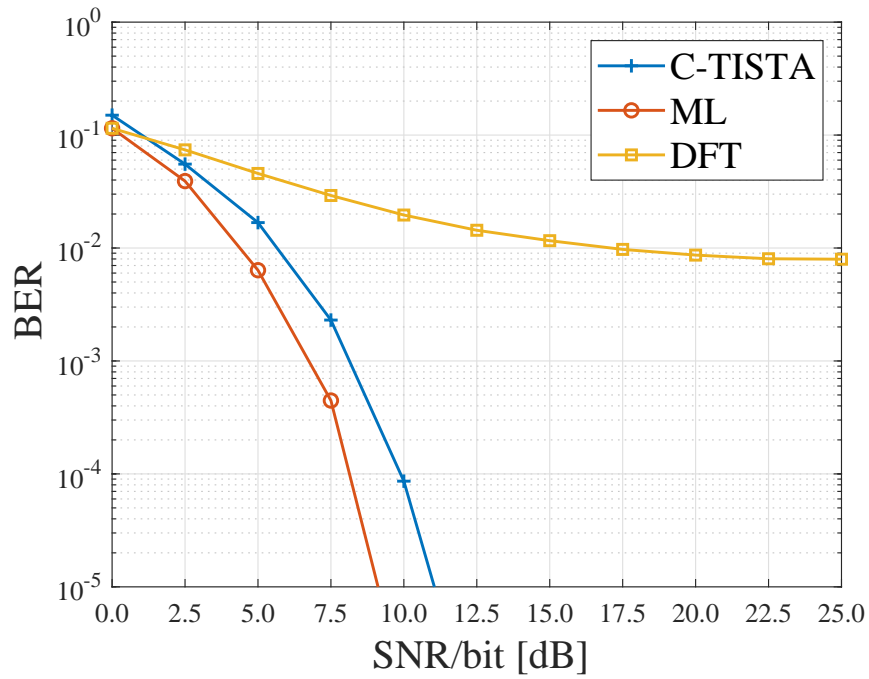


図 5.1 $K = 4$, $K_0 = 8$, $\Delta fT = 0.75$ の BER 特性

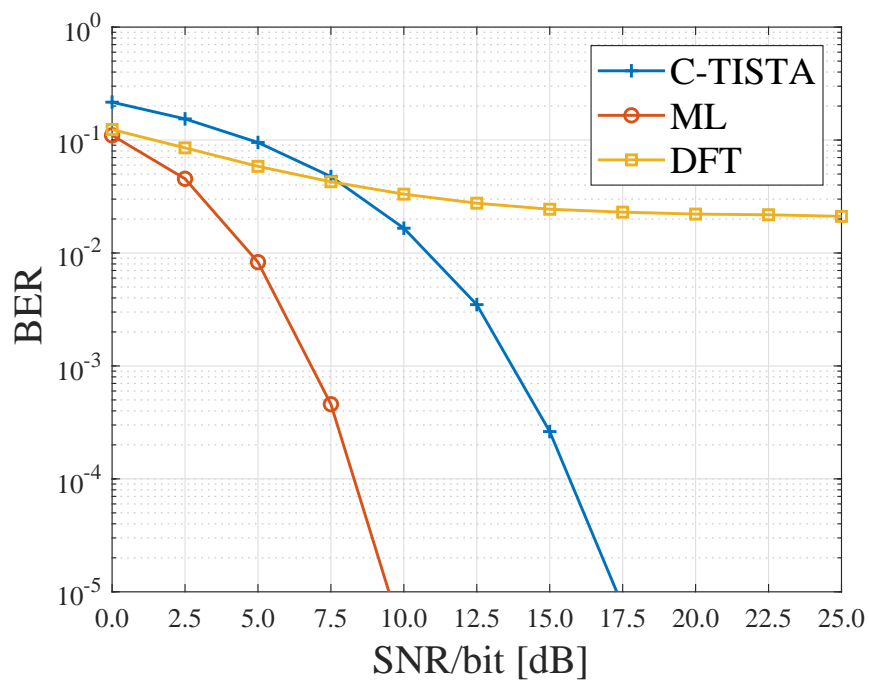


図 5.2 $K = 8$, $K_0 = 16$, $\Delta fT = 0.75$ の BER 特性

5.2 C-TISTA の反復回数と BER 特性の関係

次に $\text{SNR/bit} = 10.0 \text{ dB}$, 15.0 dB に固定した時の反復回数と BER 特性の関係を図 5.3 , 図 5.4 に示す . HC-MCM のパラメータと C-TISTA の設定は図 5.2 と同様である . 図 5.3 より , $\text{SNR/bit} = 10.0 \text{ dB}$ のとき反復回数 $T = 4$ を過ぎると BER の値が安定していることがわかる . $\text{SNR/bit} = 15.0 \text{ dB}$ のとき $T = 6$ 以降から BER の値が安定していることがわかる . また , 図 5.4 より , 反復回数を 10 より増やし続けても BER の値が良くなっているとは言えない . この結果より C-TISTA の学習は , シミュレーション条件で設定した反復回数 10 回で安定した値をとり得ると言える .

5.3 サブキャリア数の増加による BER の変化

サブキャリアの周波数間隔を $\Delta fT = 0.75$, メッセージシンボルを QPSK としたときのサブキャリア数の増加と BER の変化を図 5.5 に示す . C-TISTA の設定条件は反復回数を 10 , 学習回数を 500 , ミニバッチサイズを 200 とし , 最適化に学習率 0.0005 の Adam を用いる . サブキャリア数 K を 4, 8, 16, 32 としたとき , ゼロ点付加 K_0 はそれぞれ 8, 16, 28, 56 である . HC-MCM 方式における復調時の判定に C-TISTA を適用した場合の BER と , 比較対象として DFT による独立判定の BER を示している . 図 5.5 より , $K = 4, 8$ のときは C-TISTA による判定で DFT による判定よりも良い BER が得られているが , $K = 16, 32$ では C-TISTA による判定の方が悪い結果となった . この結果より , サブキャリア数の増加に応じた , C-TISTA の適切なパラメータの設定が必要であると考えられる .

5.3 サブキャリア数の増加による BER の変化

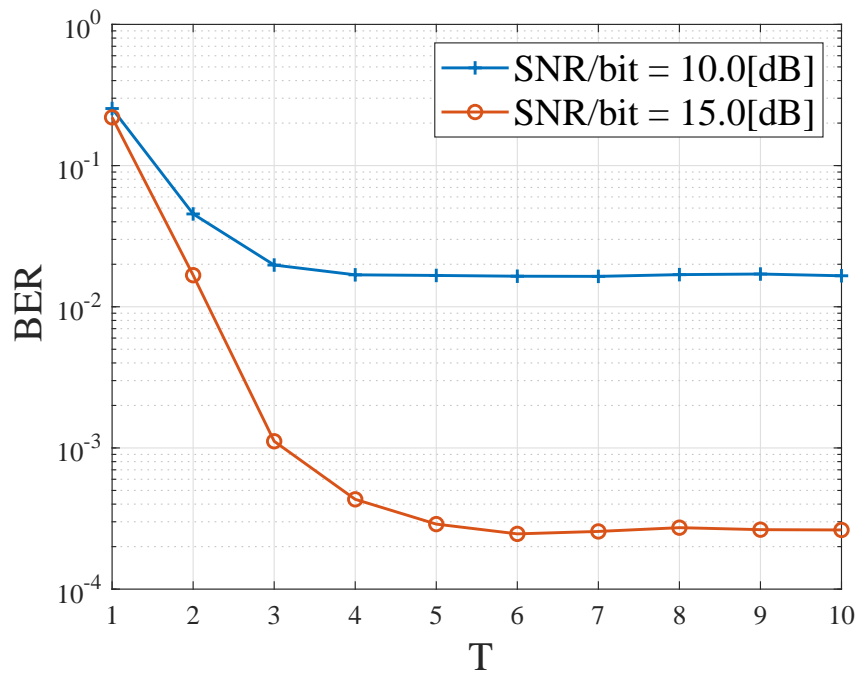


図 5.3 $K = 8$, $K_0 = 16$, $\Delta fT = 0.75$ の反復回数と BER 特性の関係 ($T = 10$)

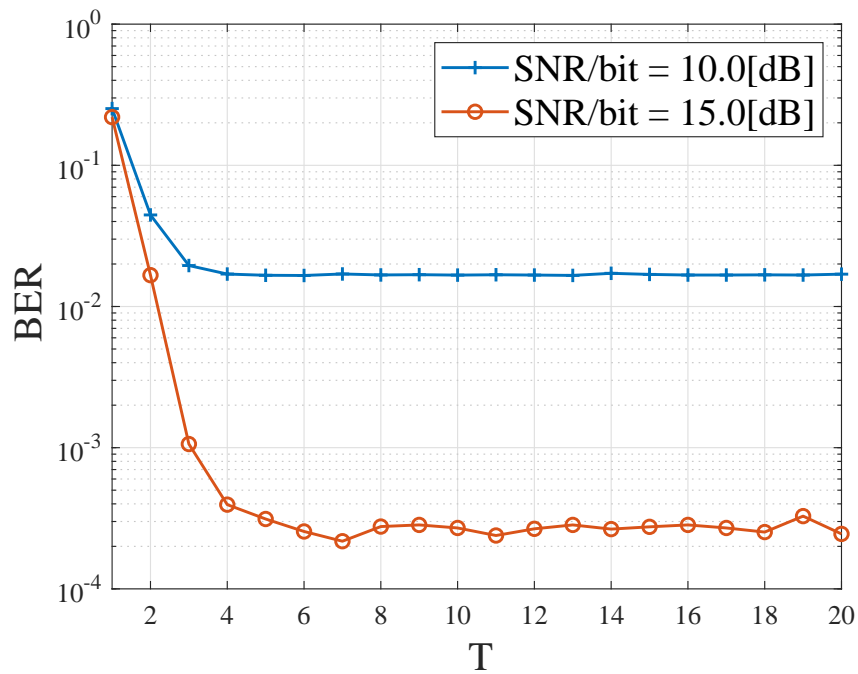


図 5.4 $K = 8$, $K_0 = 16$, $\Delta fT = 0.75$ の反復回数と BER 特性の関係 ($T = 20$)

5.4 計算量

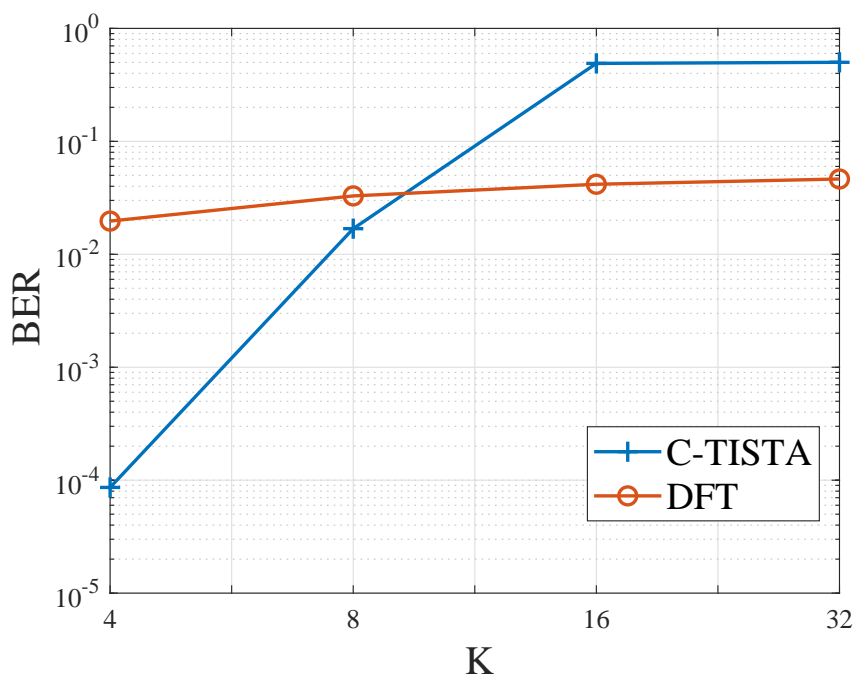


図 5.5 サブキャリア数の増加による BER の変化

5.4 計算量

サブキャリアの増加に対して ML 推定による判定では計算量が指数関数的に増大し，DFT による独立判定では線形対数的に計算量が増加する．C-TISTA による判定では， $N = K + K_0$ としたとき，反復回数 1 回当たりの再帰式の計算量は $O(N^2)$ である．なお， A の擬似逆行列 W の計算量は $O(N^3)$ であるが，事前に 1 度計算するだけである．

第 6 章

まとめ

本研究では HC-MCM 方式における復調時の判定に C-TISTA を適用した場合の性能を ML 推定による判定，DFT による独立判定と比較し検討した．C-TISTA を適用することで DFT による独立判定よりも大幅な BER 特性の改善が見られたが，ML 推定に近いと言えるまでの性能には届かなかった．

学習アルゴリズムの改善や新たなアルゴリズムの導入によりサブキャリア数を増やした時の HC-MCM 方式の BER 特性を ML 推定の BER 特性に更に近づけることが今後の課題として残る．

謝辞

本研究を進めるにあたり，高知工科大学情報学群浜村昌則教授には，終始熱心なご指導，ご教授を頂きましたことをこの場を借りて心より御礼申し上げます．また，副査を引き受けてくださいました福本昌弘教授，吉田真一教授のご兩名におきましては，ご多忙の中，本研究について多大なるご助言を頂きましたことを深く感謝申し上げます．

共に研究に励み，本研究への助言を頂いた浜村研究室に所属するみなさまには多くのご支援を頂きましたことを感謝いたします．最後に，私を温かく見守り，支えてくれた家族や友人に感謝いたします．

参考文献

- [1] 和田山正, “無線通信のための深層学習の基礎,” 電子情報通信学会通信ソサイエティ 革新的無線通信技術に関する横断型研究会, Oct. 2019.
- [2] 伊丹誠, “OFDM の基礎と応用技術,” IEICE Fundamentals Review , vol.1 , no.2 , pp.35-43 , Oct.2007.
- [3] 浜村昌則, “非直交マルチキャリア信号へのスレピアン系列の応用,” IEICE Fundamentals Review , vol.11 , no.1 , pp.54-62 , July 2017.
- [4] M.R.D. Rodrigues and I. Darwazeh, “A spectrally efficient frequency division multiplexing based communications system,” in Proc. 8th Int. OFDM-Workshop(InOWo), Sep. 2003.
- [5] 浜村昌則, 太刀川信一, “高密度 FDM 通信方式について,” 信学技報 WBS2003-45 , pp27-32 , July 2003.
- [6] M. Hamamura and S. Tachikawa, “Bandwidth efficiency improvement for multicarrier systems,” IEEE PIMRC 2004, vol.1/4, pp.48-52, Sep. 2004.
- [7] S. Takabe and T. Wadayama, “ Complex field-trainable ISTA for linear and nonlinear inverse problems, ” <https://arxiv.org/abs/1904.07409>, 2019.
- [8] 関清三, わかりやすいデジタル変復調の基礎, オーム社, 2001.
- [9] 伊丹誠, わかりやすい OFDM 技術, オーム社, 2005.
- [10] D. Ito, S. Takabe, and T. Wadayama, “ Trainable ISTA for sparse signal recovery, ” IEEE Trans. Signal Proc., vol. 67, no. 12, pp. 3113-3125, June 2019.
- [11] R. Tibshirani, “ Regression shrinkage and selection via the Lasso, ” J. Royal Stat. Society, Series B, vol. 58, pp. 267288, 1996.
- [12] A. Chambolle, R. A. DeVore, N. Lee, and B. J. Lucier, “ Nonlinear wavelet image processing: Variational problems, compression, and noise removal through wavelet shrinkage, ” IEEE Trans. Image Process., vol. 7, no. 3, pp. 319335, Mar. 1998.

参考文献

- [13] K. Gregor and Y. LeCun, " Learning fast approximations of sparse coding, " Proc. 27th Int. Conf. Machine Learning, pp. 399-406, 2010.
- [14] J. Ma and L. Ping, " Orthogonal AMP, " IEEE Access, vol. 5, pp. 2020-2033, Jan. 2017.
- [15] B. Widrow, J. McCool and M. Ball, " The complex LMS algorithm, " Proc. IEEE, vol. 63, no. 4, pp. 719-720, April 1975.
- [16] R. Remmert, Theory of complex functions. Harrisonburg, VA:Springer-Verlag, 1991.