

## 液晶駆動型マイクロアクチュエータの開発\*

(第2報, 各種パラメータの影響)

劉 春 波<sup>\*1</sup>, 蝶野 成臣<sup>\*2</sup>, 辻 知宏<sup>\*2</sup>

### Development of Micro-Actuators Driven by Liquid Crystals (2nd Report, Effect of Various Parameters)

Chunbo LIU, Shigeomi CHONO<sup>\*3</sup> and Tomohiro TSUJI

<sup>\*3</sup> Department of Intelligent Mechanical Systems Engineering, Kochi University of Technology,  
185 Miyakuchi, Tosayamada-cho, Kami-shi, Kochi, 782-8502 Japan

As a purpose of developing liquid crystalline micro-actuators, transient behaviors of a nematic liquid crystal between two parallel plates are computed with various parameters such as applied voltage, gap of the plates, and twist and tilt angles. When the twist angle is 0 deg, the induced flow is planar, and when the twist angle is not 0 deg, on the other hand, the flow has an out of plane component. With increasing the applied voltage, the shear stress acting on the plate, the velocity, and the flow rate are increased and the response is improved. The effect of the gap of the plates is large; when the gap is reduced to 5 μm, for example, the response is so high that the physical quantities become maxima within a couple of milliseconds. However, if the electric field intensity is kept constant, the effect of the gap is negligible. The tilt angle has comparatively little effect. We can develop micro-actuators with arbitrary characteristics by controlling properly applied voltage, size of actuators, and anchoring conditions.

**Key Words:** Non-Newtonian Fluid, Micro-Actuator, Liquid Crystal, Leslie-Ericksen Theory, Numerical Analysis

### 1. 緒 言

棒状または円盤状の分子からなる液晶は、その分子形状に起因して誘電率、磁化率、粘性係数、弾性定数など、様々な物性値が分子の配向状態に依存する異方性物質である<sup>(1)(2)</sup>。現在数兆円産業にまで成長した液晶ディスプレイは、液晶の持つこのような異方性の特徴を、“オプティクス（光学）”の分野に応用した成功例であるといえる。これに対して本研究は、液晶の異方性に“メカニクス”的観点からアプローチするものである。

固体の力学と流体の力学は、機械工学の根幹をなす体系化された学問領域であり、そこで見出された原理に基づいて多数の有用な工業製品が開発されてきた。液晶は、固体の“剛性”と流体の“柔軟性”という相反する性質を兼備するユニークな物質であることから、固体や液体と同程度、あるいはそれ以上のメカニカルな応用例があつてしかるべきである。しかし「液晶」＝「液晶ディスプレイ」という図式

が描かれるほど、液晶の研究はオプティクスに限定されてきた。本研究は、液晶のメカニクス・ダイナミクスという学術分野を確立し、これを機械要素技術に応用することにより、例え従前にはない新発想のマイクロアクチュエータの開発を目的とする。

前報<sup>(3)</sup>では、平行平板間のネマティック液晶の非定常計算と流動の可視化実験を行った。その結果、液晶に電場を印加すると流動が発生すること、および発生する速度分布はツイスト角に依存し、ツイスト角が 0° では分布は S 字形、ツイスト角が 180° では一方向流れになることを明らかにした。さらに流動発生のメカニズムについても言及した。本報では、液晶駆動型マイクロアクチュエータを設計する際の基礎データの獲得を目的として、印加電圧、平板間隔、ツイスト角、チルト角が発生速度や平板に働く応力に及ぼす影響について、数値計算により明らかにする。

### 2. 支配方程式

**2.1 基礎式** 基礎式の詳細は前報<sup>(3)</sup>で述べたので、本報では式を列挙するに留める。用いた構成方程式は前報と同様 Leslie-Ericksen 理論<sup>(4)~(6)</sup>である。

\* 原稿受付 2005年12月15日。

\*1 高知工科大学大学院工学研究科(〒782-8502 香美市土佐山田町宮の口185)。

\*2 正員、高知工科大学知能機械システム工学科。  
E-mail: chono.shigeomi@kochi-tech.ac.jp

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = (\epsilon_{\perp} \mathbf{E} + \Delta \epsilon \mathbf{n} \cdot \mathbf{E} \mathbf{n}) \cdot (\nabla \mathbf{E}) - \nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \quad (1)$$

$$\mathbf{n} \times \left\{ \Delta \epsilon \mathbf{n} \cdot \mathbf{E} \mathbf{E} - \frac{\partial F}{\partial \mathbf{n}} + \nabla \cdot \left( \frac{\partial F}{\partial \nabla \mathbf{n}} \right) + \gamma_1 \mathbf{N} + \gamma_2 \mathbf{A} \cdot \mathbf{n} \right\} = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} &= \alpha_1 \mathbf{n} \mathbf{n} \mathbf{n} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{n} + \alpha_2 \mathbf{n} \mathbf{N} + \alpha_3 \mathbf{N} \mathbf{n} + \alpha_4 \mathbf{A} \\ &\quad + \alpha_5 \mathbf{n} \mathbf{n} \cdot \mathbf{A} + \alpha_6 \mathbf{A} \cdot \mathbf{n} \mathbf{n} - \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \nabla \mathbf{n}} \cdot (\nabla \mathbf{n})^T \end{aligned} \quad (3)$$

$$\mathbf{N} = \frac{D\mathbf{n}}{Dt} - \boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{n} \quad (4)$$

$$F = \frac{1}{2} \left\{ K_1 (\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + K_2 (\mathbf{n} \cdot \nabla \times \mathbf{n})^2 + K_3 |\mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{n}|^2 \right\} \quad (5)$$

$\rho$  は液晶の密度、 $\mathbf{v}$  は速度ベクトル、 $p$  は圧力、 $\boldsymbol{\tau}$  は偏差応力テンソル、 $D/Dt$  は実質微分、 $\mathbf{n}$  は液晶分子の局所的平均配向方向を表す単位ベクトルでディレクタ、 $\alpha_1 \sim \alpha_6$  はレズリー粘性係数、 $K_1 \sim K_3$  は分子場弹性定数、 $\mathbf{E}$  は電場ベクトル、 $\mathbf{A}$  は変形速度テンソル、 $\boldsymbol{\Omega}$  は渦度テンソル、 $\Delta \epsilon = \epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}$  は誘電率の異方性 ( $\epsilon_{\perp}$  および  $\epsilon_{\parallel}$  はそれぞれディレクタに垂直および平行方向の誘電率)、 $\gamma_1 (= \alpha_3 - \alpha_2)$ 、 $\gamma_2 (= \alpha_6 - \alpha_5)$  は粘性係数である。

**2・2 基礎式の展開** 図 1 に示すような座標系において  $y$  方向に強度  $E$  (定数) の一様電場が印加されている場合、ディレクタ  $\mathbf{n}$ 、速度ベクトル  $\mathbf{v}$  および電場ベクトル  $\mathbf{E}$  を成分表示すると以下となる。

$$\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)^T \quad (6)$$

$$\mathbf{v} = (u, 0, w)^T \quad (7)$$

$$\mathbf{E} = (0, E, 0)^T \quad (8)$$

式(6)～(8)を式(1)、(2)に代入すると、成分表示した運動方程式および角運動方程式は以下となる。

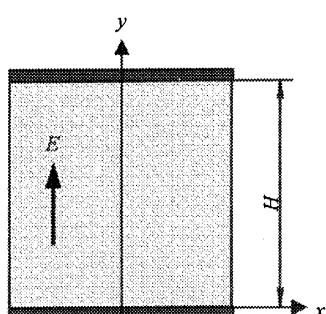


Fig. 1 Coordinate system

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial u}{\partial t} &= \alpha_1 \left\{ \frac{\partial}{\partial y} (n_x^2 n_y^2) \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} (n_x n_y^2 n_z) \frac{\partial w}{\partial y} \right. \\ &\quad \left. + n_x n_y^2 \left( n_x \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + n_z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right\} + \frac{\alpha_4}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ &\quad + \alpha_2 \frac{\partial}{\partial y} \left( n_y \frac{\partial n_x}{\partial t} \right) + \alpha_3 \frac{\partial}{\partial y} \left( n_x \frac{\partial n_y}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (9a)$$

$$\begin{aligned} &\quad - \frac{\alpha_2 - \alpha_5}{2} \left( 2n_y \frac{\partial n_y}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} + n_y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ &\quad + \frac{\alpha_3 + \alpha_6}{2} \left\{ 2n_x \frac{\partial n_x}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} (n_x n_z) \frac{\partial w}{\partial y} \right. \\ &\quad \left. + n_x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + n_x n_z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial w}{\partial t} &= \alpha_1 \left\{ \frac{\partial}{\partial y} (n_x n_y^2 n_z) \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} (n_y^2 n_z) \frac{\partial w}{\partial y} \right. \\ &\quad \left. + n_y^2 n_z \left( n_x \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + n_z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right\} + \frac{\alpha_4}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ &\quad + \alpha_2 \frac{\partial}{\partial y} \left( n_y \frac{\partial n_z}{\partial t} \right) + \alpha_3 \frac{\partial}{\partial y} \left( n_z \frac{\partial n_y}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (9b)$$

$$\begin{aligned} &\quad - \frac{\alpha_2 - \alpha_5}{2} \left( 2n_y \frac{\partial n_y}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y} + n_y^2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ &\quad + \frac{\alpha_3 + \alpha_6}{2} \left\{ \frac{\partial}{\partial y} (n_x n_z) \frac{\partial u}{\partial y} + 2n_z \frac{\partial n_z}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y} \right. \\ &\quad \left. + n_x n_z \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + n_z^2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_1 \frac{\partial n_x}{\partial t} &= n_y \left\{ 2(K_3 - K_2) \frac{\partial n_x}{\partial y} \frac{\partial n_y}{\partial y} - \alpha_2 \frac{\partial u}{\partial y} \right\} \\ &\quad + \{K_2 + (K_3 - K_2)n_y^2\} \frac{\partial^2 n_x}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (10a)$$

$$\begin{aligned} \gamma_1 \frac{\partial n_y}{\partial t} &= n_y \left\{ n_y \Delta \epsilon E^2 - \alpha_3 \left( n_x \frac{\partial u}{\partial y} + n_z \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right. \\ &\quad \left. - (K_3 - K_2)n_y \left\{ \left( \frac{\partial n_x}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial n_y}{\partial y} \right)^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \left( \frac{\partial n_z}{\partial y} \right)^2 \right\} + \{K_1 + (K_3 - K_2)n_y^2\} \frac{\partial^2 n_y}{\partial y^2} \right\} \end{aligned} \quad (10b)$$

$$\begin{aligned} \gamma_1 \frac{\partial n_z}{\partial t} &= n_y \left\{ 2(K_3 - K_2) \frac{\partial n_y}{\partial y} \frac{\partial n_z}{\partial y} - \alpha_2 \frac{\partial w}{\partial y} \right\} \\ &\quad + \{K_2 + (K_3 - K_2)n_y^2\} \frac{\partial^2 n_z}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (10c)$$

### 3. 数値計算

**3・1 境界条件** 速度の境界条件は、壁面ですべり無しとした。一方配向については、図2のように空間の1点におけるディレクタの姿勢を $\theta(y)$ 、 $\phi(y)$ で表現して、以下のように設定した。すなわち、壁面での $\theta$  ( $\theta(0)=\theta(H)=\theta_w$ ) をチルト角、下部壁面と上部壁面での $\phi$  の相対差 ( $\phi(0)$  を $0^\circ$  とすれば、上部壁面での $\phi(H)=\phi_w$ ) をツイスト角と定義し、 $\theta_w=1^\circ$  および $5^\circ \sim 40^\circ$  で $5^\circ$  間隔、 $\phi_w=0^\circ \sim 180^\circ$  で $60^\circ$  間隔で設定した。

**3・2 数値計算** 式(9)、(10)を離散化するにあたり、空間方向には二次精度の中心差分法を、時間方向にはクランク・ニコルソン法を用いた。予備計算より  $\Delta y = H/100$ 、 $\Delta t = 10^{-6}$ s とした。

計算パラメータとして、境界条件以外に印加電圧  $V$ 、および平板間隔  $H$  を以下の範囲で選択した。 $V=3 \sim 10$  V で 1 V 間隔、 $H=10 \sim 100$   $\mu\text{m}$  で 10  $\mu\text{m}$  間隔である。境界条件を含むこれら計算パラメータの影響を調べるためにあたり、あるパラメータに注目した場合、他のパラメータをそれらの代表値 ( $\theta_w=1^\circ$ 、 $\phi_w=0^\circ$ 、 $V=5$  V、 $H=50$   $\mu\text{m}$ ) に固定した。なお電圧の印加方法は、0 V →  $V$  V のステップ変化 1 度だけとした。

初期値として、速度は領域全体で  $\mathbf{v} = \mathbf{0}$ 、配向場には電場のない一次元の定常解を用いた。

本計算では、低分子ネマティック液晶である 5CB (4-n-pentyl-4-cyanobiphenyl) の物性値を用いた。表1にレズリー粘性係数、分子場弾性定数および誘電率を示す<sup>9)~10)</sup>。密度は  $\rho=1000$  kg/m<sup>3</sup> とした。

Table 1 Material constants of 5CB

(Pa·s)						(N)			(F/m)	
$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$\epsilon_{\parallel}$	$\epsilon_{\perp}$
$\times 10^{-2}$						$\times 10^{-12}$			$\times 10^{-11}$	
0	-8.6	-0.4	8.9	5.9	-3.1	6.37	3.81	8.60	15.7	5.7

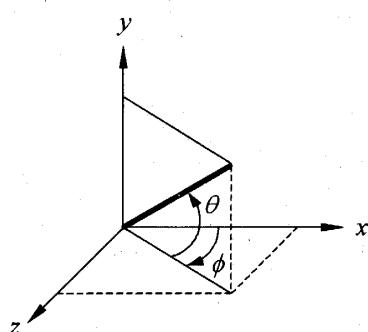


Fig. 2 Coordinate of the director

### 4. 結果および考察

**4・1 平板間速度分布** 図3にツイスト角 $\phi_w$ を変化させた場合の発生速度分布を示す。上図は $x$ 方向、下図は $z$ 方向の速度成分である。前報<sup>9)</sup>で示したように、ステップ状の電圧を1度印加した場合 (OFF→ONにしてその状態を保つ)，発生した流動は一定時間後に静止する(図4参照)。図3横軸の $u_m$ 、 $w_m$ は、この時間内の速度の最大値である(添字 $m$ は時間方向の最大値を意味する)。なお、両者の生じる時間は一致している。図より、平板間の速度分布形状はツイスト角 $\phi_w$ によって異なる。前報で $\phi_w$ が $0^\circ$ の場合、速度分布はS字形であるが、 $180^\circ$ になると一方向流れになることを明らかにした。本報では $z$ 方向成分 $w$ にも注目した結果、 $\phi_w=0^\circ$ では $w$ は発生しないが、 $\phi_w$ の増加とともにディレクタが $z$ 方向成分を有するため $w$ も誘起されることがわかる。特に $\phi_w=180^\circ$ では、 $u_m$ は上述したように一方向分布となるが $w_m$ は反対称的なS字分布となり、 $\phi_w=0^\circ$ における $u_m$ の分布に似ており興味深い。

以上のように、ツイスト角 $\phi_w$ は誘起速度に対してその分布形状にまで影響を及ぼす。以下では、チルト角、印加電圧、平板間隔の影響について、 $\phi_w$ をパラメータとして示す。

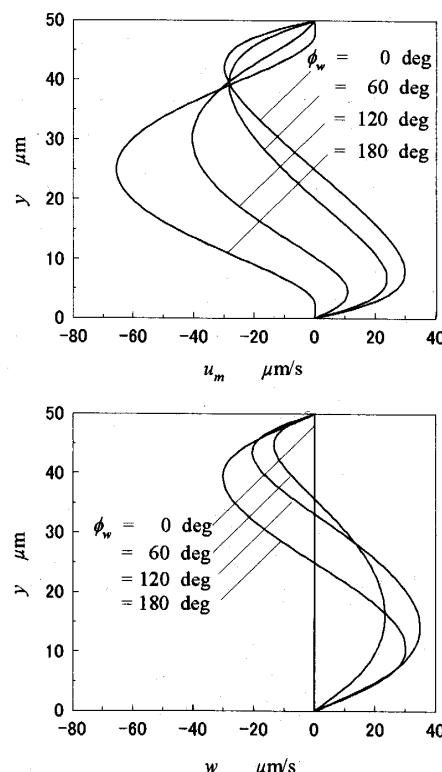


Fig. 3 Velocity profiles

**4・2 各物理量の時間変化** 図4は、せん断応力 $\sqrt{\tau_{yx}^2 + \tau_{yz}^2}$ の壁面での値 $T$ 、速度ベクトルの大きさ $|U|$ の平板間最大値 $U$ 、流量 $Q$ 、およびディレクタの傾き角 $\theta$ の平板間最大値 $\theta$ の時間変化である（大文字は平板間の最大値または代表値を意味する）。ツイスト角以外の計算パラメータはすべて代表値に設定した。図4のように $T$ 、 $U$ 、 $Q$ はともに似通った変化を示しており、時間とともに増加し、最大値に達した後、0に至っている。いずれの図においても立ち上がりに約0.2秒のタイムラグがあり、これはツイスト角に依存していない。一方、液晶分

子は電圧印加に伴って電場方向に配向するので、 $\theta$ は微増、急増を経て90°に向かって漸近する。

以下では、印加電圧、平板間隔、チルト角を種々に変化させた場合の、 $T$ 、 $U$ 、 $Q$ の時間方向最大値 $T_m$ 、 $U_m$ 、 $Q_m$ 、および壁面せん断応力が最大値に達するまでの時間 $t_m$ を示すことで、これらパラメータの影響について検討する。

**4・3 印加電圧の影響** 図5は印加電圧を変化させた場合の結果である。印加電圧の増加とともに壁面せん断応力は増加し、且つピークに至るまでの時間は減少しており、予想通りの結果が得られている。

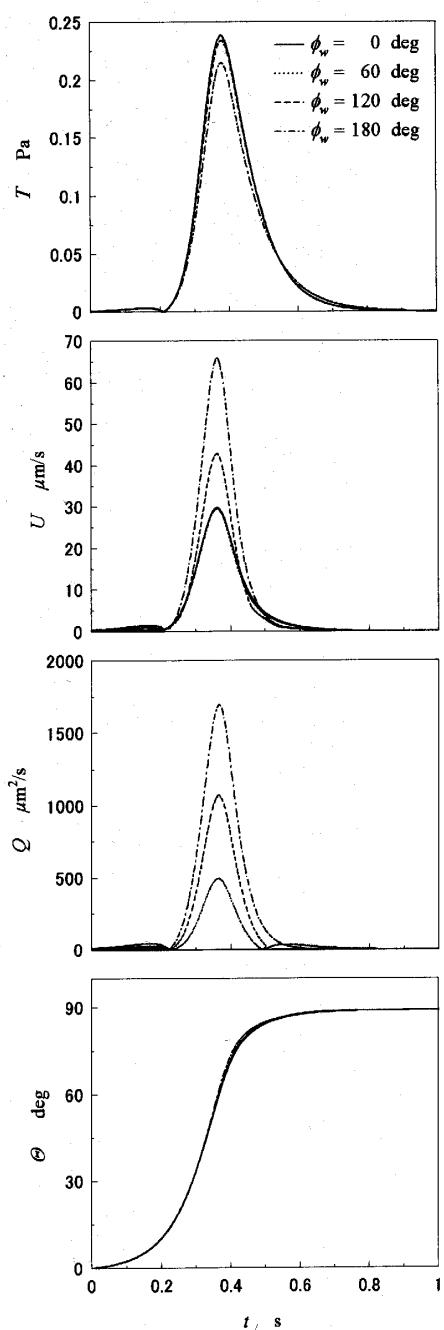


Fig. 4 Transient behaviors of typical quantities

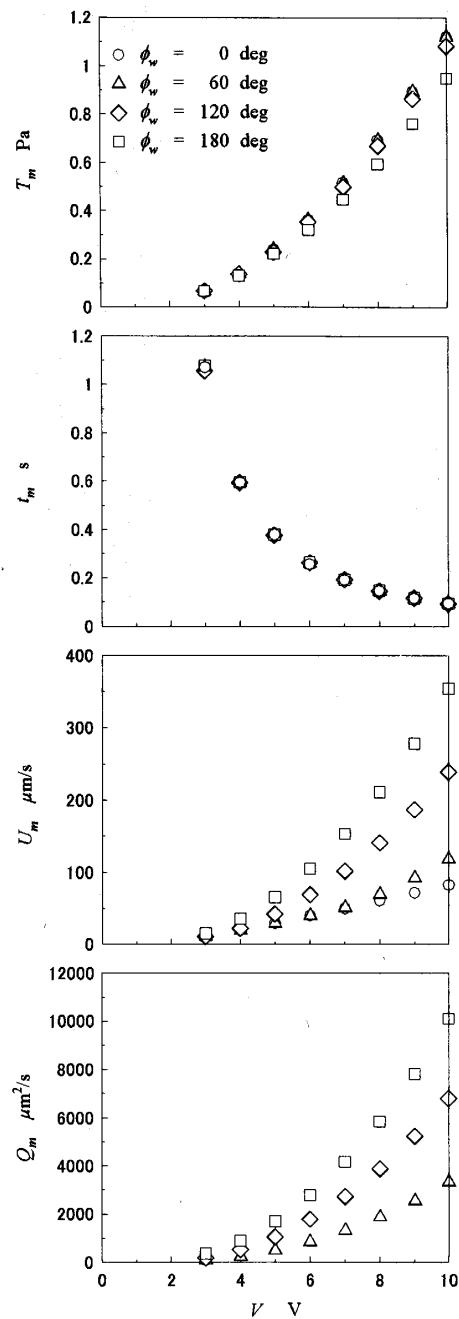


Fig. 5 Effect of applied voltage

る。またツイスト角による差異は極めて小さい。具体的にみると、 $V = 10 \text{ V}$  の時、 $t_m$  は概略  $0.1 \text{ s}$  となっており、液晶ディスプレイの応答性を考慮すれば期待を下回る値である。これについては次節で言及する。

$U_m$  と  $Q_m$  に関しては、当然のことながら印加電圧とともに両者は増加傾向にある。またツイスト角  $\phi_w$  の影響は比較的大きく、 $\phi_w$  とともに増加する。これは、前述したように速度分布が S 字分布から一方向分布に変化するためである。

#### 4・4 平板間隔の影響 図6に、平板間隔と各

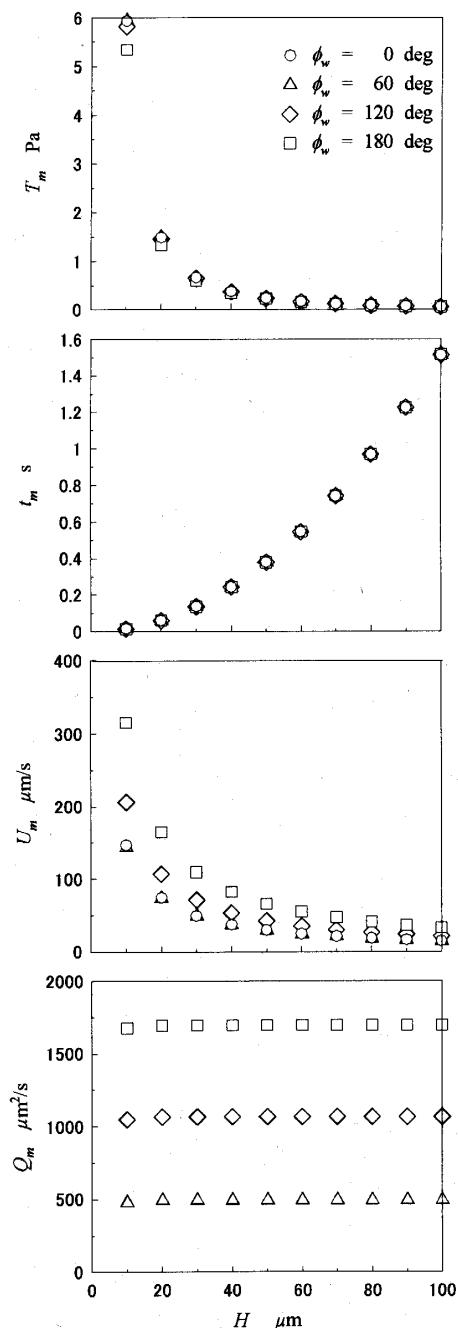


Fig. 6 Effect of gap of parallel plates

物理量の関係を示す。図のように  $T_m$  に及ぼす  $H$  の影響は  $H$  が小さいほど顕著であり、 $20 \mu\text{m}$  以下では  $H$  が減少すると  $T_m$  は指数関数的増加を示している。 $t_m$  は  $H$  の減少とともに短くなっている。そこで改めて、図4に相当する時間変化を  $H = 5 \sim 20 \mu\text{m}$  の場合について求め図7に示す。ただし  $\phi_w$  は  $0^\circ$  に固定した。流量は 0 であるので示していない。 $H$  が  $5 \mu\text{m}$  のように小さい場合、 $T$ 、 $U$ 、 $\theta$  ともに立ち上がりは極めて急峻で、数 ms のオーダーで最大値に達しており応答性は良好である。また  $T$ 、 $U$  の値自体も大きく、 $T$  は  $20 \text{ Pa}$  を超えている。

液晶ディスプレイの世界では時代とともにセルギャップ（2枚のガラス平板の間隔）は小さくなっており、最近では数  $\mu\text{m}$  のセルギャップが常識となっている。この極小ギャップの実現が短時間の分子配向変化、さらには満足な動画表示を可能とした。従ってアクチュエータへの応用に関しても、製作上の困難さを考慮しなければ、できるだけ間隔を小さくすることが高性能化に繋がると考えられる。

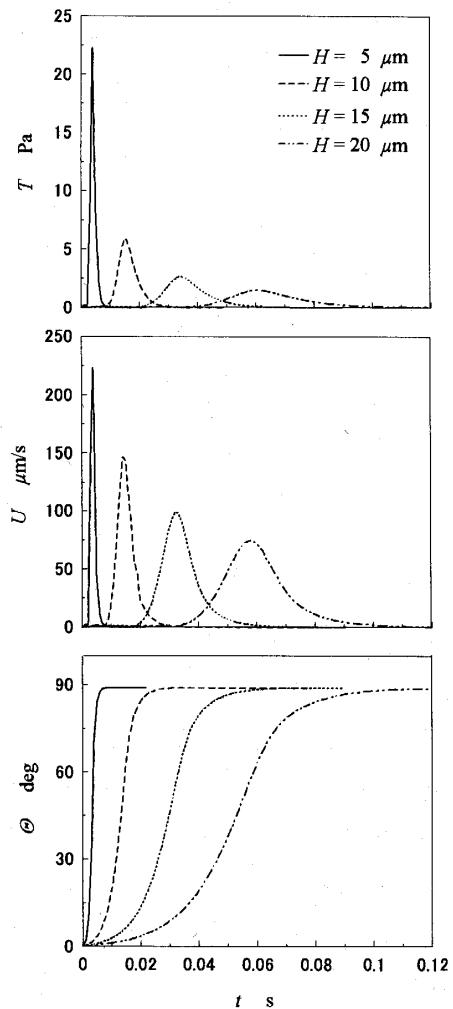


Fig. 7 Transient behaviors for small gaps

ここで、再び図6の説明に戻る。 $U_m$ は $H$ の増加とともに減少するが、 $Q_m$ は一定値を保っている。 $T_m$ には見られなかった $\phi_w$ の影響は $U_m$ と $Q_m$ に現れており、 $\phi_w=180^\circ$ で両者は最大となっている。

電場強度 $E$ は $E=V/H$ であるので、 $V$ が一定(5 V)のもとで平板間隔 $H$ を減少させることは $E$ を増加させることになる。従って図6, 7は、 $H$ と $E$ の両方の影響を含んだ結果である。そこで $H$ の影響のみを抽出するため、 $H$ の変化とともに $E$ が一定(5 V/50 μm)になるよう $V$ も変化させた。結果を図8に示す。 $\phi_w=0^\circ$ であり、従って流量は0となるので図示していない。図8より $H$ が増加すると、 $T_m$ 、 $U_m$ は増加し $t_m$ は減少しておりアクチュエータの性能としては向上している。この結果は図6と逆の傾向であるが、値は図6に比べてかなり小さい。なお、 $H=10 \mu\text{m}$ で $T_m$ 、 $U_m$ がほぼ0となっている。これは、この $H$ では $V=1 \text{ V}$ となりフレデリクス転移<sup>(1)</sup>の臨界電圧 $V_c=0.745 \text{ V}$ 近傍のため液晶分子の配向変化がほとんど発生しな

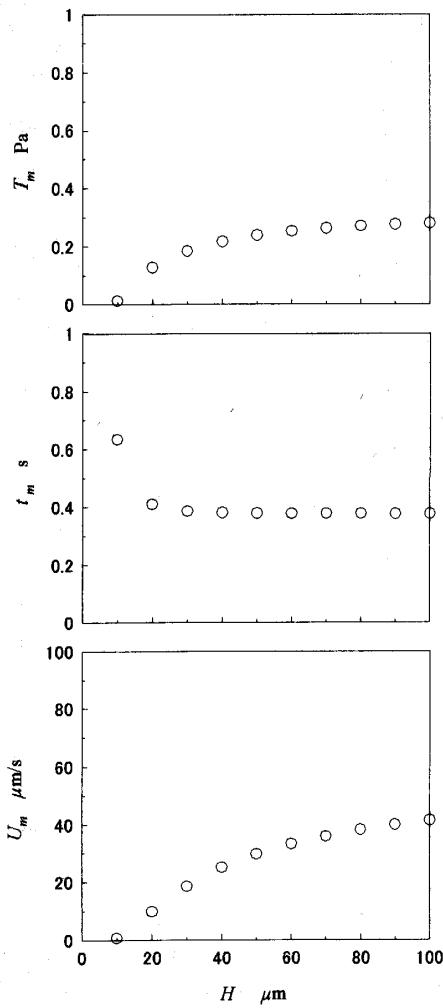


Fig. 8 Effect of gap with constant electric field

いからである。

**4・5 チルト角の影響** 図9はチルト角 $\theta_w$ の影響を示した図である。前節までに述べたパラメータと比較して $\theta_w$ の影響は小さく、各物理量はあまり変化していない。ただし $t_m$ にはわずかな変化が見られ、 $\theta_w$ が増加すると応答性は向上している。これは角運動量方程式(2)において電場ベクトルとディレクタは内積の形で存在しており、 $y$ 方向の電場ベクトルに対して $\theta_w$ が増加するとディレクタに作用するトルクが大きくなるためである。

以上の結果より、印加電圧、平板間隔、および壁

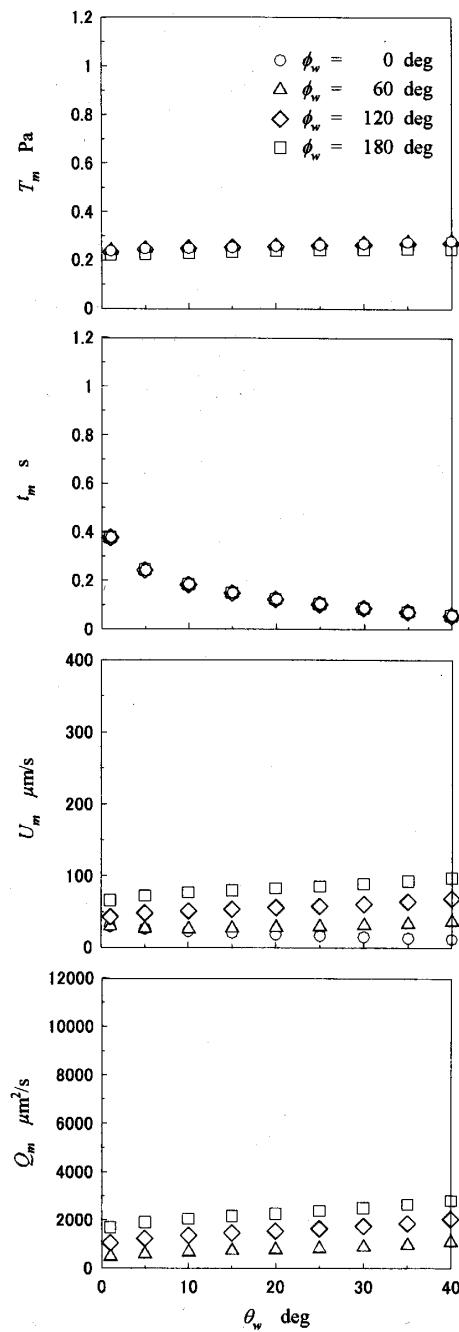


Fig. 9 Effect of tilt angle

面配向角を変化させることで誘起される速度、流量、壁面せん断応力、さらには応答特性を制御することができる。従ってこれらのパラメータを適切に選択することで、任意の特性を有するアクチュエータを開発することができる。

### 5. 結 言

電場印加によって液晶に発生する流動を利用すればマイクロアクチュエータの開発が可能となる。本論文はこの研究の第2報として、印加電圧、平板間隔、壁面での分子配向条件が発生速度、流量、壁面せん断応力等に及ぼす影響を数値計算によって調べた。得られた結果を要約して以下に示す。

(1) ツイスト角が  $0^\circ$  であれば誘起される速度は面内分布であるが、ツイスト角が  $0^\circ$  以外では速度は面外成分を有する。このようにツイスト角は誘起速度に対して分布形状にまで影響を及ぼす。

(2) 印加電圧が増加すると、壁面せん断応力、速度、流量は増加し、また応答性は向上する。

(3) 平板間隔の影響はかなり大きく、平板間隔が小さいほどその影響は顕著である。例えば平板間隔が  $5 \mu\text{m}$  の場合、応答性は非常に良好で各物理量は数 ms で最大値に達する。またそれらの値自体も大きい。ただし電場強度を一定に保った場合には、平板間隔が大きい方がアクチュエータとしての結果は良好であるが、その影響はかなり小さい。

(4) チルト角の影響は他のパラメータに比べて小さく、チルト角が増加すると応答性が若干向上するのみである。

(5) 印加電圧、寸法、壁面での分子配向状態を適切に選択することで、任意の特性を有するアクチュエータを開発することができる。

終わりに、本研究は平成17年度科学研究費補助金[基盤研究(B)]、課題番号17360084、特定領域研究、課題番号17040025]の補助を受けたことを記し、謝意を表する。

### 文 献

- (1) de Gennes, P. G. and Prost, J., *The physics of liquid crystals*, 2nd ed., (1993), p. 1, Oxford Clarendon Press.
- (2) Matsumoto, S. and Tsunoda, I., *Liquid crystals-fundamentals and applications*, (1996), p. 1, Kogyo Chosakai.
- (3) Chono, S. and Tsuji, T., Development of micro-actuators driven by liquid crystals (1st Report, Generation of flow and its mechanism), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol. 72, No. 715 (2006), pp.656-661.
- (4) Ericksen, J. L., Anisotropic fluids, *Arch. Ration. Mech. Anal.*, Vol. 4 (1960), pp. 231-237.
- (5) Ericksen, J. L., Conservation laws for liquid crystals, *Trans. Soc. Rheol.*, Vol. 5 (1961), pp. 23-34.
- (6) Leslie, F. M., Some constitutive equations for liquid crystals, *Arch. Ration. Mech. Anal.*, Vol. 28 (1968), pp. 265-283.
- (7) Knepp, H., Schneider, F. and Sharma, N. K., Rotational viscosity  $\gamma_1$  of nematic liquid crystals, *J. Chem. Phys.*, Vol. 77 (1982), pp. 3203-3208.
- (8) Knepp, H., Schneider, F. and Sharma, N. K., A comparative study of the viscosity coefficients of some nematic liquid crystals, *Ber. Bunsenges. Phys. Chem.*, Vol. 85 (1981), pp. 784-789.
- (9) Karat, P. P. and Madhusudana, N. V., Elasticity and orientational order in some 4-n-alkyl-4-cyanobiphenyls (part II), *Mol. Cryst. Liq. Cryst.*, Vol. 40 (1977), pp. 239-245.
- (10) Editors for handbook of liquid crystals, *Handbook of liquid crystals*, (2000), p. 209, Maruzen.
- (11) Chandrasekhar, S., *Liquid crystals*, 2nd ed., (1992), p. 1, Cambridge Univ. Press.