

油圧、制御系と連成した機械システムの
非線形動的シミュレーションに関する研究

2015年3月

廣岡 栄子

目 次

第1章 緒論	1
1.1 問題の設定	1
1.2 従来の研究	3
1.3 本論文の目的	8
第2章 柔軟マルチボディシステムと制御系および油圧系の連成が必要であるロボットや建設機械のモデリング手法の提案	11
2.1 緒言	11
2.2 運動方程式	13
2.3 大変位はり要素	16
2.3.1 緒言	16
2.3.2 理論	18
2.4 モータ機能付はり要素	27
2.4.1 緒言	27
2.4.2 理論	28
2.5 伝達関数要素	32
2.6 可変長トラス要素	34
2.6.1 緒言	34
2.6.2 理論（可変長トラス要素）	35
2.6.3 理論（ロープとドラムの接触モデリング）	39
2.7 油圧系要素	41
2.7.1 緒言	41
2.7.2 配管要素	42
2.7.3 バルブ要素	45
2.7.4 チェック弁、リリーフ弁	46
2.7.5 シリンダ要素	47

第 3 章	周波数依存を持つ自動車のショックアブソーバのモデリング手法 の提案	50
3.1	緒言	50
3.2	ショックアブソーバの動特性試験結果	52
3.3	アブソーバの解析モデル化手法	57
3.3.1	Maxwell モデルによる周波数依存性のモデル化	57
3.3.2	有限要素法に基づく解析手法	64
3.3.3	アブソーバの非線形減衰のモデル化	65
第 4 章	連成した大規模モデルを効率的に解析するための手法の提案	66
4.1	緒言	66
4.2	全体の流れ	67
4.3	可変時間刻みの設定	72
4.3.1	Bisection 法の研究	74
4.3.2	断片線形系における時間刻み予測方法	76
4.3.3	付加質量法による数値積分の特性改善に関する研究	79
第 5 章	多関節ロボットの過渡振動シミュレーション	92
5.1	解析モデル	92
5.2	解析結果	95
5.3	結言	99
第 6 章	長さ可変トラスのモデリングの妥当性検証	100
6.1	解析結果 (クレーンの吊り荷巻き上げシミュレーション)	100
6.2	解析結果 (クレーンのワイヤロープ巻取シミュレーション)	103
6.3	結言	107

第7章	高速化のためのモデル化および数値積分法の妥当性検証	108
7.1	Bisection 法の検証	108
7.2	断片線形系における時間刻み予測方法の検証	114
7.3	付加質量法による数値積分の特性改善方法の検証	116
7.4	結言	121
第8章	自動車のショックアブソーバのモデリングの妥当性検証	122
8.1	解析結果（アブソーバ単体モデル）	122
8.2	実車の加振試験結果	127
8.3	解析結果（実車モデル）	128
8.4	結言	135
第9章	結 論	136
	謝辞	140
	参考文献	141
	本研究に関連した既発表論文	146

第1章 緒論

1.1 問題の設定

近年、ロボットの知能化、多能工化に伴い、その適用範囲は産業用だけでなく、サービス業やインフラ検査分野など多岐に亘ってきている。その中には高速高精度の運動が要求されるものや複雑な制御が必要なものが多くなってきている。自動車や建設機械についても、ハイブリッド化や電動化によりメカトロ化が急速に進んでいる。

メカトロ化されたロボットや自動車、建設機械などにおける動的問題としては、動作の精度、乗り心地、操縦安定性、操作性、省エネなど多岐に亘るが、その特徴としては以下が挙げられる；

- ◎ 動的な課題には、振動、運動単独ではなく、両者が混在した問題が多いこと
- ◎ 構造・機構系が油圧、電気、制御と複雑に絡んでおり、これらの動的な問題は、構造・機構系、油圧系、電気・制御系単独の特性で決まるのではなく、連成した問題であること
- ◎ 自動車や建設機械の構成部品には、ショックアブソーバや液封マウントなど詳細な構造の仕様は公開されておらず、その特性が周波数依存性のある減衰係数やばね定数の計測データで表現されているものが多く、そのままでは時刻歴応答が困難であること
- ◎ 乗り心地や操作性の良否は人間の感性により評価されていること

開発や設計の効率化のためには、数値シミュレーションによる検討が有効であるが、このような系の数値シミュレーションを行うためには次に示す課題に対応する必要があると考えられる；

- (1) 柔軟な構造物の振動解析とマルチボディシステムの運動解析の共存
- (2) 構造・機構－油圧－電気制御連成系の解析
- (3) 周波数依存を含む周波数領域での情報を用いた時刻歴応答解析
- (4) HILS などを用いたリアルタイムシミュレーションへの展開

本研究では、上記の課題の全てに対応した動的シミュレーション技術の確立を目指

し、詳細に検討した結果、次の3項目について提案する。

- (Ⅰ) 柔軟マルチボディシステムと制御系および油圧系の連成が必要であるロボット
や建設機械のモデリング手法
- (Ⅱ) 周波数依存を持つ自動車のショックアブソーバのモデリング手法
- (Ⅲ) 連成した大規模モデルを効率的に解析するための手法

次項では、まず、項目(1)～(4)について、従来法での課題を明らかにし、続いて
本研究での提案について示す。

1.2 従来の研究

(1) 柔軟な構造系の振動解析とマルチボディシステムの運動解析の共存について

振動問題を起こす機械には、ロボットや建設機械のようにアームやブームが弾性変形しつつ運動を伴うものが多くみられる。最近では、ロボット、建設機械や自動車に代表される多くの物体から構成される機械システムの運動を扱うマルチボディダイナミクスの研究^{(1),(2),(3)}が盛んに行われ、設計段階での動的問題の解決に寄与している。マルチボディダイナミクスには、剛体マルチボディと柔軟マルチボディと呼ばれるふたつの分野がある。剛体マルチボディでは剛体と考えられる部品が連結したシステムの運動を解析するのに対し、柔軟マルチボディでは剛体と弾性体からなるシステムの運動を解析する。剛体運動と弾性変形の連成方法として、弾性体部分をNASTRAN、ANSYSやABAQUSなどの汎用の有限要素法の解析コードで計算した結果を、モード合成法を用いて表現する方法⁽⁴⁾がある。この手法は、固有モードの組み合わせによって、複雑な変形を表現する方法であり、モーダル座標で扱うので計算時間がかからないという利点がある一方、線形範囲に限定されるので、ケーブルなどの非常に柔軟な弾性部材の非線形動的挙動を表すのは困難である。

1990年代後半に Shabana らによって、非増分型非線形有限要素法の一つである Absolute Nodal Coordinate Formulation (ANCF)⁽⁵⁾が提案されて以来、大変形を有する柔軟マルチボディの解析のための様々な研究がされてきている^{(6),(7)}。ANCFによって得られる運動方程式は、従来の有限要素法とは異なり、要素の節点座標に回転角の代わりに変位勾配を用いる。この定式化では、節点座標が全体座標系で定義され、質量マトリクスが単純な記述で表されることから、マルチボディダイナミクスの手法に組込むのにも適していると考えられる。しかし、変形量は局所座標系で評価されているため、導出される弾性力は複雑になり、計算時間がかかることが報告されており、現在、効率的な計算を目的としたモデルの低次元化などが多く研究されている^{(8),(9)}。

(2) 構造・機構—油圧—電気制御連成系での振動解析について

近年、省エネ、環境問題の観点から、自動車のハイブリッド化、電動化が進み、建設機械についてもハイブリッド油圧ショベルが製品化されている。また、ロボットについても人命救助ロボットや動作補助ロボットの開発が進んでおり、高精度を保ちつつ、高速化、軽量化を極限まで図ることが要求される。限界設計を行うとアーム先端の振動が問題になることがあり、振動を低減させる制御系の設計を行う必要がある。

また、油圧ショベルやクレーンなどの建設機械の油圧系はポンプから流れる流量を複数のバルブを切り替えることにより、複数のアクチュエータの動きを同時に制御している。アームやブームを急激に動作させると、大きな過渡振動が生じ、構造系や油圧機器の破損につながることもある。

自動車については、環境性能の向上を狙ったハイブリッド化および電動化が活発になっており、モータやバッテリーの高い制御技術が求められている。また、ハイブリッド車では、エンジン起動停止時の過渡振動は、乗員の意図と無関係に発生するため、非常に気になりやすく要求レベルが厳しいと言われている⁽¹⁰⁾。このような振動を低減するために、エンジン爆発時の過渡トルク変動の車軸伝達を抑えるための制御方法や駆動系ねじり共振による車軸のねじり振動を低減するための制御方法が開発されている。

以上の例のように、運動を伴う機械の動的現象を検討するためには、駆動系である制御系や油圧系との連成を考慮して論じる必要がある。しかも、これらの系をひとつの考え方、例えば有限要素法で統一して解析できる手法があれば、非常に効率的である。

しかしながら、油圧駆動システムの動的シミュレーションとして、有限要素法的な考え方をしているものは、配管内流体系の圧力脈動解析に用いているくらいである⁽¹¹⁾。加藤らは有限要素法に基づいた往復圧縮機と配管系の流体連成を考慮した解析法の研究を報告している^{(12),(13),(14)}。また、配管内の圧力脈動と配管振動との連成については、内部流体が気体の場合、連成は無視できると報告されている⁽¹⁵⁾。一方、内部流体が液体の場合、田中ら⁽¹⁶⁾により、配管が半径方向にシェル振動する場合などの連成作用は報告されているが、配管が曲げ方向に振動する場合の連成についての研究は少ないようである⁽¹⁷⁾。有限要素法以外の方法としては、特性曲線法を用いた配管内の流体の非

定常解析方法がある^{(18),(19)}。水撃波のように移動速度が一定で時空間図の格子点を特性直線で結び得る場合には有効な計算方法であるが、構造系や制御系と連成することを目的としていない。柔軟マルチボディシステムに油圧系や電気系、さらには制御系を連成させた系で、非定常応答解析を行い、運動と振動の両方を評価する場合、ふたつ以上の独立したソフトウェアを組み合わせて解析を行うことがほとんどであり、連成力が外力扱いとなるので数値安定性が失われるため、計算実行中に時間刻みが細かくなり過ぎ、自由度が大きなシステムでは計算時間が膨大になり実用性が失われるという課題がある。また、市販のプログラムでは建設機械のように複雑な油圧系のモデル化を行うことは、かなり時間がかかる作業となる。

(3) 周波数依存を含む周波数領域での情報を用いた時刻歴応答解析について⁽²⁰⁾

近年益々、自動車や建設機械などの輸送機は市場のグローバル化が活発になってきている。それに伴い、これまで日本国内では想定していなかった悪路での強度耐久性、快適性や操縦安定性が求められ、開発時に考慮すべき物理量の範囲が広がっている。自動車の足回り部品は強度耐久性や乗り心地を左右し、特に、ショックアブソーバは乗り心地を決定する重要な部品である⁽²¹⁾。ショックアブソーバはピストンとシリンダで構成されている。一般に、ピストンスピードが遅いときには、固定オリフィスを流体が通過することによって減衰力が発生する。スピードが上がってくると、オリフィスに加え、バルブが開き、そこから流体が流れることより減衰力を抑える特性となり、操縦安定性を損なわずに、乗り心地を向上させている⁽²²⁾。また、入力加振周波数が高くなるにつれ、ピストンスピードと減衰力の間ヒステリシスが現れる。すなわち、ショックアブソーバの減衰特性は大きな非線形性を有し、さらに、周波数依存性が存在する。定常応答解析を行う際はこれらのパラメータをそのまま用いることが可能であるが、乗り心地に影響する悪路走行や突起乗越えなどの非定常応答解析を行う時には、これらの特性を時間領域で表せるモデル化が必要である。液封マウントに関しては、浜崎ら⁽²³⁾により、周波数領域で表現された高粘性流体封入マウントの動特性を等価な物理モデルに置き換え、時刻歴応答解析を可能とした報告がされている。

ショックアブソーバの内部構造がわかっている場合には、内部を詳細にモデル化することも考えられるが、一般的にはその詳細な構造は公開されていない場合が多い。また、詳細構造の情報を有する場合でもアブソーバ単体の解析には詳細モデルは有用と考えられるが、乗り心地を評価するためのフルビークル解析に適用するのは解析時間がかかるなどの欠点がある。実測結果より変位、速度および力の関係テーブルをあらかじめ作成し、時々刻々使用する力を算出して時刻歴応答解析を行う報告⁽²⁴⁾があるが、単一周波数での解析であるため、突起乗越えなどの計算は困難であり、いくつもの周波数が励起される悪路走行シミュレーションができるモデリングが望まれている。

(4) HILS などを用いたリアルタイムシミュレーションへの展開について

最近、自動車を中心に、MBD (Model Based Design) という概念に基づいた設計開発が広まっている^{(25), (26)}。試作実験を極力減らして、実験から得られた統計データや物理現象を数式や1次元モデルを用いたバーチャル試作やハードと数値シミュレーションを合体したHILS (Hardware in the Loop Simulation) を用いて開発を行うことにより、開発時間の短縮を図っており、椎葉ら⁽²⁷⁾や森田ら⁽²⁸⁾によりリアルタイムでの解析の研究が報告されている。構造系、油圧系、制御系を連成させた非線形な系で、リアルタイム解析を行うためには、計算精度を確保しつつ自由度を低減し、数値積分法を工夫し、高速化を図ることが課題となる。

非線形振動の非定常応答解析方法としては、陽解法と陰解法に分類することができる^{(29), (30)}。陽解法には数値的不安定に注意しなければならないものが多く、解析対象となる系の最大固有値と数値積分の時間刻みとの関係で不安定が起こるかどうかが決まる。したがって、部分的に剛性が高く、非常に大きな固有振動数を持つような系の場合、積分の時間刻みを小さく設定する必要があるので、計算時間がかかってしまう。その中でも精度、安定性から見て、動的解析に推奨できる陽解法として、Runge-Kutta法⁽²⁹⁾、Adams-Bashforth法⁽³¹⁾、中央差分法⁽³²⁾が挙げられている。一方、陰解法の中で推奨できる解法として、Newmark- β 法⁽³³⁾、BDF法⁽³⁴⁾、HHT- α 法⁽³⁵⁾が挙げられている。中でも構造・振動の問題には $\beta=1/4$ とするNewmark- β 法が最も良く用いられる。陰解法の短所として、時間ステップごとに連立方程式を解かなければならないことが挙げられる。特に、非線形系では、時間ステップだけでなく、収束計算ごとにマトリックスが変化する。したがって、精度を保ちつつ、計算時間短縮を図る解析方法が求められている。

1.3 本論文の目的

本研究の目的は以下に示す3点である。

(I) 柔軟マルチボディシステムと制御系および油圧系の連成が必要であるロボットや建設機械のモデリング手法の提案

ロボットや建設機械などの大変位・大変形解析を行うためには、振動と運動の共存ができる柔軟マルチボディシステムのモデリングが必要である。さらに、ロボットは電気制御で駆動し、建設機械は油圧システムで駆動するので、これらと柔軟マルチボディシステムが連成する系の解析手法を提案することを目的のひとつとする。

(II) 周波数依存を持つ自動車のショックアブソーバのモデリング手法の提案

自動車のショックアブソーバは乗り心地や操縦安定性に多大な影響を与える部品である。これらは、周波数に依存して動特性が変化する。単一の周波数での評価であれば、周波数領域での解析で十分であるが、悪路走行や突起乗越えのように複数の周波数が励起される場合の評価を行うためには時刻歴応答で行う必要がある。しかも、詳細な構造は一般的に公開されていない。実測で得られた周波数依存性を持つ特性を比較的簡便な方法で時刻歴応答解析でも使えるモデリング手法を提案することをふたつ目の目的とする。

(III) 連成した大規模モデルを効率的に解析するための手法の提案

機構－油圧－電気制御系を連成させた大規模モデルのリアルタイムシミュレーションを目指す。そのために、滑らかに変化する非線形要素については Newton-Raphson 法による収束計算を行い、さらに Bisection 法による積分時間調整方法を提案する。また、ガタやチェック弁を表現する断片線形の特性を含む系については、精度を確保しつつ計算時間を短縮する方法を提案することを第3の目的とする。

第2章では、柔軟マルチボディシステムと制御系や油圧系の連成が必要であるロボットや建設機械のモデリング手法について示す。本研究で提案している振動解析法は、構造系における有限要素法の概念を拡張した考え方である。すなわち、全体系の運動

方程式を組み立てるに際して、構造系における有限要素法に準じた手法を用いる。この章では、まず、動的解析システムの支配方程式および解の導出について示す。次に、建設機械のアタッチメントやロボットアームなどの柔軟マルチボディをモデル化するために最も良く使用する大変位、大変形を受けるはりの動力学のモデリング手法を示す。本研究では部材の有限な回転を厳密に記述する回転行列を用いる。さらに、ロボットのモータ部および制御系のモデリング手法を示す。次に、クレーンなどで用いられる長さが可変となるワイヤーロープのモデリング、ドラムへの巻取現象をモデル化する方法について示す。また、建設機械の油圧システムは配管、バルブで構成されており、機構系との連成部はシリンダで結合されている。これらのモデリング手法および力の伝達方法について示す。

第 3 章では、自動車の乗り心地や操縦安定性に影響を与えるショックアブソーバについて、単体の計測結果を用いて、周波数依存性を比較的簡便な方法で時刻歴応答解析でも使えるモデリング手法について示す。

第 4 章では、連成した大規模モデルを効率的に解析するための手法について、まずは、解析システム全体の流れを示し、続いて、大変位はり要素やトラス要素などのなめらかに微係数が変化する要素に有効な **Bisection** 法について示す。次に、断片線形系における時間刻み予測方法、付加質量法による数値積分の特性改善方法について示す。

第 5 章から第 8 章では、第 2 章から第 4 章で提案した振動解析理論の検証を行うとともに、構造系、油圧系、制御系を連成させた様々な振動問題に適用し、手法の妥当性を検証する。

第 5 章では、構造系と制御系の連成系として多関節ロボットの動的挙動シミュレーションを取り上げる。多関節ロボットの 3 次元過渡振動のシミュレーションを行い、実測結果と比較し、モデリング手法の妥当性を検証する。

第 6 章では、可変長トラスのモデリング手法の精度検証として、クレーンの吊り荷巻き上げシミュレーションを行い、実測結果と比較する。さらに、可変長トラスと断片線形要素のひとつである非線形ばね要素を組み合わせ、クレーンのワイヤーロープがドラムに巻き取られる挙動のシミュレーションを行う。ドラムを急停止させたときに、ロープがドラムから大きく離れる現象を模擬できることを確認する。さらに、その対策案をシミュレーションにより検討した事例を示す。

第 7 章では、高速化のためのモデル化および数値積分法の妥当性検証を行う。まず、

微係数がなめらかに変化するモデルに対して **Bisection** 法を用いた時間刻み調整法の有効性を検証する。次に、断片線形系の時間刻みの予測方法の検証を行い、最後に、断片線形要素に対して、付加質量法を適用し、その効果を検証する。

第 8 章では、第 3 章で示した周波数依存性のあるショックアブソーバ単体の実測結果を用いて時間領域での解析を可能としたモデリング手法を、単体およびフルビークルの解析に適用し、実測との比較を行い、提案法の妥当性を検証する。

最後に、第 9 章では本研究の結論と総括を述べる。

本論文では、独創性の中核として位置付けて注力した長さが変化するトラスのモデリング手法、付加質量法およびショックアブソーバのモデリング手法を中心に詳細に示す。以下に、それぞれの手法の独創性を示す。

【長さ可変トラスのモデリングの独創性】（理論：2.6 節、検証：第 6 章）

クレーンのロープはドラムに巻き取られるとき、長さが変化する。それを表現するために、トラスの両端もしくは片端に滑車を設け、巻き取り／繰出しを行うことにより長さを可変にすることを提案し、クレーンにおいて巻き上げられるロープを含む系の解析を可能とした。

【付加質量法の独創性】（理論：4.3.3 項、検証：7.3 節）

チェック弁やリリーフ弁などのバルブが閉の状態では、減衰係数が大きくなり、応答解析時に時間刻みが粗ければ細かい変動が生じるという問題が発生する。そこで、数値積分 (**Newmark- β** 法) としての固有値のひずみに着目し、架空の質量を付加する (付加質量法) という従来にはない手法を提案し、大幅な計算時間の短縮を可能にした。

【ショックアブソーバのモデリングの独創性】（理論：第 3 章、検証：第 8 章）

ショックアブソーバの振幅依存性・周波数依存性については**非線形 Maxwell model** でのモデル化を試み、単体の周波数加振データをもとに多項式近似を導入することにより、周波数依存性および減衰の振幅依存性を物理モデルで表現することに成功し、ショックアブソーバが含まれる系の時刻歴応答計算を可能にした。

第2章 柔軟マルチボディシステムと制御系および油圧系の連成が必要であるロボットや建設機械のモデリング手法の提案

2.1 緒言

ロボットや建設機械などの大変位・大変形解析を行うためには、振動と運動の共存ができる柔軟マルチボディシステムのモデリングが必要である。さらに、ロボットは電気制御で駆動し、建設機械は油圧システムで駆動するので、これらと柔軟マルチボディシステムが連成する系での解析手法をこの章で提案する。

Flowmaster⁽¹⁸⁾, AMESim⁽³⁶⁾, Simuhydraulics⁽³⁷⁾などの市販プログラムを用いて、油圧駆動システムのモデル化は可能であるが、油圧駆動システムと柔軟マルチボディシステムが連成する解析を行う場合、他のソフトと組み合わせて解析を行う必要がある。その際、連成力が外力扱いとなり、数値安定性が失われるため、計算実行中に時間刻みが細くなり過ぎ、自由度が大きなシステムでは計算時間が膨大になり実用性が失われるという課題がある。また、市販のプログラムでは建設機械のように複雑な油圧系のモデル化を行うことは、かなり時間がかかる作業となる。

本解法の最大の特徴は、汎用性のある有限要素法による動的な構造解析手法の概念を拡張し、油圧系や制御系との連成問題も解析可能としていること、および種々の非線形性にも対応できるようにしていること、さらに、計算時間が速くなる工夫をしていることである。したがって、本研究で提案している振動解析手法を用いれば、有限要素法を用いる場合と同様の手軽さで、様々な非線形性を考慮しなければならない複雑な現象や、構造系、油圧系、制御系から構成される複雑な機械の運動と振動のシミュレーションが可能となる。

まず、本研究で提案する動的解析システムの運動方程式および解の導出について示す。次に、建設機械のアタッチメントやロボットアームなどの柔軟マルチボディをモデル化するためによく使用する大変位、大変形を受けるはりの動力学のモデリング手法を示す。さらに、ロボットのモータ部および制御系のモデリング手法を示す。また、クレーンなどで用いられる長さが可変となるワイヤーロープのモデリングおよびドラムへの巻取現象をモデル化する方法について示す。最後に、建設機械の油圧システムは配管、バルブで構成されており、機構系との連成部はシリンダで結合されている。

これらのモデリング手法および力の伝達方法について示す。

2.2 運動方程式

断片線形化された動的システムの運動方程式は、次式のような2階の微分方程式で表すことができる⁽³⁸⁾。

$$[M_L + M_N]\ddot{\mathbf{u}} + [C_L + C_N]\dot{\mathbf{u}} + [K_L + K_N]\mathbf{u} = \mathbf{F} - \mathbf{F}_c \quad (2.2.1)$$

ここで、 M_L, C_L, K_L はそれぞれ線形の質量、減衰、剛性マトリックスを、 M_N, C_N, K_N はそれぞれ非線形の質量、減衰、剛性マトリックスを、 \mathbf{F} は外力ベクトル、 \mathbf{F}_c は補正外力ベクトルを示す。 \mathbf{u} は、機械系では変位、油圧系では流量積、制御系では電流、電圧を表す。本解析法では、標準要素として線形および非線形の質量、減衰、ばね要素の他、弾性体を表現する非線形はり要素、トラス要素、また、油圧系を表現する配管要素、バルブ要素、シリンダ要素などが用意されている。各要素で得られた要素マトリックスを全体マトリックスに組み込み、運動方程式(2.2.1)を作成する。

本解析システムの解法はNewmark- β 法 ($\beta=1/4$) とNewton-Raphson法を用いる。さらに、断片線形系の解析では計算精度を落とさず、計算時間を短縮する方法について提案している。詳細は第4章に示す。

時刻 $t + \Delta t$ の時の運動方程式は、全変位系で表すと、(2.2.2)式が得られる。ここで、 M_t, C_t, K_t は時刻 t のときの質量、減衰および剛性マトリックス、 $\mathbf{F}_{t+\Delta t}$ は時刻 $t + \Delta t$ の時の外力ベクトルを示す。また、 $(\mathbf{F}_c)_t$ は時刻 t のときの補正外力ベクトルを示し、(2.2.3)式のように表せる。このとき、 $(\mathbf{F}_t^S)_{im}, (\mathbf{F}_t^D)_{im}$ はそれぞれ時刻 t のときの剛性力および減衰力である。ここでは、通常のNewmark- β 法に従って、加速度から求める方法について述べる。図2.2.1に収束の過程を示す。

$$M_t \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + C_t \dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + K_t \mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{F}_{t+\Delta t} - (\mathbf{F}_c)_t \quad (2.2.2)$$

$$(\mathbf{F}_c)_t = (\mathbf{F}_t^S)_{im} - K_t \mathbf{u}_t + (\mathbf{F}_t^D)_{im} - C_t \dot{\mathbf{u}}_t \quad (2.2.3)$$

(2.2.3)式を(2.2.2)式に代入し、(2.2.2)式を加速度に関する増分の式で表すと、

$$\mathbf{M}_t(\ddot{\mathbf{u}}_t + \Delta\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}) + \mathbf{C}_t\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + \mathbf{K}_t\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{F}_{t+\Delta t} - \{(\mathbf{F}_t^S)_{\text{int}} - \mathbf{K}_t\mathbf{u}_t + (\mathbf{F}_t^D)_{\text{int}} - \mathbf{C}_t\dot{\mathbf{u}}_t\} \quad (2.2.4)$$

$$\mathbf{M}_t\Delta\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} = \mathbf{F}_{t+\Delta t} - \{(\mathbf{F}_t^S)_{\text{int}} + (\mathbf{F}_t^D)_{\text{int}} + \mathbf{M}_t\ddot{\mathbf{u}}_t - \mathbf{C}_t\dot{\mathbf{u}}_t - \mathbf{K}_t\mathbf{u}_t\} - \mathbf{C}_t\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} - \mathbf{K}_t\mathbf{u}_{t+\Delta t} \quad (2.2.5)$$

(2.2.5)式の右辺第2項を $(\tilde{\mathbf{F}}_t)_{\text{int}}$ とおけば次式が得られる。

$$\mathbf{M}_t\Delta\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} = \mathbf{F}_{t+\Delta t} - (\tilde{\mathbf{F}}_t)_{\text{int}} - \mathbf{C}_t\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} - \mathbf{K}_t\mathbf{u}_{t+\Delta t} \quad (2.2.6)$$

Newmark- β 法より、(2.2.7)式および(2.2.8)式が得られる。

$$\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} = \dot{\mathbf{u}}_t + \left(\frac{\Delta t}{2}\right)(\ddot{\mathbf{u}}_t + \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}) \quad (2.2.7)$$

$$\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{u}_t + \Delta t\dot{\mathbf{u}}_t + \frac{\Delta t^2}{2}\ddot{\mathbf{u}}_t + (\Delta t)^2\beta(\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} - \ddot{\mathbf{u}}_t) \quad (2.2.8)$$

$$\Delta\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}^1 = \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} - \ddot{\mathbf{u}}_t \quad (2.2.9)$$

と置き、(2.2.7)~(2.2.9)式を(2.2.6)式に代入して、整理すると、(2.2.10)式が得られる。

$$[\tilde{\mathbf{M}}]_{t+\Delta t}^0 \Delta\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}^1 = (\tilde{\mathbf{F}}_{t+\Delta t})_0 - (\tilde{\mathbf{F}}_t)_{\text{int}} \quad (2.2.10)$$

ここで、 $[\tilde{\mathbf{M}}]_{t+\Delta t}^0$ および $(\tilde{\mathbf{F}}_{t+\Delta t})_0$ は次式のように表せる。

$$[\tilde{\mathbf{M}}]_{t+\Delta t}^0 = \mathbf{M}_t + \frac{\Delta t}{2}\mathbf{C}_t + (\Delta t)^2\beta\mathbf{K}_t$$

$$(\tilde{\mathbf{F}}_{t+\Delta t})_0 = \mathbf{F}_{t+\Delta t} - \mathbf{C}_t(\dot{\mathbf{u}}_t + \Delta t\ddot{\mathbf{u}}_t) - \mathbf{K}_t(\mathbf{u}_t + \Delta t\dot{\mathbf{u}}_t + \frac{\Delta t^2}{2}\ddot{\mathbf{u}}_t)$$

(2.2.10)式より $\Delta\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}^1$ を求め、さらに(2.2.7), (2.2.8)式に代入すると、 $\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}^1, \mathbf{u}_{t+\Delta t}^1$ が求められることができる。

繰り返しの2回目以降は、次式が得られる。

$$[\tilde{\mathbf{M}}]_{t+\Delta t}^{i-1} \Delta \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}^{i-1} = (\tilde{\mathbf{F}}_{t+\Delta t})_{i-1} - (\tilde{\mathbf{F}}_{t+\Delta t})_{\text{int}}^{i-1} \quad (2.2.11)$$

ここで、 $[\tilde{\mathbf{M}}]_{t+\Delta t}^{i-1}$ および $(\tilde{\mathbf{F}}_{t+\Delta t})_{i-1}$ は次式のように表せる。

$$[\tilde{\mathbf{M}}]_{t+\Delta t}^{i-1} = [\mathbf{M}_t]_{t+\Delta t}^{i-1} + \frac{\Delta t}{2} [\mathbf{C}_t]_{t+\Delta t}^{i-1} + (\Delta t)^2 \beta [\mathbf{K}_t]_{t+\Delta t}^{i-1}$$

$$(\tilde{\mathbf{F}}_{t+\Delta t})_{i-1} = \mathbf{F}_{t+\Delta t} - [\mathbf{C}_t]_{t+\Delta t}^{i-1} \left\{ \dot{\mathbf{u}}_t + \frac{\Delta t}{2} (\ddot{\mathbf{u}}_t + \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}^{i-1}) \right\} - [\mathbf{K}_t]_{t+\Delta t}^{i-1} \left\{ \mathbf{u}_t + \Delta t \dot{\mathbf{u}}_t + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{\mathbf{u}}_t + (\Delta t)^2 \beta (\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}^{i-1} - \ddot{\mathbf{u}}_t) \right\}$$

(2.2.12)

(2.2.11)式より $\Delta \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}^{i-1}$ が収束範囲に入るまで繰り返す。 $\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}$ が求まると、(2.2.7)、(2.2.8)式に代入すれば、 $\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}$ および $\mathbf{u}_{t+\Delta t}$ を求めることができる。

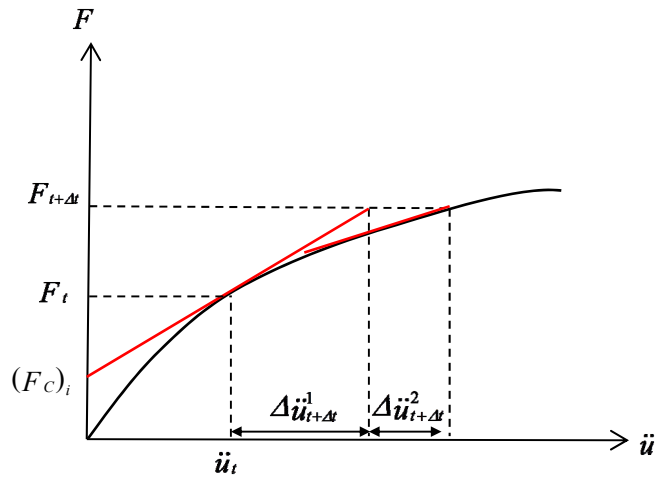


図 2.2.1 収束計算の過程

2.3 大変位はり要素⁽³⁸⁾

2.3.1 緒言

図2.3.1および図2.3.2に示す建設機械のブームやロボットのアームのようなリンク機構や自動車足回りのトーションビームを構成する構造部材は、弾性変形とマルチボディダイナミクスが共存しており、これらの両方が考慮できる非線形のはり要素を用いてモデル化を行う必要がある。非線形はり要素の基本概念は、変形後の節点変位は変形前から剛体的に移動したとする剛体変位とはりの微小変位理論による弾性変形からなるというものである。前田・林らが提案した部材の有限な回転を厳密に記述する回転行列⁽³⁹⁾、さらに、回転行列とあらたに先行状態における要素の節点間寸法と要素部材力より定まる幾何剛性を導入して三次元骨組の大変形解析を行った後藤の研究⁽⁴⁰⁾をもとに、静的増分理論を動的な問題に、かつ全変位法に発展させたものである。

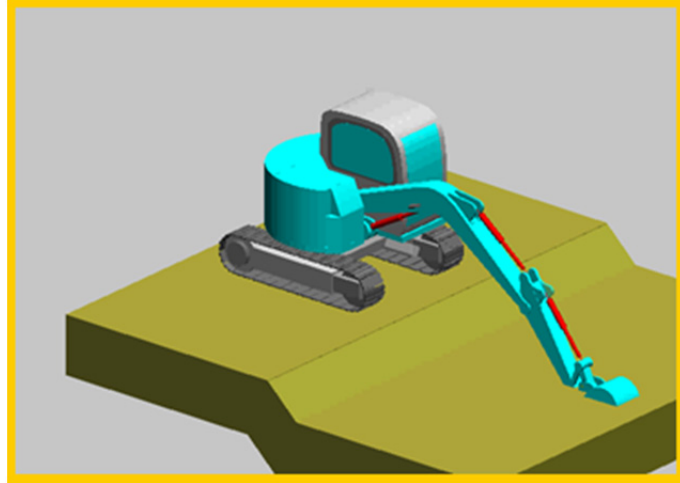


図2.3.1 油圧ショベル

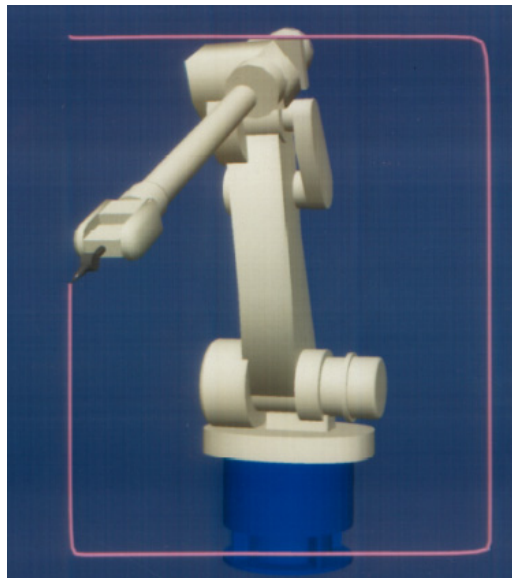


図2.3.2 塗装ロボット

2.3.2 理論

3次元空間における有限変位を厳密に取り扱うため、前田・林が提案した回転行列 $[L_r]$ を用いると、図2.3.3に示す節点に固定された任意のベクトル \mathbf{X} を、空間ベクトル Φ を中心として有限な角度 α だけ回転させた後のベクトル \mathbf{X}^* は次式のように表せる。

$$\mathbf{X}^* = [L_r]\mathbf{X} \quad (2.3.1)$$

$$[L_r] = [\mathbf{E}]\cos\alpha + (1-\cos\alpha)\mathbf{e}_3 \cdot \mathbf{e}_3^T - \mathbf{e}_3 \times [\mathbf{E}] \sin\alpha \quad (2.3.2)$$

ここで、 $[\mathbf{E}]$ は単位行列、 \mathbf{e}_i は単位ベクトルを表す。

この回転行列を用いて要素座標系の座標変換を行う。図2.3.4に示すように、先行状態における要素の両端 A, B において、弦 AB をそれぞれ第3軸とし、部材断面における主軸方向を第1軸、第2軸とする二組の座標系 ω_A, ω_B を先行要素座標系とする。 ω_A, ω_B はともに右手直交座標系をなす。この座標系を要素端において要素に固定し、節点変位に伴って回転する座標系を要素座標系と呼び、その変形後の状態を ω'_A, ω'_B とする。これらの先行要素座標系および要素座標系を以下のように記述する。

$$\omega_A = \{x_A, y_A, z_A\}^T, \quad \omega_B = \{x_B, y_B, z_B\}^T \quad (2.3.3)$$

$$\omega'_A = \{x'_A, y'_A, z'_A\}^T, \quad \omega'_B = \{x'_B, y'_B, z'_B\}^T \quad (2.3.4)$$

先行状態における独立な要素材端力として、

T, M_T : 弦 AB に関する引張力とねじりモーメント

M_{x_A}, M_{x_B} : x_A, x_B 軸に関する曲げモーメント

M_{y_A}, M_{y_B} : y_A, y_B 軸に関する曲げモーメント

を定め、 A 端の要素座標系に関する移動変位ベクトル $\Delta\mathbf{u}_A$ および回転変位ベクトル $\Delta\boldsymbol{\theta}_A$ を以下のようにする。

$$\Delta\mathbf{u}_A = \{\Delta u_A, \Delta v_A, \Delta w_A\}^T, \quad \Delta\boldsymbol{\theta}_A = \{\Delta\theta_{x_A}, \Delta\theta_{y_A}, \Delta\theta_{z_A}\}^T$$

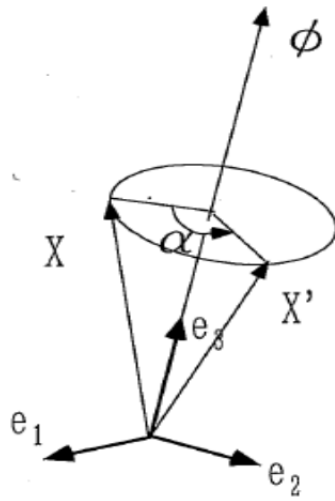
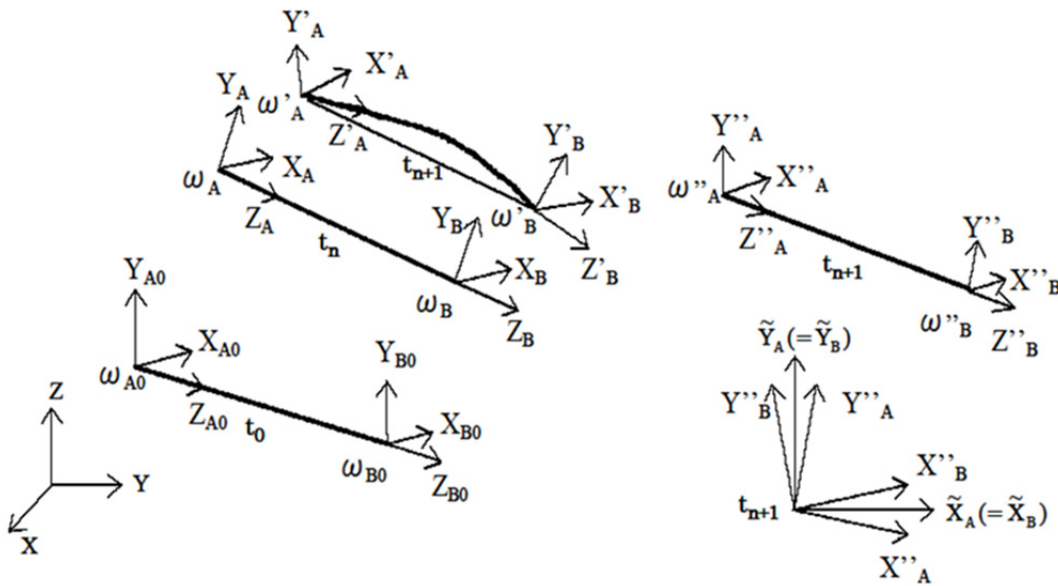


図2.3.3 ベクトルの回転



- ω_{A0}, ω_{B0} : 初期の座標系
- ω_A, ω_B : 先行要素座標系
- ω'_A, ω'_B : 変形後要素座標系
- ω''_A, ω''_B : 変形後要素座標系 (両端のZ軸を一致するように回転)
- $\tilde{\omega}_A, \tilde{\omega}_B$: 変形後要素座標系 (両端のX,Y軸の共通の軸を定義)

図2.3.4 非線形はり要素の座標変換

先行要素座標系 ω_A から変更後の要素座標系 ω_A' への回転は、その回転角を絶対値とする回転ベクトルが $\Delta\theta_A$ となるので、回転行列 $[L_A]$ は次式のようになる。

$$\begin{aligned}
[L_A] &= \frac{\Delta\theta_A \cdot \Delta\theta_A^T}{\Delta\theta_A^T \cdot \Delta\theta_A} (I - \cos|\Delta\theta_A|) + [E] \cos|\Delta\theta_A| - \Delta\theta_A \times [E] \frac{\sin|\Delta\theta_A|}{|\Delta\theta_A|} \\
&= \begin{bmatrix} I & \Delta\theta_{zA} & -\Delta\theta_{yA} \\ -\Delta\theta_{zA} & I & \Delta\theta_{xA} \\ \Delta\theta_{yA} & -\Delta\theta_{xA} & I \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Delta\theta_{yA}^2 + \Delta\theta_{zA}^2 & -\Delta\theta_{xA}\Delta\theta_{yA} & -\Delta\theta_{xA}\Delta\theta_{zA} \\ -\Delta\theta_{xA}\Delta\theta_{yA} & \Delta\theta_{xA}^2 + \Delta\theta_{zA}^2 & -\Delta\theta_{yA}\Delta\theta_{zA} \\ -\Delta\theta_{xA}\Delta\theta_{zA} & -\Delta\theta_{yA}\Delta\theta_{zA} & \Delta\theta_{xA}^2 + \Delta\theta_{yA}^2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.3.5}$$

α_A, α_A' をそれぞれ変形後の弦 $A'B'$ の ω_A および ω_A' に関する方向余弦ベクトル、 l を先行状態の弦長、 Δl を弦長の変化量とすると、

$$\begin{aligned}
\alpha_A' &= \begin{Bmatrix} \alpha_A \\ \beta_A \\ \gamma_A \end{Bmatrix} = [L_A] \alpha_A = \frac{[L_A]}{l + \Delta l} \begin{Bmatrix} \Delta u_B - \Delta u_A \\ \Delta v_B - \Delta v_A \\ l + \Delta w_B - \Delta w_A \end{Bmatrix} = \frac{[L_A]}{l + \Delta l} \begin{Bmatrix} \Delta \bar{u} \\ \Delta \bar{v} \\ l + \Delta \bar{w} \end{Bmatrix} \cong \left\{ 1 - \frac{\Delta l}{l} + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 \right\} [L_A] \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \\ l + \Delta w \end{Bmatrix} \\
&= \begin{Bmatrix} \Delta u - \Delta u \Delta w + \Delta v \Delta \theta_{zA} - \Delta \theta_{yA} + \frac{1}{2} \Delta \theta_{xA} \Delta \theta_{zA} \\ \Delta v - \Delta v \Delta w - \Delta u \Delta \theta_{zA} + \Delta \theta_{xA} + \frac{1}{2} \Delta \theta_{yA} \Delta \theta_{zA} \\ \left(1 + \Delta u \Delta \theta_{yA} - \Delta v \Delta \theta_{xA} - \frac{1}{2} (\Delta u^2 + \Delta v^2 + \Delta \theta_{xA}^2 + \Delta \theta_{yA}^2) \right) \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.3.6}$$

$$\Delta l = \Delta \bar{w} + \frac{\Delta \bar{u}^2 + \Delta \bar{v}^2}{2l} \tag{2.3.7}$$

と表せる。

次に、この α_A' を用いて、 ω_A' のZ軸を弦 $A'B'$ と一致させる。

z_A' 軸と弦 $A'B'$ とに直交する軸の回りの回転により生じる座標系を ω_A'' とする。座標系 ω_A' から ω_A'' の座標変換マトリックスを $[\psi_A]$ とすると、

$$\omega_A'' = [\psi_A] \omega_A' = [\psi_A] [L_A] \omega_A = [T_A] \omega_A \tag{2.3.8}$$

が得られる。

$[\psi_A]$ は、有限回転の特別な場合、すなわち、第3軸の軌跡が平面となる場合の座標変換として次式が得られる。

$$[\psi_A] = \begin{bmatrix} 1 - \frac{\alpha_A^2}{1 + \gamma_A} & -\frac{\alpha_A \beta_A}{1 + \gamma_A} & -\alpha_A \\ \frac{\alpha_A \beta_A}{1 + \gamma_A} & 1 - \frac{\beta_A^2}{1 + \gamma_A} & -\beta_A \\ \alpha_A & \beta_A & \gamma_A \end{bmatrix} \quad (2.3.9)$$

材端Bにおいても同様の関係が得られる。

さらに、変形後の要素座標系を図2.3.4のように、A' 端およびB' 端で第3軸が弦、すなわち z_A'' , z_B'' に共通、第2軸が y_A'' , y_B'' の中間方向となる座標系 $\tilde{\omega}_A$ および $\tilde{\omega}_B$ として設定することができる。

$$\tilde{\omega}_A = \{\tilde{x}_A, \tilde{y}_A, \tilde{z}_A\}^T, \quad \tilde{\omega}_B = \{\tilde{x}_B, \tilde{y}_B, \tilde{z}_B\}^T \quad (2.3.10)$$

y_A'' と y_B'' のなす角 $\Delta\varphi$ は ω_A と ω_B の x, y, z 座標軸が共通であることから、 $[T_A] \cdot [T_B]^T$ より求めることができる。変形前後における要素座標系の関係は次のようになる。

$$[\varphi_A] = \begin{bmatrix} \cos(\frac{\Delta\varphi}{2}) & \sin(\frac{\Delta\varphi}{2}) & 0 \\ -\sin(\frac{\Delta\varphi}{2}) & \cos(\frac{\Delta\varphi}{2}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3.11)$$

$$\tilde{\omega}_A = [\varphi_A] \cdot [\psi_A] \omega_A' = [\varphi_A] \cdot [T_A] \omega_A \quad (2.3.12)$$

変形後の要素力の算出に必要な剛体回転角を除いた回転変形ベクトル $\Delta\epsilon_A$ (ねじれ角および弦に対するたわみ角) は、変形後の要素座標系 $\tilde{\omega}_A$ から変形後の要素端座標系 ω_A' への変換マトリックス $[\psi_A]^T \cdot [\varphi_A]^T$ より得られる回転ベクトルに等しく、

$$[\boldsymbol{\psi}_A]^T \cdot [\boldsymbol{\varphi}_A]^T = \begin{bmatrix} \zeta_1 & \eta_1 & \zeta_1 \\ \zeta_2 & \eta_2 & \zeta_2 \\ \zeta_3 & \eta_3 & \zeta_3 \end{bmatrix} \quad (2.3.13)$$

とおけば、次式が得られる。

$$4 \sin^2 \Delta \varepsilon_A = (\zeta_2 - \eta_3)^2 + (\zeta_3 - \zeta_1)^2 + (\eta_1 - \zeta_2)^2 \quad (2.3.14)$$

$$\boldsymbol{\Delta \varepsilon}_A = \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_{xA} \\ \Delta \varepsilon_{yA} \\ \Delta \varepsilon_{zA} \end{Bmatrix} = \frac{\Delta \varepsilon_A}{2 \sin \Delta \varepsilon_A} \begin{Bmatrix} \zeta_2 - \eta_3 \\ \zeta_3 - \zeta_1 \\ \eta_1 - \zeta_2 \end{Bmatrix} \quad (2.3.15)$$

先行状態の要素座標系における要素の幾何剛性マトリックス $[\mathbf{K}_G]$ は次のようにして得られる。 $\Delta \varepsilon_A$, Δl を変位の2次項まで考慮して求め、これらを先行要素力と要素変形増分によるポテンシャルエネルギー U を表す(2.3.16)式に代入し、変位に関して2階微分することにより、以下のように $[\mathbf{K}_G]$ の各成分が求まる。

$$U = \Delta l T + M_T (\Delta \varepsilon_{zB} - \Delta \varepsilon_{zA}) + \Delta \varepsilon_{xA} M_{xA} + \Delta \varepsilon_{xB} M_{xB} + \Delta \varepsilon_{yA} M_{yA} + \Delta \varepsilon_{yB} M_{yB} \quad (2.3.16)$$

$$V = V_{xA} - V_{xB} = \frac{M_{yA} - M_{yB}}{l} \quad (2.3.17)$$

$$W = V_{yA} - V_{yB} = -\frac{M_{xA} + M_{xB}}{l} \quad (2.3.18)$$

$$\bar{V}_{xA} = \frac{3M_{yA} + M_{yB}}{4l} \quad (2.3.19)$$

$$\bar{V}_{xB} = \frac{M_{yA} + 3M_{yB}}{4l} \quad (2.3.20)$$

$$\bar{W}_{xA} = \frac{3M_{xA} + M_{xB}}{4l} \quad (2.3.21)$$

$$\bar{W}_{xB} = \frac{M_{xA} + 3M_{xB}}{4l} \quad (2.3.22)$$

とおき、先行要素座標系に関する増分変位ベクトルを

$$\{\Delta u_A, \Delta v_A, \Delta w_A, \Delta \varepsilon_{xA}, \Delta \varepsilon_{yA}, \Delta \varepsilon_{zA}, \Delta u_B, \Delta v_B, \Delta w_B, \Delta \varepsilon_{xB}, \Delta \varepsilon_{yB}, \Delta \varepsilon_{zB}\}^T$$

と配列する。

$$[\mathbf{K}_G] = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 & \mathbf{W}_2 \\ \mathbf{W}_2^T & \mathbf{W}_4 \end{bmatrix} \quad (2.3.23)$$

$$[\mathbf{W}_1] = \begin{bmatrix} \frac{T}{l} & 0 & \frac{V}{l} & \frac{M_T}{2l} & 0 & \bar{W}_{xA} \\ 0 & \frac{T}{l} & \frac{W}{l} & 0 & \frac{M_T}{2l} & \bar{V}_{xA} \\ \frac{V}{l} & \frac{W}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{M_T}{2l} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{M_{yA}}{4} \\ 0 & \frac{M_T}{2l} & 0 & 0 & 0 & \frac{M_{xA}}{4} \\ \bar{W}_{xA} & \bar{V}_{xA} & 0 & -\frac{M_{yA}}{4} & \frac{M_{xA}}{4} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.3.24)$$

$$[\mathbf{W}_2] = \begin{bmatrix} -\frac{T}{l} & 0 & -\frac{V}{l} & -\frac{M_T}{2l} & 0 & \bar{W}_{xB} \\ 0 & -\frac{T}{l} & -\frac{W}{l} & 0 & -\frac{M_T}{2l} & \bar{V}_{xB} \\ \frac{V}{l} & \frac{W}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{M_T}{2l} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{M_{yA}}{4} \\ 0 & -\frac{M_T}{2l} & 0 & 0 & 0 & \frac{M_{xA}}{4} \\ -\bar{W}_{xA} & -\bar{V}_{xA} & 0 & -\frac{M_{yB}}{4} & \frac{M_{xB}}{4} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.3.25)$$

$$[\mathbf{W}_4] = \begin{bmatrix} \frac{T}{l} & 0 & \frac{V}{l} & \frac{M_T}{2l} & 0 & -\bar{W}_{xB} \\ 0 & \frac{T}{l} & \frac{W}{l} & 0 & \frac{M_T}{2l} & -\bar{V}_{xB} \\ \frac{V}{l} & \frac{W}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{M_T}{2l} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{M_{yB}}{4} \\ 0 & \frac{M_T}{2l} & 0 & 0 & 0 & \frac{M_{xB}}{4} \\ -\bar{W}_{xB} & -\bar{V}_{xB} & 0 & -\frac{M_{yB}}{4} & \frac{M_{xB}}{4} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.3.26)$$

また、ここで用いられる要素力は、以下のように求めることができる。

$$T = \frac{EA}{l_0} (l' - l_0), \quad M_T = \frac{GJ}{l_0 + \Delta l} (\bar{\theta}_{zB} - \bar{\theta}_{zA}) \quad (2.3.27)$$

$$M_{xA} = \frac{2EI_x}{l} (2\bar{\theta}_{xA} + \bar{\theta}_{xB}), \quad M_{xB} = \frac{2EI_x}{l} (\bar{\theta}_{xA} + 2\bar{\theta}_{xB}) \quad (2.3.28)$$

$$M_{yA} = \frac{2EI_y}{l} (2\bar{\theta}_{yA} + \bar{\theta}_{yB}), \quad M_{yB} = \frac{2EI_y}{l} (\bar{\theta}_{yA} + 2\bar{\theta}_{yB}) \quad (2.3.29)$$

$$V_{xA} = \frac{M_{yA} + M_{yB}}{l}, \quad V_{xB} = -V_{xA} \quad (2.3.30)$$

$$V_{yA} = \frac{M_{xA} + M_{xB}}{l}, \quad V_{yB} = -V_{yA} \quad (2.3.31)$$

先行状態の要素座標系に関する剛性方程式は、要素剛性マトリックスに通常の変位と同様の $[\mathbf{K}_0]$ を用いると、

$$([\mathbf{K}_0] + [\mathbf{K}_G]) \cdot \Delta \mathbf{u}_i = \Delta \mathbf{f}_i \quad (2.3.32)$$

と表せる。(2.3.32)式を全体座標系で表すと、

$$[\mathbf{K}_T] \cdot \Delta \mathbf{u}_i = \Delta \mathbf{f}_i, \quad [\mathbf{K}_T] = [\mathbf{T}_i]^T ([\mathbf{K}_0] + [\mathbf{K}_G]) [\mathbf{T}_i] \quad (2.3.33)$$

$$[\mathbf{T}_i] = \begin{bmatrix} A_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_i \end{bmatrix} \quad (2.3.34)$$

となる。ここで、 $[\mathbf{T}_i]$ はステップ i ($i=1, 2, \dots$) における要素座標系を全体座標系に変換する 12×12 のマトリックスであり、 3×3 のマトリックス $[A_i]$ は次のように与えられる。

$$[A_i] = [A_G] \cdot [A_{i-1}] \quad (2.3.35)$$

$$[A_G] = [\varphi_A] \cdot [T_A] = [\varphi_B] \cdot [T_B] \quad (2.3.36)$$

(2.3.35)式の $[A_0]$ は、初期状態（ステップ0）における要素座標系を全体座標系に変換するマトリックスで、入力で定義する初期状態の幾何条件より求められる。

(2.3.33)式で与えられる各大変位はり要素の接線剛性マトリックスは図2.3.5に示す補正外力 f_N を導入することによって全変位系で次のように表すことができる。

$$[K_T] \cdot u_{i+1} = f_{i+1} - f_N \quad (2.3.37)$$

補正外力 f_N は図2.3.5より次式のように求め、(2.2.1)式の運動方程式に組み込む。

$$f_N = f_i - [K_T] \cdot u_i \quad (2.3.38)$$

大変位はり要素の質量を集中質量として扱う場合は、質量マトリックスを線形として扱い、(2.2.1)式の $[M_L]$ に組み込む。また、分布質量として扱う場合は(2.3.33)式における接線剛性マトリックスと同様の座標変換を各ステップで行い、(2.2.1)式の $[M_N]$ に組み込む。大変位はり要素の減衰はレーリ—減衰として、質量比例と剛性比例の両方を考慮することができ、(2.2.1)式の減衰マトリックスに組み込む。

また、片端の要素座標系におけるx軸あるいはy軸まわりの回転が自由の場合は、要素座標系における剛性マトリックスおよび質量マトリックスを回転自由の条件より修正する。

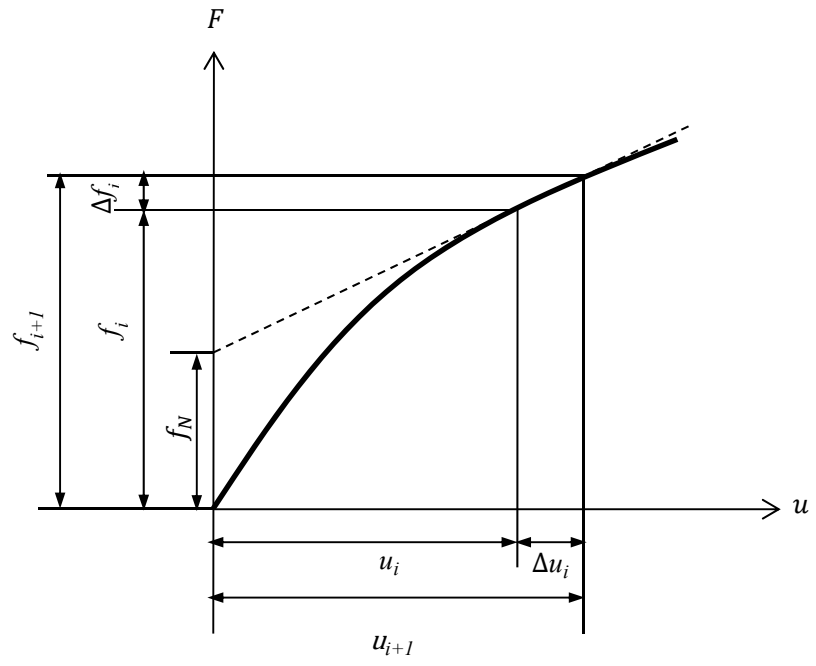


図 2.3.5 補正外力

2.4 モータ機能付はり要素⁽⁴¹⁾

2.4.1 緒言

最近のメカトロニクス技術のめざましい発展に伴い、産業用ロボットの多能工化が行われ、高速化、軽量化そして高性能化が望まれている。ロボットのようなリンク機構を含む機械に制御系を組み込む場合、動特性が姿勢によって変化するため、先端部で予期せぬ振動が起きたりする。そのため、開発段階で、機構系の動特性を考慮し、しかも制御系を含めた動的解析を行い、性能を十分に検討することが必要である。柔軟マニピレータを扱うための解析モデルは多く提案されているが、関節部の弾性や減衰、駆動用減速機のカタやヒステリシスなどの非線形性を考慮できかつ柔軟マルチボディを扱えるモデルは少ないようである^{(42),(43)}。そこで、多関節ロボットのように関節部において特定の回転軸まわりにのみ相対回転が生じるモータ機能をもつ三次元大変位はり要素および制御系のモデル化のための伝達関数要素を開発し、本研究で提案している解析システムに組み込む。これにより、関節部の弾性や減衰、駆動系減速機の非線形性を考慮した柔軟な多関節ロボットの大変形動的解析が可能となる。

まず、この節ではモータ機能付はり要素について、次節では制御系をモデル化するための伝達関数要素について示す。

2.4.2 理論

図2.4.1のような多関節ロボットにおいて、ピン結合である関節部でモータを介して結合している2本のアームは、制御回転軸回りにのみ相対回転運動を行う。そこで、端部にモータを有する大変位はり要素については、図2.3.4に示す要素端 A あるいは B での要素座標系 ω_A' あるいは ω_B' のある特定の軸を制御回転軸とするので、前節に述べた大変位はり要素の座標と異なった座標の取り方が必要となる。モータを介して二本のはり要素 (M_j の B 端と M_k の A 端) が結合している場合には、ふたつの要素座標系の制御回転軸は共通で、他の2軸は同一平面上にあるとする。また、初期状態で制御回転軸を一致させておくと、座標系 $(\omega_B')_{M_j}$, $(\omega_A')_{M_k}$ と図2.3.4で示した座標系 $(\tilde{\omega}_B)_{M_j}$, $(\tilde{\omega}_A)_{M_k}$ の間には次のような関係がある。

$$(\tilde{\omega}_B)_{M_j} = (A_B)_{M_j} (\omega_B')_{M_j}, \quad (A_B)_{M_j} = (\Phi_B \Psi_B)_{M_j} \quad (2.4.1)$$

$$(\tilde{\omega}_A)_{M_k} = (A_A)_{M_k} (\omega_A')_{M_k}, \quad (A_A)_{M_k} = (\Phi_A \Psi_A)_{M_k} \quad (2.4.2)$$

したがって、変形後の要素座標系 $\tilde{\omega}$ に関する剛性マトリックスを全体座標系に変換するための行列 T は以下のようなになる。

B 端のみにモータがある場合

$$T_{M_j} = \begin{bmatrix} A_i & & & \\ & A_i & & \\ & & A_i & \\ & & & (A_B)_{M_j} \end{bmatrix} \quad (2.4.3)$$

A 端のみにモータがある場合

$$T_{M_k} = \begin{bmatrix} A_i & & & \\ & (\tilde{A}_A)_{M_k} & & \\ & & A_i & \\ & & & A_i \end{bmatrix} \quad (2.4.4)$$

$$(\tilde{A}_A)_{M_k} = (A_A)_{M_k} A_c$$

ここで、回転の自由度は常に B 端の要素座標系で扱うので、 A_c は $(\omega_A')_{M_k}$ を $(\omega_B')_{M_j}$ に変換するマトリックスである。たとえば、 $(\omega_A')_{M_k}$ の X 軸が制御軸の場合の A_c は次式のようになる。

$$A_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_c & -\sin \theta_c \\ 0 & \sin \theta_c & \cos \theta_c \end{bmatrix} \quad (2.4.5)$$

$$\theta_c = \theta_{C0} + (\theta_X)_{B, M_j} - (\theta_X)_{A, M_k}$$

ここで、 θ_{C0} 、 $(\theta_X)_{B, M_j}$ 、 $(\theta_X)_{A, M_k}$ はそれぞれ、初期状態での要素 M_j と要素 M_k とのなす角、 M_j の B 端での X 軸まわりの回転角、 M_k の A 端での X 軸まわりの回転角である。

A 端および B 端の両方にモータがある場合

$$T_{M_k} = \begin{bmatrix} A_i & & & \\ & (\tilde{A}_A)_{M_k} & & \\ & & A_i & \\ & & & (A_B)_{M_j} \end{bmatrix} \quad (2.4.6)$$

以上のようにモータ機能付はり要素では、モータが結合している節点の回転角の自由度を部材座標系で扱うため、座標変換マトリックスが変わるだけで他の処理は前節と同様にすれば良い。次にモータの扱いについて示す。図 2.4.2 にモータ機能付はり要素を示す。まず、図 2.4.2(a) に示すように、モータに 1 本のはりが結合している場合の剛性方程式は次式のようにになる。

$$K_j \begin{bmatrix} R^2 & -R \\ -R & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} (\theta_I)_{M_j} \\ \theta_M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (f_I)_{M_j} \\ f_M \end{Bmatrix} \quad (2.4.7)$$

ここで、 K_j はモータ軸のねじり剛性、 R はモータの減速比、 $(\theta_I)_{M_j}$ ははりの制御回転軸まわりの回転角、 θ_M はモータの回転角である。次に、図 2.4.2(b) のように 2 本のはりがモータを介して結合している場合の剛性方程式は次式で表される。

$$K_j \begin{bmatrix} R^2 & -R^2 & -R \\ R^2 & -R^2 & -R \\ -R & R & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} (\theta_l)_{M_j} \\ (\theta_l)_{M_k} \\ \theta_M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (f_l)_{M_j} \\ (f_l)_{M_k} \\ f_M \end{Bmatrix} \quad (2.4.8)$$

また、図 2.4.2(c)に示すようにモータを介して 2 本のはりが結合し、さらに別のはりの材端の回転角とリンクしている場合の剛性方程式は次のようになる。

$$K_j \begin{bmatrix} R^2 & -R^2 & R^2 & -R \\ -R^2 & R^2 & -R^2 & R \\ R^2 & -R^2 & R^2 & -R \\ -R & R & -R & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} (\theta_l)_{M_j} \\ (\theta_l)_{M_k} \\ (\theta_l)_{M_l} \\ \theta_M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (f_l)_{M_j} \\ (f_l)_{M_k} \\ (f_l)_{M_l} \\ f_M \end{Bmatrix} \quad (2.4.9)$$

先に示したように、運動方程式のモータ部の回転自由度は、制御回転軸を用いるので、座標変換の必要はなく、線形剛性マトリックス \mathbf{K}_L に組み込み、モータの回転慣性や粘性抵抗は \mathbf{M}_L および \mathbf{C}_L に組み込む。

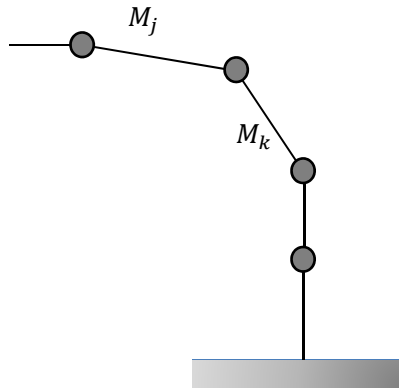


図2.4.1 モーター付多関節ロボット

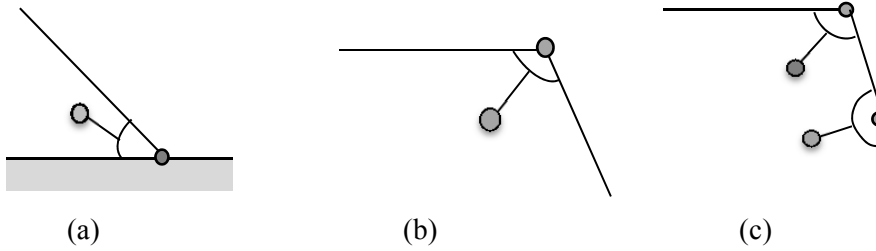


図 2.4.2 モーター機能付はり要素

2.5 伝達関数要素⁽⁴¹⁾

伝達関数要素は、制御系で用いられている伝達関数を有限要素法ベースの要素という概念を用いてモデル化するための要素である。制御システムの入力から出力までの特性を表す伝達関数を運動方程式に組み込むことを考える。図 2.5.1 のブロック線図の θ, E, F, I, V, T を変数に選び、各変数を伝達関数で表し、伝達関数要素を組み合わせ、制御系のモデル化を行う。運動方程式は 2 階の微分方程式のため、ラプラス演算子の 2 次以下になるようにブロック線図は区切ってモデル化する。図 2.5.2 に一例を示す。

簡単のために、入力変数は変位で、伝達関数の分母分子の次数は 2 次以下のものを考えると、図 2.5.3 は次式のように表せる。

$$Y(S) = G(S) \cdot U(S) \quad (2.5.1)$$

$$U(S) = \sum_{i=1}^k \lambda_i U_i(S) \quad (2.5.2)$$

$$G(S) = \frac{b_2 S^2 + b_1 S + b_0}{a_2 S^2 + a_1 S + a_0} \quad (2.5.3)$$

ここで、 S はラプラス演算子とする。

(2.5.2)、(2.5.3) 式を (2.5.1) 式に代入し、両辺を逆ラプラス変換すると、次式のような時間領域の微分方程式が得られる。

$$a_2 \ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_0 y = b_2 \sum_{i=1}^k \lambda_i \ddot{u}_i + b_1 \sum_{i=1}^k \lambda_i \dot{u}_i + b_0 \sum_{i=1}^k \lambda_i u_i \quad (2.5.4)$$

ここで、 y, u_i はそれぞれ $Y(S), U_i(S)$ を逆ラプラス変換した時間関数である。(2.5.4) 式をマトリクス形式で表すと、次式のようになる。

$$\mathbf{M}_G \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}_G \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_G \mathbf{x} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{x} = \{y, u_1, u_2, \dots, u_k\}^T \quad (2.5.5)$$

各係数マトリクスをそれぞれ (2.2.1) の運動方程式の線形マトリクス $\mathbf{M}_L, \mathbf{C}_L, \mathbf{K}_L$ に組み込む。ただし、次数が 3 次以上となる場合は伝達関数を分割してモデル化する。

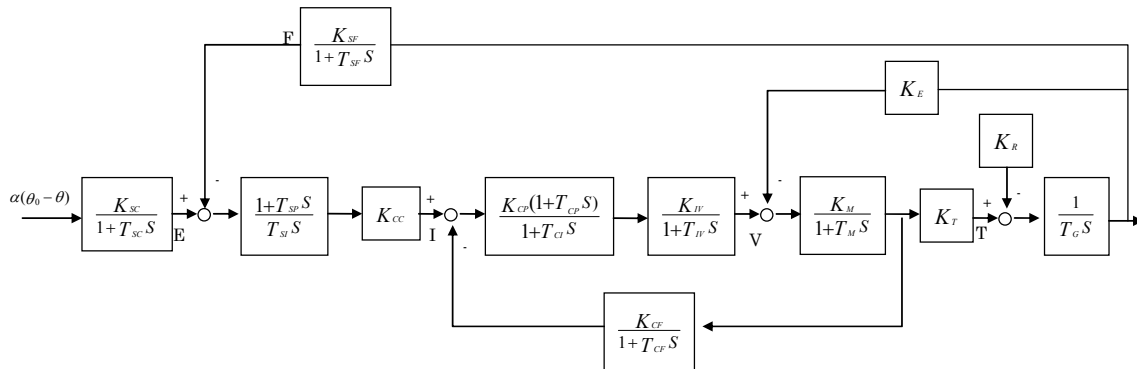


図 2.5.1 ブロック線図

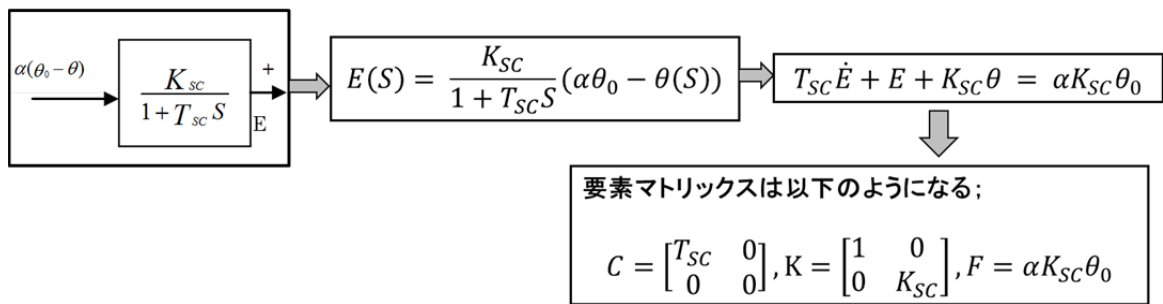


図 2.5.2 ブロック線図のモデル化

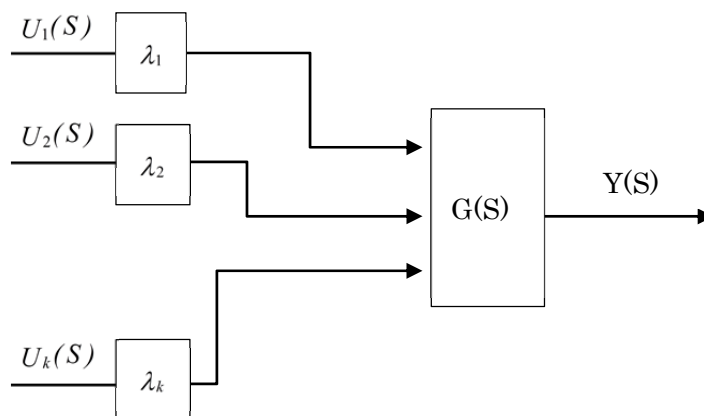


図 2.5.3 ブロック線図

2.6 可変長トラス要素^{(38), (44), (45)}

2.6.1 緒言

図2.6.1に示すように建設機械のクレーンはワイヤロープ（以下ロープと呼ぶ）にて吊り荷を持ち上げる。本解析システムの中では、ロープは大変位運動を考慮したトラス要素を用いてモデル化する。トラス要素は曲げ剛性は生じないが、軸剛性および張力による幾何剛性を考慮する。また、図2.6.2に示すようにロープはウインチドラム（以下、ドラムと呼ぶ）に巻き取られたり、繰出されたりすることにより長さが可変になる。ロープは、大変位運動を考慮したトラス要素を用いてモデル化する。以下では、可変長トラス要素の解析理論について述べる。

2.6.2 理論（可変長トラス要素）

図2.6.3に示すトラスの両端あるいは片端に滑車を付加したモデルを考える。時刻 $t=t_0$ のときの部材端 A 、 B の座標を $A(x_1, y_1, z_1)$ 、 $B(x_2, y_2, z_2)$ とする。滑車がある場合、部材端 A 、 B は厳密にはケーブルと滑車の接点に取るべきであるが、ここでは滑車半径は部材長と比較して十分小さいと仮定し、滑車中心を部材端とする。

l_0 を初期部材長、 l を時刻 $t=t_0$ のときの部材長とする。図 2.6.3 に示すように両端に滑車を有する場合を考える。

$t=t_0$ のときの張力 T は以下のように表せる。

$$T = \frac{EA}{l_0 - \theta_A r_A + \theta_B r_B} \{l - (l_0 - \theta_A r_A + \theta_B r_B)\} \quad (2.6.1)$$

ここで、滑車の回転方向は、 A 点でケーブルを巻き取る方向、 B 点でケーブルを繰出す方向を正としている。

時刻 $t=t_0+\Delta t$ のときの部材端 A' 、 B' の座標を $A'(x_1+u_1, y_1+v_1, z_1+w_1)$ 、 $B'(x_2+u_2, y_2+v_2, z_2+w_2)$ 、 $\overline{A'B'}$ の方向余弦を(2.6.2)式のように置き、 U, V, W を(2.6.3)式のように定義する。

$$X = \frac{x_1 - x_2}{l}, \quad Y = \frac{y_1 - y_2}{l}, \quad Z = \frac{z_1 - z_2}{l} \quad (2.6.2)$$

$$U = \frac{u_1 - u_2}{l}, \quad V = \frac{v_1 - v_2}{l}, \quad W = \frac{w_1 - w_2}{l} \quad (2.6.3)$$

時刻 $t=t_0+\Delta t$ のときのトラスの部材長 l' と部材力 T' を求める。

$$\begin{aligned} l'^2 &= \{(x_1 + u_1) - (x_2 + u_2)\}^2 + \{(y_1 + v_1) - (y_2 + v_2)\}^2 + \{(z_1 + w_1) - (z_2 + w_2)\}^2 \\ &= \{(x_1 - x_2) + (u_1 - u_2)\}^2 + \{(y_1 - y_2) + (v_1 - v_2)\}^2 + \{(z_1 - z_2) + (w_1 - w_2)\}^2 \\ &= l^2 \{1 + 2(XU + YV + ZW) + U^2 + V^2 + W^2\} \\ \therefore l' &= l \left[1 + \{2(XU + YV + ZW) + U^2 + V^2 + W^2\} \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (2.6.4)$$

Taylor展開の2次以降を無視すると、(2.6.5)式が得られる。したがって、部材力 T' は(2.6.6)式のように表せる。

$$l' = l \left[1 + XU + YV + ZW + \frac{1}{2}(U^2 + V^2 + W^2) \right] \quad (2.6.5)$$

$$\begin{aligned} T' &= \frac{EA}{l_0 - r_A(\theta_A + \Delta\theta_A) + r_B(\theta_B + \Delta\theta_B)} \left[l' - \{l_0 - r_A(\theta_A + \Delta\theta_A) + r_B(\theta_B + \Delta\theta_B)\} \right] \\ &= \frac{l}{l - \frac{r_A \Delta\theta_A - r_B \Delta\theta_B}{l_0 - r_A \theta_A + r_B \theta_B}} \left\{ T + \frac{l' - (l - r_A \Delta\theta_A + r_B \Delta\theta_B)}{l_0 - r_A \theta_A + r_B \theta_B} \right\} EA \\ &= \left(1 + \frac{r_A \Delta\theta_A - r_B \Delta\theta_B}{l_0 - r_A \theta_A + r_B \theta_B} \right) \\ &\quad \times \left[T + \frac{EAl}{l_0 - r_A \theta_A + r_B \theta_B} \left\{ XU + YV + ZW + \frac{1}{2}(U^2 + V^2 + W^2) + \frac{r_A}{l} \Delta\theta_A - \frac{r_B}{l} \Delta\theta_B \right\} \right] \end{aligned} \quad (2.6.6)$$

時刻 $t=t_0$ から $t_0+\Delta t$ の間のx方向成分の部材端力の変化量は(2.6.7)式のように表せる。ただし、変化量を線形と仮定するため、2次以降の項は無視する。

$$\begin{aligned} \Delta F_x &= \frac{EAl}{l_0 - r_A \theta_A + r_B \theta_B} \left\{ \frac{X^2}{l} (\Delta u_1 - \Delta u_2) + \frac{XY}{l} (\Delta v_1 - \Delta v_2) + \frac{ZX}{l} (\Delta w_1 - \Delta w_2) + \frac{Xr_A}{l} \Delta\theta_A - \frac{Xr_B}{l} \Delta\theta_B \right\} \\ &+ \frac{T}{l} (1 - X^2) (\Delta u_1 - \Delta u_2) - \frac{XYT}{l} (\Delta v_1 - \Delta v_2) - \frac{ZXT}{l} (\Delta w_1 - \Delta w_2) + \frac{Xr_A T}{l_0 - r_A \theta_A + r_B \theta_B} \Delta\theta_A - \frac{Xr_B T}{l_0 - r_A \theta_A + r_B \theta_B} \Delta\theta_B \end{aligned} \quad (2.6.7)$$

同様にy方向、z方向成分の部材端力の変化量を求めることができる。これらをまとめて記述すると(2.6.8)式が得られる。

$$\begin{pmatrix} \Delta F_A \\ \Delta F_B \\ \Delta M_{TA} \\ \Delta M_{TB} \end{pmatrix} = \mathbf{K}_T \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{u}_A \\ \Delta \mathbf{u}_B \\ \Delta \theta_A \\ \Delta \theta_B \end{pmatrix}, \quad \Delta \mathbf{F}_A = \begin{pmatrix} \Delta F_x \\ \Delta F_y \\ \Delta F_z \end{pmatrix}, \quad \Delta \mathbf{F}_B = -\Delta \mathbf{F}_A, \quad \Delta \mathbf{u}_A = \begin{pmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta v_1 \\ \Delta w_1 \end{pmatrix}, \quad \Delta \mathbf{u}_B = \begin{pmatrix} \Delta u_2 \\ \Delta v_2 \\ \Delta w_2 \end{pmatrix} \quad (2.6.8)$$

$$\mathbf{K}_T = \frac{EA}{l_0'} \begin{bmatrix} A & -A & r_A \mathbf{x} & -r_B \mathbf{x} \\ -A & A & -r_A \mathbf{x} & r_B \mathbf{x} \\ r_A \mathbf{x}^T & -r_A \mathbf{x}^T & r_A^2 & -r_A r_B \\ -r_B \mathbf{x}^T & r_B \mathbf{x}^T & -r_A r_B & r_B^2 \end{bmatrix} + \frac{T}{l} \begin{bmatrix} W & -W & \left(\frac{lr_A}{l_0'}\right) \mathbf{x} & -\left(\frac{lr_B}{l_0'}\right) \mathbf{x} \\ -W & W & -\left(\frac{lr_A}{l_0'}\right) \mathbf{x} & \left(\frac{lr_B}{l_0'}\right) \mathbf{x} \\ 0 & 0 & \frac{lr_A^2}{l_0'} & -\frac{lr_A r_B}{l_0'} \\ 0 & 0 & -\frac{lr_A r_B}{l_0'} & \frac{lr_B^2}{l_0'} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} X^2 & XY & ZX \\ XY & Y^2 & YZ \\ ZX & YZ & Z^2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{W} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X^2 & XY & ZX \\ XY & Y^2 & YZ \\ ZX & YZ & Z^2 \end{bmatrix}$$

ここで、

- $\Delta \mathbf{F}_A, \Delta \mathbf{F}_B$: A, B 端部材力
 $\Delta M_{TA}, \Delta M_{TB}$: A, B 端の滑車の中心に対するトルクの増分
 $\Delta \mathbf{u}_A, \Delta \mathbf{u}_B$: A, B 端変位の増分
 $\Delta \theta_A, \Delta \theta_B$: A, B 端側滑車の回転変位の増分
 r_A, r_B : A, B 端側滑車の半径
 X, Y, Z : X, Y, Z 軸方向余弦
 \mathbf{x} : $\mathbf{x} = \{X \ Y \ Z\}^T$
 E : ヤング率
 A : 断面積
 l_0 : 無応力時のトラスの部材長
 l_0' : 滑車が存在する場合の無応力時のトラスの部材長
 $l_0' = l_0 - \theta_A r_A + \theta_B r_B$ (θ_A, θ_B : 滑車の回転角変位)
 l : 時刻 t_0 における部材長
 T : 時刻 t_0 における部材張力

さらに、トラス要素の質量は分布質量 \mathbf{M}_T として扱い、また、減衰はレーリ減衰のうち剛性比例 \mathbf{C}_T のみを行う。このように求めたマトリックス $\mathbf{M}_T, \mathbf{C}_T, \mathbf{K}_T$ を運動方程式のそれぞれのマトリックスに組み込む。剛性マトリックス \mathbf{K}_T は幾何学的な非線形特性を各時間ステップに線形化して求め、大変位はり要素と同様に補正外力 \mathbf{f}_N を導入し、(2.3.37)式のように全変位系に変換する。

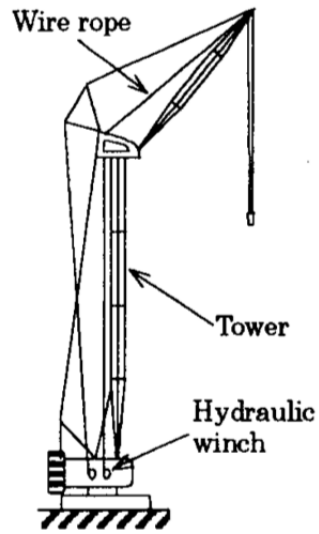


図 2.6.1 タワークレーン

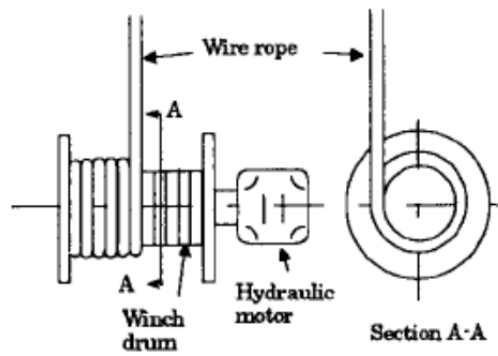


図 2.6.2 油圧ウインチ

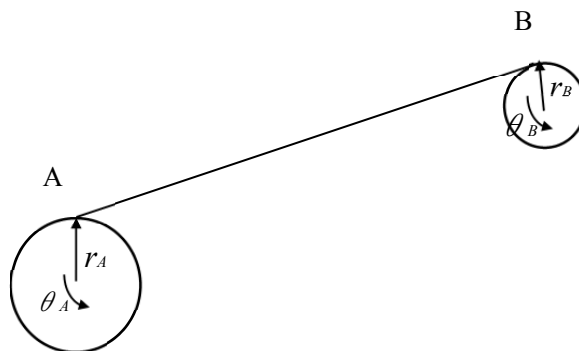


図 2.6.3 滑車付トラス要素

2.6.3 理論（ロープとドラムの接触モデリング）

クレーンのウインチ作業において、吊り荷を巻上げる際に、急操作にてウインチを停止させるとウインチは瞬時に停止するが、ロープは慣性力によって急に止まらず、ウインチ部においてロープの緩みが生じ、整列巻きが乱れる乱巻きが発生する。乱巻きが発生した状態にてウインチ巻取り操作を行うとロープに損傷を与え、ロープ寿命が著しく低下する。そのため、設計段階においてウインチ巻取り時のロープ挙動を把握することは品質上重要な課題となる。

ウインチ巻取り時のロープの動的挙動を把握するためには、ロープとドラムとの接触を考慮する必要がある。また、ウインチは油圧によって駆動されており、油圧システムの動特性を考慮した解析が必要になる。従来、ロープの動的挙動を解析した研究⁽⁴⁶⁾は行われているが、油圧システムとの連成を考慮した解析は見当たらない。

この項では、タワークレーンにおける油圧駆動ウインチにおいて、ウインチ巻上げ停止時に発生するロープの動的挙動を把握するために、ドラムとの接触および油圧システムの動特性を考慮したロープの動的シミュレーションを効率よく行えるモデル化を提案する^{(45),(48)}。

ロープとドラムとの接触のモデル化を説明するために、図2.6.4に示すモデルを考える。まず、ロープはトラス要素を用いてモデル化する。トラス要素の各節点とウインチ中心間に可変長トラス要素を取付ける。滑車が自由に動けるようにしておくと、可変長トラス要素は自由に伸縮でき、ロープには影響を与えない。ドラムが反時計方向に回転するとロープはドラムに巻取られ、節点Aは点Bに到達する。その状態から可変長トラスが短くならないように滑車部の変位 u_s に対して図2.6.4(b)に示すような接触ばねを取付ける。ここで、 l_0 は可変長トラス要素の初期長さであり、 r はドラム半径である。可変長トラス要素が $l_u = l_0 - r$ より短くなった状態、すなわちロープがドラムと接触した状態では大きなばね反力が生じる特性をもつ。また、接触部には接触ばねに比例した減衰と質量を与え、過減衰となるようにしている。そのため、節点Aは、点Bを通過した後、ドラム上を運動することになる。また、点Dのようにドラムが急停止するとロープに緩みが生じるが、その場合にはロープはドラムから離れる方向に運動するため、接触ばねには反力が発生せず、接触ばねはロープの運動に影響を与えることはない。なお、ロープの緩みが発生しやすくするために、ロープとドラム間の摩擦

力は無視している。

また、油圧駆動ウインチシステムは、2.7節で示す配管要素、バルブ要素などを用いてモデル化する。

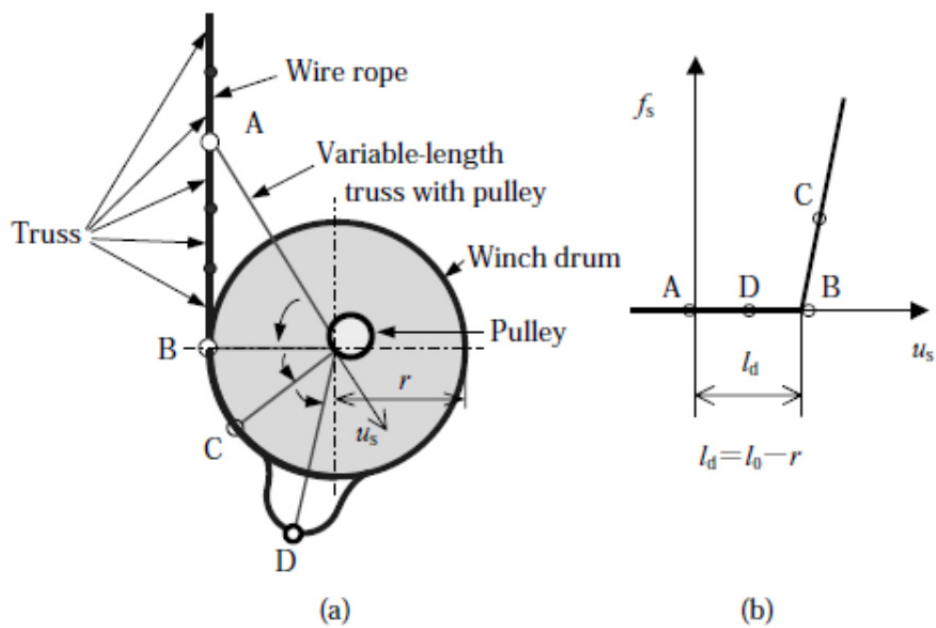


図 2.6.4 ワイヤロープとウインチドラムの接触のモデル化

2.7 油圧系要素⁽⁴⁷⁾

2.7.1 緒言

建設機械の主な駆動源は油圧であり、自動車についても建設機械ほど多くはないが油圧が使われている。したがって、油圧システムの動特性を考慮したリンク機構のシミュレーションが求められる。ここでは、油圧系の主要要素の理論について示す。

本研究の油圧系要素においては、構造系との連成を考慮した運動方程式が自動的に組み立てられるように、構造系の変位に相当する変数として、体積流量の積分値、外力に相当するものとして圧力を用いて要素運動方程式を導いている。ここでは、最も基本的な配管要素について示した後、油圧系では必ず用いるバルブ要素、さらに、油圧系と構造系を連成させる要素であるシリンダ要素についてつり合い式の導出を行う。

2.7.2 配管要素

配管要素は配管部分の流体の流れをモデル化するための要素であり、要素内では圧力一定、流れは一次元的であると考え、図 2.7.1 に示すような分岐を有する 2 ポート要素を考える。局所座標系として各節点での体積流量の積分値、外力として圧力を用い、一次の形状関数を用いた有限要素法により離散化を行えば、要素の剛性、質量マトリックスが得られ、局所座標系と全体座標系との関係 λ を用いて座標変換すれば (2.7.1) 式のような全体座標での要素マトリックス \mathbf{K}_T , \mathbf{M}_T が得られる。

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix} = \frac{\kappa}{V_0} \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & \lambda_1 \lambda_2 \\ \lambda_1 \lambda_2 & \lambda_2^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{K}_T = \frac{\kappa}{V_0} \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & \lambda_1 \lambda_2 \\ \lambda_1 \lambda_2 & \lambda_2^2 \end{bmatrix} \quad (2.7.1)$$

$$\mathbf{M}_T = \frac{\rho l}{A} \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 \end{bmatrix} \quad (\text{集中質量の場合})$$

$$\mathbf{M}_T = \frac{\rho l}{A} \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \lambda_1^2 & \frac{1}{6} \lambda_1 \lambda_2 \\ \frac{1}{6} \lambda_1 \lambda_2 & \frac{1}{3} \lambda_2^2 \end{bmatrix} \quad (\text{分布質量の場合})$$

ここで、 A, l は配管の断面積と長さ、 κ は油の体積弾性率、 V_0 は配管内体積、同様に、図 2.7.2 のような分岐を有する 3 ポート要素を考えると、各節点圧力 P と流量積 u の関係式は (2.7.2) 式のようになり、この係数マトリックスが要素剛性マトリックスとなる。

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{Bmatrix} = \frac{\kappa}{V_0} \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & \lambda_1 \lambda_2 & \lambda_1 \lambda_3 \\ \lambda_1 \lambda_2 & \lambda_2^2 & \lambda_2 \lambda_3 \\ \lambda_1 \lambda_3 & \lambda_2 \lambda_3 & \lambda_{3l}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{K}_T = \frac{\kappa}{V_0} \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & \lambda_1 \lambda_2 & \lambda_1 \lambda_3 \\ \lambda_1 \lambda_2 & \lambda_2^2 & \lambda_2 \lambda_3 \\ \lambda_1 \lambda_3 & \lambda_2 \lambda_3 & \lambda_{3l}^2 \end{bmatrix} \quad (2.7.2)$$

$$\mathbf{M}_T = \frac{\rho l}{A} \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{3l}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{集中質量の場合})$$

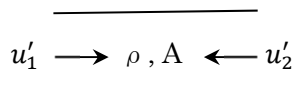
また、配管圧損については圧力差 ΔP と流量 Q の関係を次式で定義する。

$$\Delta P = C_1 |Q|^\alpha + C_2 |Q|^\beta \quad (2.7.3)$$

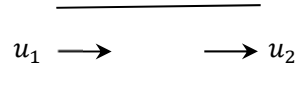
ここで、右辺第1項は直管の圧力損失特性を示し、管摩擦係数に Brasius の式を用いて、乱流域での流量特性を近似したものである。また、第2項は急拡大／縮小、ベント、エルボ等の圧力損失特性を示し、流量自乗特性をもつ等価絞りとして定義した。 C_1 は直管の長さ、管径などの諸元から決まる係数であり、 C_2 は急拡大／縮小、ベント、エルボなどの諸元によって決まる係数である。瞬時の等価減衰係数は(2.7.4)式で与えられる。また、線形化したことによって生じる補正外力を(2.7.5)式に示す。この等価減衰係数および補正外力をステップごとに、(2.2.1)式 of 非線形減衰マトリックスに組み込む。

$$C_{eq} = \alpha C_1 |Q|^{\alpha-1} + \beta C_2 |Q|^{\beta-1} \quad (2.7.4)$$

$$f_n = C_1 (1-\alpha) |Q|^{\alpha-1} Q + C_2 (1-\beta) |Q|^{\beta-1} Q \quad (2.7.5)$$



(a) 局所座標系



(b) 全体座標系

図 2.7.1 2 ポート配管要素

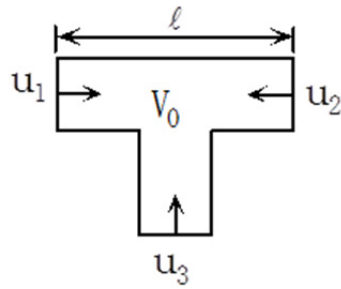


図 2.7.2 3 ポート配管要素

2.7.3 バルブ要素

油圧システムをコントロールする各制御弁の開口特性はポートごとに可変絞り弁と考え、絞り弁における圧力差を次式で定義する。

$$\Delta P = \frac{1}{2} \frac{\rho}{(c_0 \varepsilon A_0)^2} Q^2 + \frac{8\pi\rho\nu l}{(\varepsilon A_0)^2} Q \quad (2.7.6)$$

ここで、 Q は流量、 c_0 は流量係数、 A_0 は全開口面積、 ε はバルブ開度、 ρ は流体の密度、 ν は動粘性係数、 l は絞り部の長さである。(2.7.3)式の右辺第1項はオリフィスによる圧力損失であり、第2項はチョークによるものである。第2項は開度がゼロに近づくと、影響が大きくなる。(2.7.6)式より瞬時の等価減衰係数は次式で与えられる。

$$C = \frac{\rho}{(c_0 \varepsilon A_0)^2} |Q| + \frac{8\pi\rho\nu l}{(\varepsilon A_0)^2} \quad (2.7.7)$$

この等価減衰係数を、(2.2.1)式 of 非線形減衰マトリックスのバルブ要素の自由度に組み込むことによって、バルブの非線形特性を表現する。

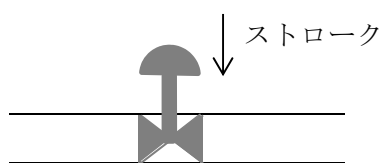


図 2.7.3 バルブ要素

2.7.4 チェック弁、リリーフ弁

方向制御用のチェック弁、圧力制御用のリリーフ弁については、圧力差 ΔP と流量 Q の関係が図 2.7.4 に示すような断片線形特性をもつ減衰要素として定義する。断片線形要素はある状態は線形特性であるが、何らかの切り替わり時に別の線形特性に移行する。その変化が極端な場合が多く、数値解析法に工夫が必要である。

断片線形要素の数値計算法については第 4 章で詳細を示す。

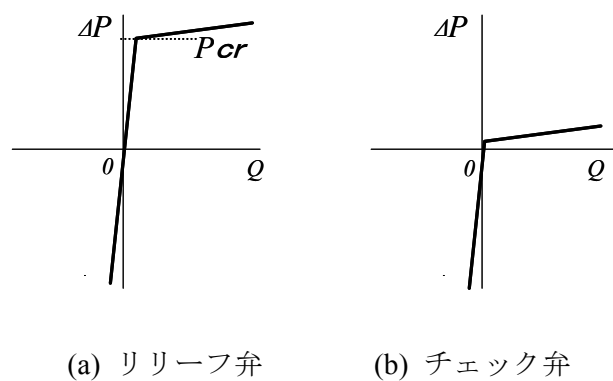


図2.7.4 リリーフ弁およびチェック弁のP-Q 特性

2.7.5 シリンダ要素

圧力、流量の積分値で表現されている油圧系のパワーを、力、変位で表現される機構系へ伝達すると同時に機構系からの反力を油圧系に伝える役割を果たしており、ふたつの系を連成させる要素である。ポートからの流体の流入・流出によってストロークが伸縮し、さらに部材端における負荷に応じてシリンダ内部に圧力を発生させる。

ヘッド側、ロッド側の2箇所のポートから油が入りしピストンを動かし、構造系にエネルギーを伝達するとともに、構造系の力を油圧系に伝達する。

図 2.7.5 にシリンダ要素の局所座標系を示す。簡単のためにヘッド側だけ取り出して考える。局所座標系として流量積をとり、各節点において内側に向かう方向を正とする。局所座標系での圧力の増分と流量積の増分の間関係式は次式のように得られる。

$$\Delta \mathbf{P}' = k \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u}' \quad (2.7.8)$$

ここで、 $\Delta \mathbf{P}'$ および $\Delta \mathbf{u}'$ は以下のように表せる。

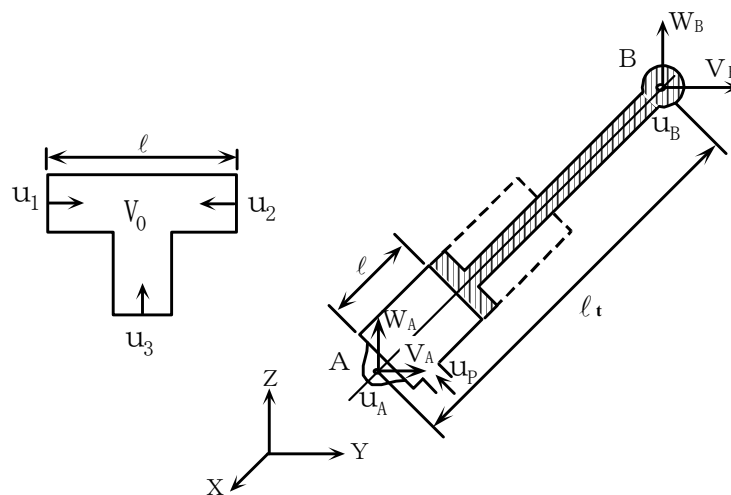


図 2.7.5 配管要素およびシリンダ要素の局所座標系

$$\Delta \mathbf{P}' = \{\Delta p'_1, \Delta p'_2, \Delta p'_3\}^T, \Delta \mathbf{u}' = \{\Delta u'_1, \Delta u'_2, \Delta u'_3\}^T, k = \frac{\kappa}{V}, V = Al + V_0$$

であり、 A, l, V_0, κ はそれぞれシリンダ断面積、シリンダ流体部長さ、ポート部流体の体積、流体の体積弾性率を表す。

部材端 A, B の全体座標をそれぞれ $A(x_1, y_1, z_1), B(x_2, y_2, z_2)$ とすると、両部材端での変位およびポート部流量積 $\mathbf{u} = \{u_A, v_A, w_A, u_B, v_B, w_B, u_p\}^T$ と局所座標系での流量積 \mathbf{u}' との間には次式のような関係がある。

$$\mathbf{u}' = \mathbf{L} \cdot \mathbf{u},$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} A\mathbf{x}^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & A\mathbf{x}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \delta \end{bmatrix}, \mathbf{x} = \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix}, X = \frac{l}{l_t}(x_2 - x_1), Y = \frac{l}{l_t}(y_2 - y_1), Z = \frac{l}{l_t}(z_2 - z_1) \quad (2.7.9)$$

ここで、 δ は全体座標系におけるポート部の流量積の方向を示し、+1 のときは流入、-1 のときは流出と定義する。

シリンダ要素では、構造系要素のトラス要素と同様、接線剛性マトリックスとして、幾何剛性を考慮する必要があるので(2.6 節参照)、(2.7.8)、(2.7.9)式を用いると、 Δt の間に生じる部材端 A, B での部材力の増分 $\Delta \mathbf{f}_A, \Delta \mathbf{f}_B$ および変位の増分 $\Delta \mathbf{u}_A, \Delta \mathbf{u}_B$ とポート部における圧力増分 ΔP および流量積増分 Δu_p の間の関係式は次式のように得られる。

$$\begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{f}_A \\ \Delta \mathbf{f}_B \\ \Delta P \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} (A+W) & -(A+W) & \delta Ak\mathbf{x} \\ -(A+W) & (A+W) & -\delta Ak\mathbf{x} \\ \delta Ak\mathbf{x}^T & -\delta Ak\mathbf{x}^T & \delta^2 k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{u}_A \\ \Delta \mathbf{u}_B \\ \Delta u_p \end{Bmatrix} \quad (2.7.10)$$

$$A = kA^2 \mathbf{x} \cdot \mathbf{x}^T, W = \frac{PA}{l_t} (\mathbf{E} - \mathbf{x} \cdot \mathbf{x}^T)$$

ここで、 \mathbf{E} は単位行列である。

ロッド側についても同様に考えることによって(2.7.10)式のような増分系の関係式を導くことができ、それらをまとめると次式のようなシリンダ要素の関係式を求めることができる。

$$\Delta \mathbf{f}_i = \mathbf{K}_T \Delta \mathbf{u}_i \quad (2.7.11)$$

ただし、

$$\Delta \mathbf{f}_i = \{ \Delta f_A, \Delta f_B, \Delta P_H, \Delta P_R \}^T, \quad \Delta \mathbf{u}_i = \{ \Delta u_A, \Delta u_B, \Delta u_P^H, \Delta u_P^R \}^T$$

$$\mathbf{K}_T = \begin{bmatrix} (A_T + W_T) & -(A_T + W_T) & (\delta A k \mathbf{x})_H & (\delta A k \mathbf{x})_R \\ -(A_T + W_T) & (A_T + W_T) & -(\delta A k \mathbf{x})_H & -(\delta A k \mathbf{x})_R \\ (\delta A k \mathbf{x}^T)_H & -(\delta A k \mathbf{x}^T)_H & (\delta^2 k)_H & 0 \\ (\delta A k \mathbf{x}^T)_R & -(\delta A k \mathbf{x}^T)_R & 0 & (\delta^2 k)_R \end{bmatrix} \quad (2.7.12)$$

$$A_T = (k_H A_H^2 + k_H A_H^2) \mathbf{x} \cdot \mathbf{x}^T, \quad W_T = (P_H A_H - P_R A_R) (\mathbf{E} - \mathbf{x} \cdot \mathbf{x}^T) / l_t$$

である。ここで、添え字 H, R はそれぞれ、ヘッド側およびロッド側を示す。(2.7.11)式を全変位系に変換し、(2.2.1)式の運動方程式の非線形剛性マトリックスに組み込む。

質量については、シリンダの全質量を両部材端 A, B に集中質量として振分け、また、シリンダ内の流体の質量の半分をそれぞれ各ポートの集中質量として取り扱う。

以上の理論の検証として、第5章に多関節ロボットの過渡振動シミュレーション、第6章にクレーンの吊り荷巻き上げシミュレーションおよびワイヤロープがドラムに巻き取られる挙動シミュレーションを取り上げる。

第3章 周波数依存を持つ自動車のショックアブソーバのモデリング手法の提案⁽²⁰⁾

3.1 緒言

近年益々、自動車や建設機械などの輸送機は市場のグローバル化が活発になってきている。それに伴い、これまで日本国内では想定していなかった悪路での強度耐久性や操縦安定性が求められ、開発時に考慮すべき物理量の範囲が広がっている。しかも、開発期間が短くなってきているので、これらのダイナミクスの問題を設計段階で解決し、リードタイムの削減が必須になってきている。その手段として、設計段階でのコンピュータシミュレーションによる検討がより一層求められている。

乗り心地の問題は、タイヤやサスペンションを含む足回りをモデル化するための柔軟マルチボディ、制御系、油圧系などを扱う必要がある。最近、ハードと数値シミュレーションを合体したリアルタイムシミュレータ（HILS）を用いた動的評価の研究が進められている^{(27),(28)}。この場合、複合的な系をリアルタイムで計算することになるので、計算の高速化が必要となる。

自動車の足回り部品は強度耐久性や乗り心地を左右し、特に、ショックアブソーバは乗り心地を決定する部品である。ショックアブソーバはピストンとシリンダで構成されている⁽²¹⁾。一般に、ピストンスピードが遅いときには、固定オリフィスを流体が通過することによって減衰力が発生する。スピードが上がってくると、オリフィスに加え、バルブが開き、そこから流体が流れることにより減衰力を抑える特性となり、操縦安定性を損なわずに、乗り心地を向上させている⁽²²⁾。また、入力加振周波数が高くなるにつれ、ピストンスピードと減衰力の間ヒステリシスが現れ、減衰特性には周波数依存性が存在する。一般に、液封マウントなどの高粘性ダンパの動特性は周波数領域の特性で動剛性と損失係数で表される^{(23),(50)}。定常応答解析を行う際はこれらのパラメータをそのまま用いることが可能であるが、乗り心地に影響する悪路走行や突起乗越えなどの非定常応答解析を行う時には、これらの特性を時間領域で表せるモデル化が必要である。

ショックアブソーバの内部構造がわかっている場合には、内部を詳細にモデル化す

ることも考えられるが、一般的にはその詳細な構造は公開されていない場合が多い。また、詳細構造の情報を有する場合でもアブソーバ単体の解析には詳細モデルは有用と考えられるが、乗り心地を評価するためのフルビークル解析に適用するのは解析時間がかかるなどの欠点がある。また、実測結果より変位、速度および力の関係テーブルをあらかじめ作成し、時々刻々使用する力を算出して時刻歴応答解析を行う報告があるが、単一周波数での解析であり、突起乗越えなどの計算は困難である⁽²⁴⁾。

そこで、本研究では、周波数依存性と複雑な構造による非線形を有するショックアブソーバについて、単体の周波数加振の実測結果を用いて、できるだけ簡単な周波数依存のない要素で構成された物理モデルを構築し、時間領域での解析を可能とすることを目的とする。ばねと減衰の直列構造である Maxwell モデルを適用して、実測結果に見られる周波数依存性やヒステリシスを表現し、ピストンスピードにより変化する減衰力の非線形性を考慮するために、Maxwell モデルを拡張して、ダッシュポットの減衰特性に非線形性を与えてモデル化を行い、フルビークルモデルの乗り心地評価のために高速での時刻歴応答計算が可能な方法を提案する。

3.2 ショックアブソーバの動特性試験結果

ショックアブソーバ（以下、アブソーバと呼ぶ）の動特性試験の結果について示す。アブソーバの動特性を求めするため、アブソーバ下に加速度計を、アブソーバ上にロードセルを設置し、一定周波数加振時の加速度と荷重を測定した。図 3.2.1 に示すようにロードシミュレータの一種である 4 Poster 試験機の 1 Poster を用い、門型治具を取り付けて加振試験を行った。アブソーバの初期押し込み量は実車に装着されている状態を想定して、フロントアブソーバを 30 mm、リアアブソーバを 50 mm とした。試験条件は、表 3.2.1 に示すように、加振周波数を 1 Hz、2 Hz、3 Hz、5 Hz、8 Hz、10 Hz の 6 パターン、振幅依存性を把握するために、フロントアブソーバの振幅を 10 mm、20 mm、リアアブソーバの振幅を 20 mm、30 mm の 2 パターンずつとした。本論では、周波数依存性に着目し、加振振幅 20 mm の結果について考察する。図 3.2.2(a) にフロントアブソーバ、図 3.2.2(b) にリアアブソーバの振幅 20 mm のときの各周波数の減衰特性の重ね書きを示す。図 3.2.3 に、フロントアブソーバの周波数に対する原点付近（図 3.2.2(a) の Region A、以後 A 部と呼ぶ）および原点から離れた部分（図 3.2.2(a) の Region B、以後 B 部と呼ぶ）の減衰係数の変化を、図 3.2.4 に、原点付近のヒステリシスの大きさの変化を示す。なお、ヒステリシスの大きさの指標をリサージュの面積と仮定した。同様に、図 3.2.5 に、リアアブソーバの周波数に対する原点付近（図 3.2.2(b) の Region A）および原点から離れた部分（図 3.2.2(b) の Region B）の減衰係数の変化を、図 3.2.6 に、原点付近のヒステリシスの大きさの変化を示す。これらの結果より以下のことがわかる。

- (1) 速度が正（引張側）と負（圧縮側）で異なる特性を持つ
- (2) 速度が小さい方が減衰係数は大きく、速度が大きくなると減衰係数は小さくなる
- (3) 周波数の高くなると A 部の減衰係数が小さく、ヒステリシスは大きくなる
特に、フロントについて顕著である
- (4) B 部の減衰係数は周波数が変わってもそれほど変化しない

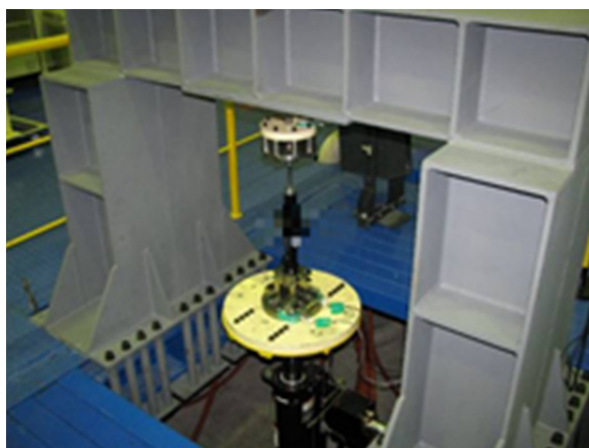


図 3.2.1 4Poster シミュレータの 1Poster と治具

表 3.2.1 試験条件

Frequency [Hz]	Front Absorber		Rear Absorber	
	Amplitude 0-P [mm]		Amplitude 0-P [mm]	
1	10	20	20	30
2	10	20	20	30
3	10	20	20	30
5	10	20	20	30
8	10	20	20	30
10	10	20	20	30

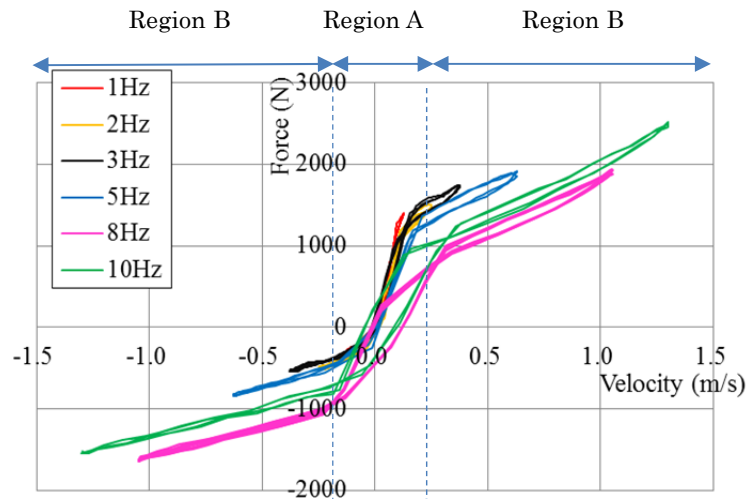


図 3.2.2(a) フロントアブソーバの動特性 周波数ごとの計測結果の重ね合わせ

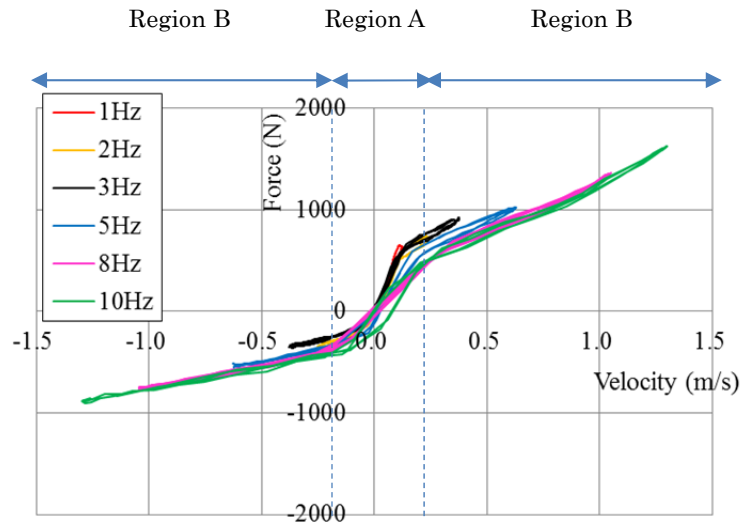


図 3.2.2(b) リアアブソーバの動特性 周波数ごとの計測結果の重ね合わせ

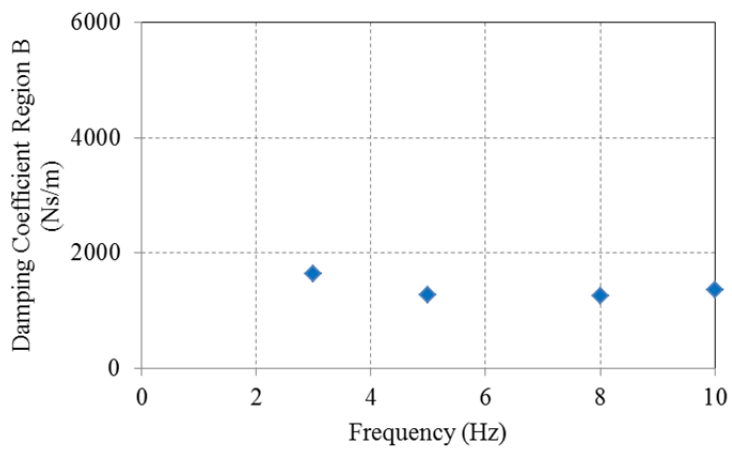
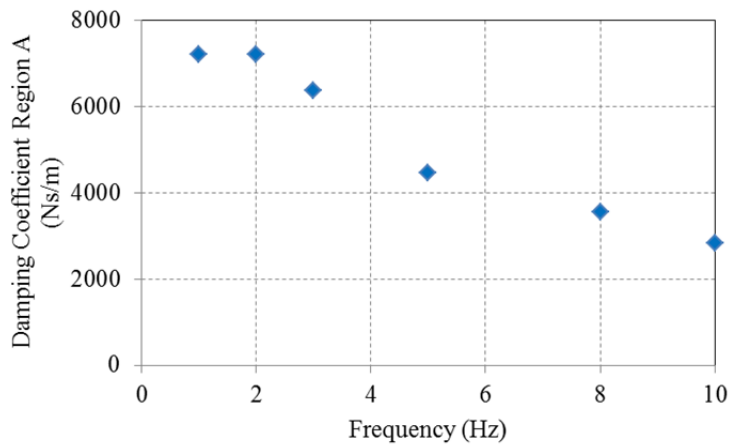


図 3.2.3 フロントアブソーバの減衰係数の周波数ごとの変化
(上 : 図 3.2.2(a)の Region A、下 : 図 3.2.2(a)の Region B)

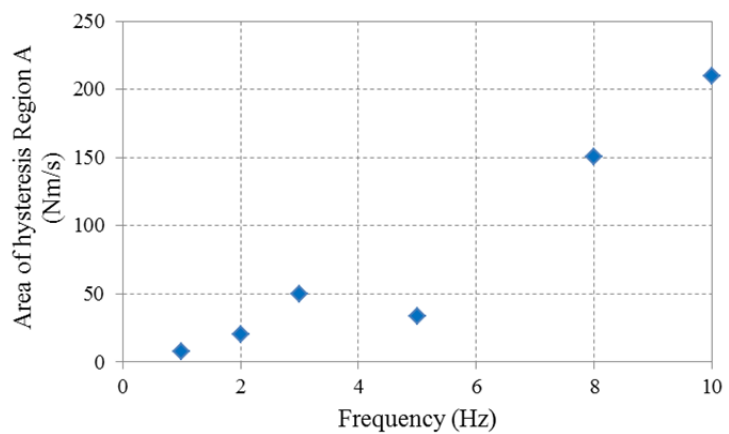


図 3.2.4 図 3.2.2(a)の Region A のヒステリシス大きさの周波数ごとの変化

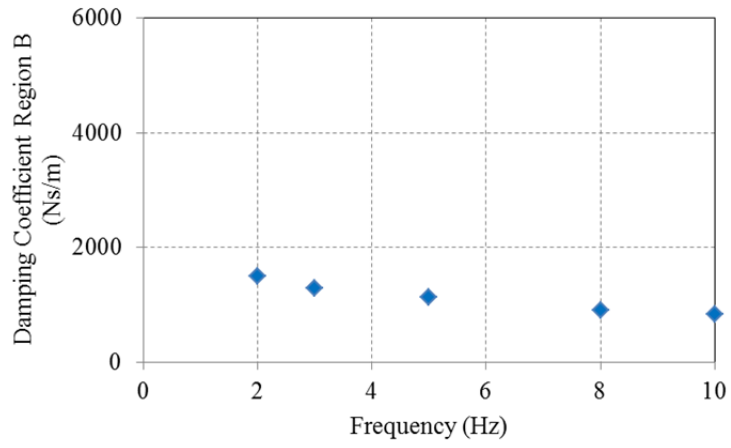
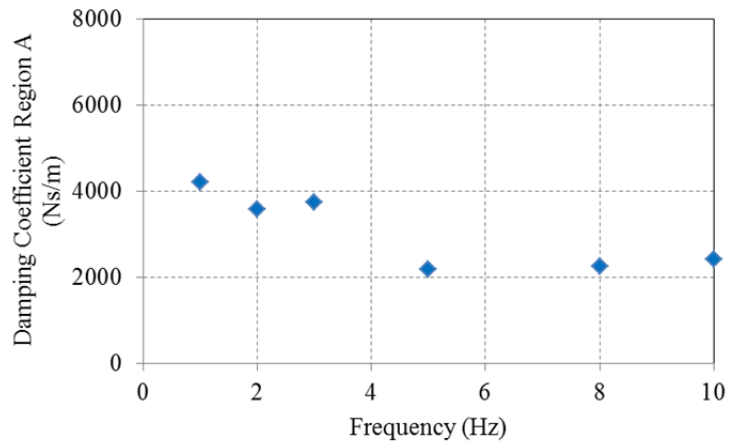


図 3.2.5 リアアブソーバの減衰係数の周波数ごとの変化
 (上 : 図 3.2.2(b)の Region A、下 : 図 3.2.2(b)の Region B)

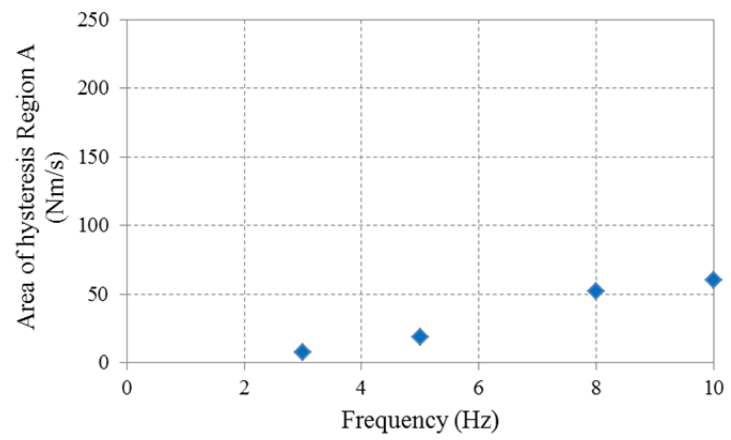


図 3.2.6 図 3.2.2(b)の Region A のヒステリシス大きさの周波数ごとの変化

3.3 アブソーバの解析モデル化手法

3.3.1 Maxwell モデルによる周波数依存性のモデル化

高橋ら⁽⁵¹⁾は、加振周波数が高くなると作動油の圧縮性のために減衰力の立ち遅れが生じ、減衰特性にヒステリシスが現れ、このとき、減衰力は油の圧縮性によるばねとダッシュポットが直列に配置される Maxwell モデルで表すことができると報告している。そこで、本研究においても、原点付近の A 部の減衰係数の変化は油の圧縮性の影響の可能性があると考え、図 3.3.1 に示す Maxwell モデルを用いることを試みる。Maxwell モデルを構成するばねのばね定数を k 、減衰の減衰係数を c 、加振円振動数を ω とすれば、Maxwell モデル全体の複素剛性 K は (3.3.1) 式のようなになる。したがって、Maxwell モデルとしての等価なばね定数 k_E および等価な減衰係数 c_E は、それぞれ (3.3.2) 式および (3.3.3) 式のような加振円振動数 ω の関数で表現される。式形からも ω が大きくなれば、 k_E は大きくなり、 c_E は小さくなることがわかる。

$$K = \frac{1}{1/k + 1/(ic\omega)} = \frac{ic\omega k}{k + ic\omega} = \frac{ic\omega k(k - ic\omega)}{k^2 + c^2\omega^2} = \frac{c^2\omega^2 k + ic\omega k^2}{k^2 + c^2\omega^2} = \left(\frac{c^2\omega^2}{k^2 + c^2\omega^2} \right) k + \left(\frac{k^2}{k^2 + c^2\omega^2} \right) ic\omega$$
(3.3.1)

$$k_E = \left(\frac{c^2\omega^2}{k^2 + c^2\omega^2} \right) k$$
(3.3.2)

$$c_E = \left(\frac{k^2}{k^2 + c^2\omega^2} \right) c$$
(3.3.3)

一方、3.2 項で示した実測の伝達関数から貯蔵ばね定数 $G'(\omega)$ と損失ばね定数 $G''(\omega)$ が求まり、(3.3.2) 式、(3.3.3) 式に示す等価なばね定数 k_E および等価な減衰係数 c_E を次式のように求めることができる。

$$k_E = G'(\omega), \quad c_E = G''(\omega)/\omega \quad (3.3.4)$$

図 3.3.2 に、 k_E および c_E の周波数に対する変化を示す。周波数が高くなるにつれ、 k_E は大きくなり、 c_E は小さくなっている。表 3.3.1 に、(3.3.2)式および(3.3.3)式から逆算して求めた Maxwell モデルの周波数ごとの k 、 c を示す。周波数が高くなるにつれ k_E は大きくなるが、 k は大きく変化していない。このことから、系にはこの程度の油の圧縮性が存在すると考えられる。一方、 c と c_E は周波数が高くなるにつれ、小さくなっているものの、両者の差は小さく、圧縮性の減衰特性への影響は顕著ではない。その理由は、以下のように推測される；

- ① 1 Hz では周波数が低く、Maxwell モデルによる圧縮性の影響はほとんどないと考えられる。
- ② 周波数が高くなると、周波数の影響よりも速度振幅の影響が大きくなり、圧縮性の影響が顕在化していないと考えられる。

しかし、図 3.2.2 の A 部の傾きは周波数が高くなるほど低下しており、A 部の範囲内の振動であれば圧縮性が減衰に影響する可能性があると考えられる。一方、B 部では、A 部と比べ傾きは小さく、さらに周波数により傾きの変化は顕著でないため、圧縮性があまり影響していないと考えられる。

そこで、アブソーバの Maxwell モデルの減衰係数を次のように決める；

- (1) 原点付近の A 部：

周波数の低い圧縮性の影響を受けていない 1 Hz および 2 Hz のデータ

- (2) 速度振幅が大きい B 部：全周波数のデータ

これらが Maxwell モデルの減衰係数に相当すると仮定して、多項式でカーブフィットする。図 3.3.3 および図 3.3.4 にこの方法でカーブフィットしたフロントおよびリアの結果を示す。この多項式で表現された減衰に Maxwell モデルのばね k を直列に結合することによって、油の圧縮性の影響を受けると考えられる A 部の減衰係数が、測結果のように周波数が高くなるにつれ低下する現象を表現することを試みる。今回の解析では、圧縮性を表すばねとして 10 Hz のときの k を用いる。表 3.3.2 に多項式でカーブフィットした減衰特性とばね定数 k を示す。

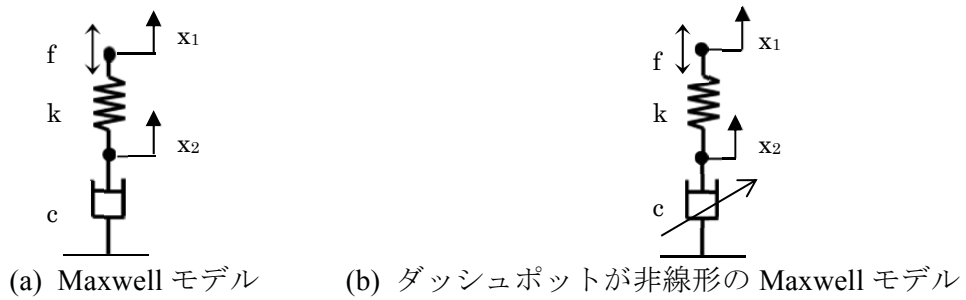


図 3.3.1 Maxwell モデル

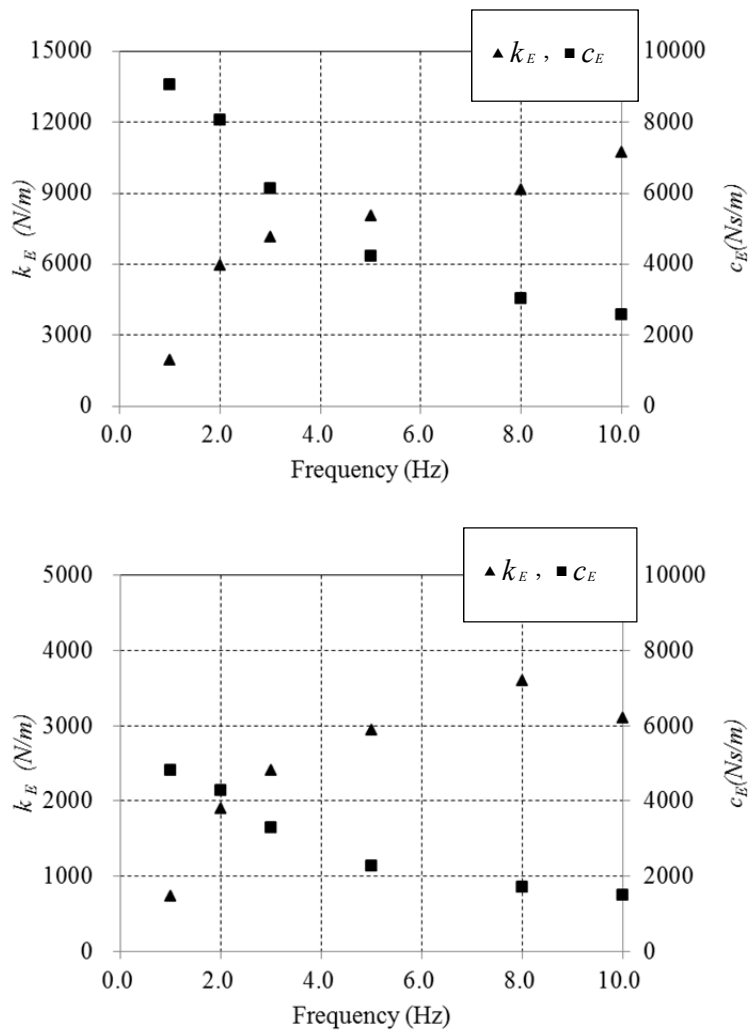


図 3.3.2 Maxwell モデルの等価ばね定数と等価減衰係数の周波数ごとの変化

(上：フロント側、下：リア側)

表 3.3.1-1 計測結果から得られた Maxwell モデルのばね定数および減衰

係数 (フロントアブソーバ)

Amplitude [mm0-p]	Frequency [Hz]	ω [rad/s]	k_E [N/m]	c_E [N·s/m]	k [N/m]	c [N·s/m]
20	1.0	6.3	1.9×10^3	9.1×10^3	1.7×10^6	9.1×10^3
	2.0	12.6	5.9×10^3	8.1×10^3	1.8×10^6	8.1×10^3
	3.0	18.8	7.1×10^3	6.1×10^3	1.9×10^6	6.2×10^3
	5.0	31.4	8.0×10^3	4.2×10^3	2.2×10^6	4.2×10^3
	8.0	50.3	9.1×10^3	3.0×10^3	2.6×10^6	3.0×10^3
	10.0	62.8	10.7×10^3	2.6×10^3	2.5×10^6	2.6×10^3

表 3.3.1-2 計測結果から得られた Maxwell モデルのばね定数および減衰

係数 (リアアブソーバ)

Amplitude [mm0-p]	Frequency [Hz]	ω [rad/s]	k_E [N/m]	c_E [N·s/m]	k [N/m]	c [N·s/m]
20	1.0	6.3	0.7×10^3	4.8×10^3	1.3×10^6	4.8×10^3
	2.0	12.6	1.9×10^3	4.3×10^3	1.5×10^6	4.3×10^3
	3.0	18.8	2.4×10^3	3.3×10^3	1.6×10^6	3.3×10^3
	5.0	31.4	2.9×10^3	2.3×10^3	1.8×10^6	2.3×10^3
	8.0	50.3	3.6×10^3	1.7×10^3	2.0×10^6	1.7×10^3
	10.0	62.8	3.1×10^3	1.5×10^3	2.8×10^6	1.5×10^3

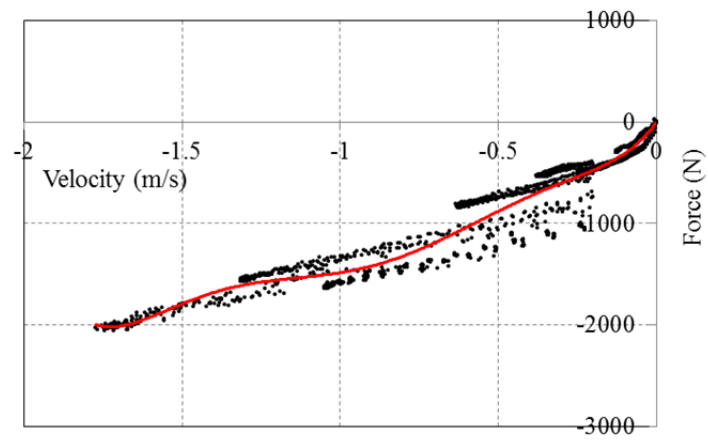
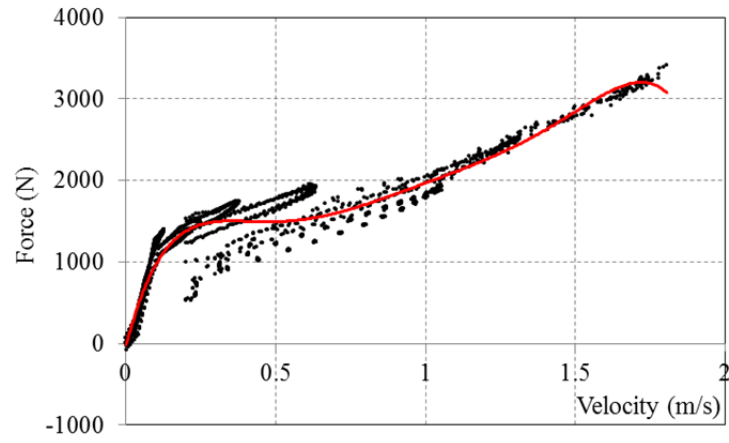


図 3.3.3 動特性の計測結果のカーブフィット (フロントアブソーバ)

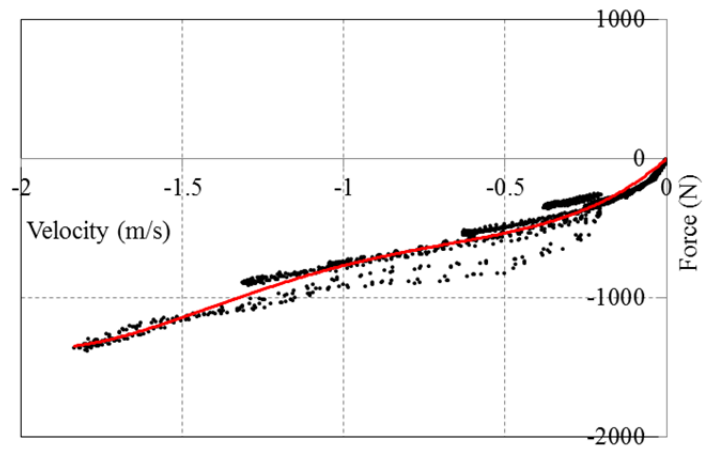
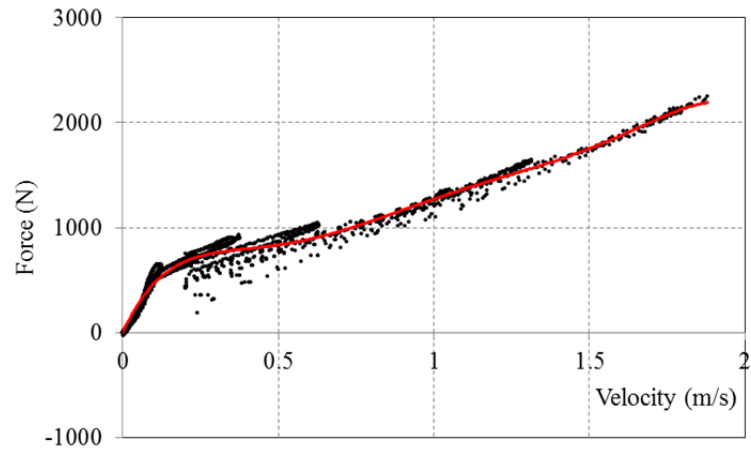


図 3.3.4 動特性の計測結果のカーブフィット(リアアブソーバ)

表3.3.2-1 シミュレーションに用いるパラメータ（フロントアブソーバ）

k [N/m]	2.5×10^6 （表3.3.1-1の10 Hzの値）
c [N・s/m]	Extension : $y = -5281.675 x^6 + 30843.520 x^5 - 71275.626 x^4 + 82390.005 x^3$ $- 48509.348 x^2 + 13798.958 x$ Compression : $y = 3525.861 x^6 + 18688.109 x^5 + 36973.052 x^4 + 33752.144 x^3$ $+ 14679.487 x^2 + 4220.847 x$

表3.3.2-2 シミュレーションに用いるパラメータ（リアアブソーバ）

k [N/m]	2.8×10^6 （表3.3.1-2の10 Hzの値）
c [N・s/m]	Extension : $y = -1949.195 x^6 + 12286.379 x^5 - 30156.098 x^4 + 36195.985 x^3$ $- 21576.993 x^2 + 6471.379 x$ Compression : $y = 497.730 x^4 + 2079.418 x^3 + 2848.805 x^2 + 2034.804 x$

3.3.2 有限要素法に基づく解析手法 (3), (38), (41), (47), (48), (49)

次に、アブソーバのMaxwellモデルを用いて非定常応答解析を行うためのモデリングおよび有限要素法ベースの解析プログラムに組み込むことを検討する。第2章で示したように、油圧系を含む機械システムに対して、通常の有限要素法の場合と同様に、系全体をあらかじめ準備された標準要素を用いてモデル化し、次式のような運動方程式を様々な機械の動的シミュレーションに適用している。

$$[M_L + M_N] \ddot{\mathbf{u}} + [C_L + C_N] \dot{\mathbf{u}} + [K_L + K_N] \mathbf{u} = \mathbf{F} - \mathbf{F}_N \quad (3.3.5)$$

ここで、 \mathbf{u} は機械系では変位、油圧系では流量積、制御系では電流、電圧などの状態量を表すベクトルであり、 M_L, C_L, K_L は各時間ステップで一定である線形の質量、減衰、剛性マトリックスを表す。一方、 M_N, C_N, K_N は各時間ステップで変化する非線形の質量、減衰、剛性マトリックスを、 \mathbf{F} は外力ベクトル、 \mathbf{F}_N は非線形要素力を各時間ステップで線形化することによって生じる補正外力ベクトルを示す。本解析システムでは、Newton-raphson 法による収束計算を行い、時間積分法は陰解法の Newmark- β ($\beta=1/4$) を用いる。

3.3.3 アブソーバの非線形減衰のモデル化

多項式でカーブフィットされたアブソーバの減衰特性をモデル化するための多項式減衰要素を以下に示す。

(3.3.6) 式に示すように、減衰特性が6次の多項式で表せる場合を考える。

$$F(\dot{x}) = C_0 \cdot \dot{x} + C_1 \cdot |\dot{x}| \cdot \dot{x} + C_2 \cdot |\dot{x}|^2 \cdot \dot{x} + C_3 \cdot |\dot{x}|^3 \cdot \dot{x} + C_4 \cdot |\dot{x}|^4 \cdot \dot{x} + C_5 \cdot |\dot{x}|^5 \cdot \dot{x} \quad (3.3.6)$$

時間ステップごとおよび収束計算ごとに線形化された減衰係数は、(3.3.6) 式を \dot{x} で偏微分して (3.3.7)式のように得られる。

$$C = \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} = C_0 + 2 \cdot C_1 \cdot |\dot{x}| + 3 \cdot C_2 \cdot |\dot{x}|^2 + 4 \cdot C_3 \cdot |\dot{x}|^3 + 5 \cdot C_4 \cdot |\dot{x}|^4 + 6 \cdot C_5 \cdot |\dot{x}|^5 \quad (3.3.7)$$

時刻歴応答解析中に変化する減衰係数 C を (3.3.5)式の非線形減衰マトリックス C_N に組み込み、補正外力 F_N を用いて力の補正を行い、連立方程式を解いて解を得る。

以上の理論の検証として、第8章に周波数依存性のあるショックアブソーバ単体の実測結果を用いて時間領域での解析を可能としたモデリング手法を、アブソーバ単体およびフルビークル解析に適用し、実測結果と比較する。

第4章 連成した大規模モデルを効率的に解析するための手法の提案

4.1 緒言

機構－油圧－電気制御系を連成させた大規模モデルのリアルタイムシミュレーションを行うために、滑らかに変化する非線形要素については Newton-Raphson 法による収束計算と Bisection 法による積分時間調整方法を提案する⁽⁵²⁾。さらに、ガタやチェック弁を表現する断片線形の特性を含む系については、精度を確保しつつ計算時間を短縮する方法として、折れ曲がり点の手前に設けた許容範囲に入るように時間刻みを調整する方法および数値積分の特性上現れる固有値のひずみに着目し、架空の質量を付加するという付加質量法による数値積分の特性改善法を提案する^{(48), (49)}。

4.2 全体の流れ

非線形動的解析における全体系の運動方程式は次式のように表せる。

$$\mathbf{g}_m + \mathbf{g}_c + \mathbf{g}_k = \mathbf{F} \quad (4.2.1)$$

ここで、 $\mathbf{g}_m, \mathbf{g}_c, \mathbf{g}_k$ は非線形慣性力、非線形減衰力、非線形弾性力である。時刻 t 時点において運動方程式が満たされているとすると次式が成り立つ。

$$\mathbf{g}_{m/t} + \mathbf{g}_{c/t} + \mathbf{g}_{k/t} = \mathbf{F}_t \quad (4.2.2)$$

(4.2.2)式の左辺をTaylor展開し、1次の項のみ考慮すると、時刻 $t + \Delta t$ 時点の運動方程式が次式のように得られる。

$$\mathbf{M}_t \Delta \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}_t \Delta \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}_t \Delta \mathbf{u} = \mathbf{F}_{t+\Delta t} - \mathbf{g}_{m/t} - \mathbf{g}_{c/t} - \mathbf{g}_{k/t} \quad (4.2.3)$$

ここで、 $\Delta \ddot{\mathbf{u}}, \Delta \dot{\mathbf{u}}, \Delta \mathbf{u}$ は加速度、速度、変位の増分量であり、

$$\Delta \ddot{\mathbf{u}} = \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} - \ddot{\mathbf{u}}_t, \Delta \dot{\mathbf{u}} = \dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} - \dot{\mathbf{u}}_t, \Delta \mathbf{u} = \mathbf{u}_{t+\Delta t} - \mathbf{u}_t \quad (4.2.4)$$

である。 $\mathbf{M}_t, \mathbf{C}_t, \mathbf{K}_t$ は時刻 t における全体系の接線質量マトリックス、接線減衰マトリックス、接線剛性マトリックスであり、これまでに示した要素マトリックス $\mathbf{m}_t, \mathbf{c}_t, \mathbf{k}_t$ を重ね合わせることによって得られる。

時刻 $t + \Delta t$ の状態量 $\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}, \dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}, \mathbf{u}_{t+\Delta t}$ を用いて(4.2.3)式を表現するには、(4.2.4)式を(4.2.3)式に代入し、 $\mathbf{g}_{m/t} = \mathbf{M}_t \ddot{\mathbf{u}}_t$ を考慮することによって次式のようになる。

$$\mathbf{M}_t \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + \mathbf{C}_t \dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + \mathbf{K}_t \mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{F}_{t+\Delta t} - \mathbf{g}_{c/t} - \mathbf{g}_{k/t} + \mathbf{C}_t \dot{\mathbf{u}}_t + \mathbf{K}_t \mathbf{u}_t \quad (4.2.5)$$

次式に示す非線形補正外力 (\mathbf{F}_c) を導入すると、

$$(\mathbf{F}_c)_t = \mathbf{g}_{c/t} + \mathbf{g}_{k/t} - \mathbf{C}_t \dot{\mathbf{u}}_t - \mathbf{K}_t \mathbf{u}_t \quad (4.2.6)$$

となり、(4.2.5)式は次式のように表せる。

$$\mathbf{M}_t \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + \mathbf{C}_t \dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + \mathbf{K}_t \mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{F}_{t+\Delta t} - (\mathbf{F}_c)_t \quad (4.2.7)$$

2.2項では、加速度から解を求める方法を示したが、収束過程で加速度が大きく変動する場合、収束性に悪影響を及ぼす可能性がある。ここでは、変位に関して解を求める方法を説明する。図4.2.1に反復計算時の力のつり合いを示す。

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_t \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + \mathbf{C}_t \dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + \mathbf{K}_t (\mathbf{u}_t + \Delta \mathbf{u}_{t+\Delta t}) &= \mathbf{F}_{t+\Delta t} - \left\{ (\mathbf{F}_t^S)_{int} - \mathbf{K}_t \mathbf{u}_t + (\mathbf{F}_t^D)_{int} - \mathbf{C}_t \dot{\mathbf{u}}_t \right\} \\ \mathbf{K}_t \Delta \mathbf{u}_{t+\Delta t} &= \mathbf{F}_{t+\Delta t} - \left\{ (\mathbf{F}_t^S)_{int} + (\mathbf{F}_t^D)_{int} - \mathbf{C}_t \dot{\mathbf{u}}_t \right\} - \mathbf{M}_t \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} - \mathbf{C}_t \dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} \end{aligned} \quad (4.2.8)$$

ここで、 $(\mathbf{F}_t^S)_{int}$, $(\mathbf{F}_t^D)_{int}$ はそれぞれ時刻 t のときの剛性力および減衰力を示す。(4.2.8)式の右辺の第2項を $(\tilde{\mathbf{F}}_t)_{int}$ とおけば

$$\mathbf{K}_t \Delta \mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{F}_{t+\Delta t} - (\tilde{\mathbf{F}}_t)_{int} - \mathbf{M}_t \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} - \mathbf{C}_t \dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} \quad (4.2.9)$$

となる。

Newmark- β 法より、以下の式が得られる。

$$\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} = \dot{\mathbf{u}}_t + \frac{\Delta t}{2} (\ddot{\mathbf{u}}_t + \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}) \quad (4.2.10)$$

$$\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{u}_t + \Delta t \dot{\mathbf{u}}_t + \frac{(\Delta t)^2}{2} \ddot{\mathbf{u}}_t + (\Delta t)^2 \beta (\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} - \ddot{\mathbf{u}}_t) \quad (4.2.11)$$

(4.2.10), (4.2.11)より

$$\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} = \frac{1}{2\beta\Delta t}(\mathbf{u}_{t+\Delta t}-\mathbf{u}_t) + \left(1-\frac{1}{2\beta}\right)\dot{\mathbf{u}}_t + \left(1-\frac{1}{4\beta}\right)\Delta t\ddot{\mathbf{u}}_t \quad (4.2.12)$$

$$\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}(\mathbf{u}_{t+\Delta t}-\mathbf{u}_t) - \frac{1}{\beta\Delta t}\dot{\mathbf{u}}_t + \left(1-\frac{1}{2\beta}\right)\ddot{\mathbf{u}}_t \quad (4.2.13)$$

また、繰り返しの1回目では $\mathbf{u}_{t+\Delta t}=\mathbf{u}_t+\Delta\mathbf{u}_{t+\Delta t}^I$ であるから、

$$\mathbf{u}_{t+\Delta t} - \mathbf{u}_t = \Delta\mathbf{u}_{t+\Delta t}^I \quad (4.2.14)$$

となり、(4.2.12), (4.2.13), (4.2.14)式を(4.2.9)式に代入すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \mathbf{K}_t \Delta\mathbf{u}_{t+\Delta t}^I \\ &= \mathbf{F}_{t+\Delta t} - (\tilde{\mathbf{F}}_t)_{int} - \mathbf{M}_t \left\{ \frac{1}{\beta(\Delta t)^2} \Delta\mathbf{u}_{t+\Delta t}^I - \frac{1}{\beta\Delta t} \dot{\mathbf{u}}_t + \left(1-\frac{1}{2\beta}\right) \ddot{\mathbf{u}}_t \right\} - \mathbf{C}_t \left\{ \frac{1}{2\beta} \Delta\mathbf{u}_{t+\Delta t}^I + \left(1-\frac{1}{2\beta}\right) \dot{\mathbf{u}}_t + \left(1-\frac{1}{4\beta}\right) \Delta t \ddot{\mathbf{u}}_t \right\} \end{aligned} \quad (4.2.15)$$

$$\left\{ \mathbf{K}_t + \frac{\mathbf{C}_t}{2\beta} + \frac{\mathbf{M}_t}{\beta(\Delta t)^2} \right\} \Delta\mathbf{u}_{t+\Delta t}^I = \mathbf{F}_{t+\Delta t} - (\tilde{\mathbf{F}}_t)_{int} - \mathbf{M}_t \left\{ -\frac{1}{\beta\Delta t} \dot{\mathbf{u}}_t + \left(1-\frac{1}{2\beta}\right) \ddot{\mathbf{u}}_t \right\} - \mathbf{C}_t \left\{ \left(1-\frac{1}{2\beta}\right) \dot{\mathbf{u}}_t + \left(1-\frac{1}{4\beta}\right) \Delta t \ddot{\mathbf{u}}_t \right\} \quad (4.2.16)$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_{t+\Delta t}^0 := \left\{ \mathbf{K}_t + \frac{1}{2\beta} \mathbf{C}_t + \frac{1}{\beta(\Delta t)^2} \mathbf{M}_t \right\}$$

$$(\tilde{\mathbf{F}}_{t+\Delta t})^0 := \mathbf{F}_{t+\Delta t} - \mathbf{M}_t \left\{ -\frac{1}{\beta\Delta t} \dot{\mathbf{u}}_t + \left(1-\frac{1}{2\beta}\right) \ddot{\mathbf{u}}_t \right\} - \mathbf{C}_t \left\{ \left(1-\frac{1}{2\beta}\right) \dot{\mathbf{u}}_t + \left(1-\frac{1}{4\beta}\right) \Delta t \ddot{\mathbf{u}}_t \right\}$$

と置くと、

$$\tilde{\mathbf{K}}_{t+\Delta t}^0 \Delta\mathbf{u}_{t+\Delta t}^I = (\tilde{\mathbf{F}}_{t+\Delta t})^0 - (\tilde{\mathbf{F}}_t)_{int} \quad (4.2.17)$$

(4.2.17)式より、 $\Delta\mathbf{u}_{t+\Delta t}^I$ を求め、さらに、(4.2.12), (4.2.13)式に代入すると、 $\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}^I, \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}^I$ を求めることができる。

繰り返し計算の2回目以降は、

$$\mathbf{u}_{t+\Delta t}^i = \mathbf{u}_t + \sum_{n=1}^i \Delta \mathbf{u}_{t+\Delta t}^n = \mathbf{u}_{t+\Delta t}^{i-1} + \Delta \mathbf{u}_{t+\Delta t}^i$$

となり、(4.2.12), (4.2.13)式の右辺第1項の括弧内は、

$$\mathbf{u}_{t+\Delta t}^i - \mathbf{u}_t = (\mathbf{u}_{t+\Delta t}^{i-1} + \Delta \mathbf{u}_{t+\Delta t}^i) - \mathbf{u}_t \quad (4.2.18)$$

となる。

したがって、解を求める式は、

$$\mathbf{K}_{t+\Delta t}^{i-1} \Delta \mathbf{u}_{t+\Delta t}^i = \mathbf{F}_{t+\Delta t} - (\tilde{\mathbf{F}}_{t+\Delta t})_{int}^{i-1} - \mathbf{M}_{t+\Delta t}^{i-1} \Delta \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}^i - \mathbf{C}_{t+\Delta t}^{i-1} \Delta \dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}^i \quad (4.2.19)$$

となり、ノルムが許容値に入るまで収束計算を行う。

ノルムは、不釣合力のノルム DF または増分変位のノルム DU のいずれかを選択する。

$$DF = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^n (DF_j)^2}}{n}, \quad DX = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^n (DU_j)^2}}{n} \quad (4.2.20)$$

ここで、 n は自由度数、 DF_j は自由度番号 j の不釣合力、 DU_j は自由度番号 j の変位増分を示す。

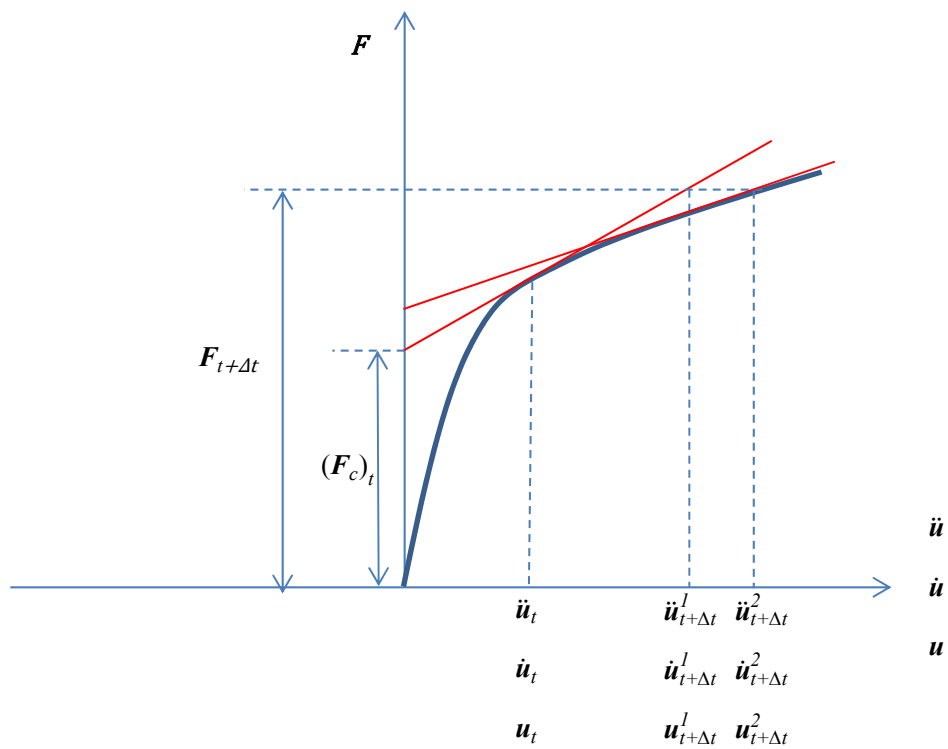


図4.2.1 反復計算時の力のつり合い

4.3 可変時間刻みの設定

油圧ショベルの油圧駆動システムは、多数のアクチュエータに対し少数の油圧供給源からの作動油を油圧制御弁によって分配制御するシステムが採用されている。さらに、実際の作業では、各アクチュエータの複合動作が多いため、シミュレーションモデルの自由度が増大する。また、リンクシステムの幾何学的非線形性や油圧駆動システムにおける強い非線形性を持つ要素が増えるため、効率の良い非線形動的解析手法が必要になる。

油圧ショベルのような油圧・機構連成系の解析における非線形要素は、次の(a)と(b)に大別できる。

- (a) 機構系の大変位要素の幾何学的非線形性や油圧系のバルブや配管圧損などの連続的に特性が変化する要素
- (b) 油圧系のチェック弁、シリンダのストoppaや摩擦抵抗などの断片線形要素

(b)のように、解析モデルにより解析時間内で非線形性が強い領域とそうでない領域が存在する場合、解析の時間刻みを固定すると非線形性が強い状態に合わせて時間刻みを小さく設定しなければならない。そこで、(b)について時間刻みを可変にすることにより計算効率の向上を図る。

図 4.3.1 に計算のフローを示す。このフローに示すように、Newton-Raphson 法による収束計算において、(a)の非線形特性に関しては Bisection 法による時間刻みの設定を行い、(b)に関しては断片線形系の折れ曲がり点通過の判定と折れ曲がり点通過点の予測による時間刻みの設定を行うフローとなっている。

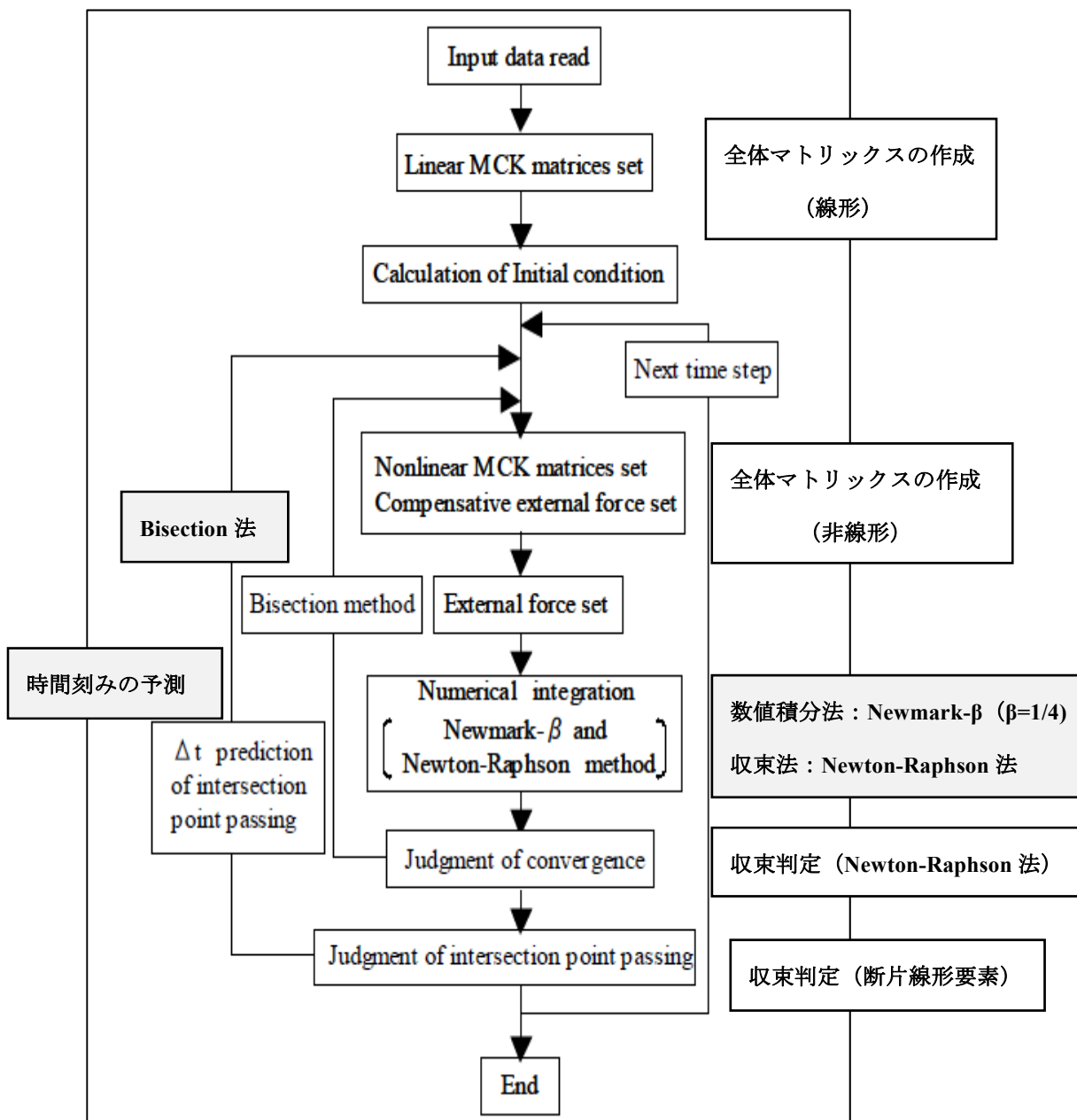


図 4.3.1 解析システムのフロー

4.3.1 Bisection 法の研究⁽³⁾

図 4.3.2 に示す解析システムのフローに示すように、大変位はり要素やトラス要素など特性がなめらかに変化する場合、Newton-Raphson 法による収束計算が有効である。柔軟なはりなどでは、特性が大幅に変化することがあり、収束しなかったり、もしくは収束値が正解でなかったりという現象が起こりうる。このような場合、積分の時間刻みを細かくして再計算することが有用である。その方法のひとつとして Bisection 法による時間刻みの設定を提案する。図 4.3.2 に Bisection 法の時間刻み設定のフローを示す。

Bisection 法は Newton-Raphson 法による収束計算において繰り返し回数が上限値 N_{cmax} になっても収束しない場合、確定した 1 つ前の時間に戻り、時間刻みを 1/2 にして再計算を行う方法であり、設定した最小の時間刻みまで時間刻みは小さくなる。Bisection 法を用いる場合は、用いない場合に比べて初期の時間刻みを大きくとり、収束計算の繰り返し数の上限値 N_{cmax} を小さく設定する。これにより、断片線形特性以外の非線形性が小さい場合には初期の時間刻みで計算し、非線形性が強く収束性が悪い場合はこれに応じて時間刻みが小さくなり効率よく計算できる。

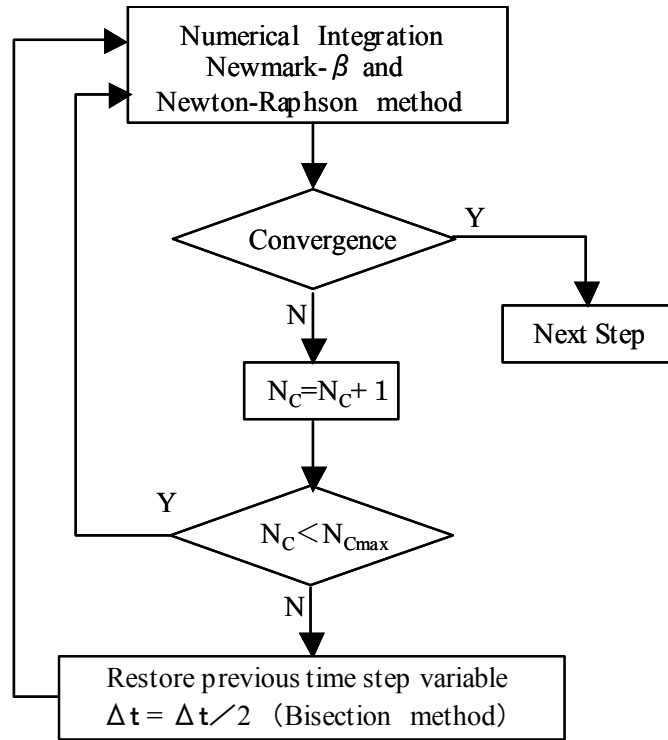


図 4.3.2 Bisection 法のアルゴリズム

4.3.2 断片線形系における時間刻み予測方法⁽⁴⁸⁾

機構系のガタや油圧系のチェック弁、電磁リリーフ弁などの種々の弁は、不感帯のような強い非線形を含んでいる。これらの断片線形系をモデル化するとき、本解析法では非線形ばね要素および非線形減衰要素を用いる。これらの要素は変位と荷重の関係および速度と荷重の関係が図 4.3.3 に示すように複数の折れ点で表現される。変位-荷重曲線の折れ曲がり点において、ばね定数が急激に変化するとき、ばね定数 k_m で計算した結果の変位が、 a_{m-1} , a_m の範囲から外れると計算精度が悪くなる。そこで、計算精度を良くするために、ばね定数が変化するとき、 a_{m-1} , a_m に変化点があるように積分の時間刻みを自動的に調整している。

図 4.3.4 に時間刻みの予想方法の概念図を示す。これに従って、変位に対する断片線形要素である非線形ばね要素について説明する。

$n+1$ ステップにおいてある断片線形要素が折れ曲がり点を通じた場合、 n ステップの状態に戻り、そのときの状態量 (u_n : 変位, \dot{u}_n : 速度, \ddot{u}_n : 加速度, $\ddot{\dot{u}}_n$: 加々速度) から次式を用いて折れ曲がり点 u_p を予測し、折れ曲がり点の手前に設けた許容範囲に入るように時間刻みを調整する。

$$u_p = u_n + \Delta t \dot{u}_n + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{u}_n + \frac{\Delta t^3}{4} \ddot{\dot{u}}_n \quad (4.3.1)$$

この手法により、線形範囲は通常的时间刻みで解析を行い、折れ曲がり点近傍のみ時間刻みを予測しながら進むので非常に効率的に解析を行うことができる。許容値に入った後は、ばね定数が変化することにより生じる力を補正する。ただし、予測した時間刻みが小さくなり過ぎると、Newmark- β 法の係数(たとえば、 $(\Delta t)^2$)が小さくなり、計算誤差が生じやすくなる。そこで、時間刻みが初期の時間刻みの 10^{-4} 倍以下にはならないように下限値を設ける。また、予測のやり直しがある回数以上繰り返さないように、回数制限(30回)を設けている。時間刻みが下限値に達する場合や予測回数が最大値に達する場合にも力の補正を行い、次ステップに進むアルゴリズムとする。

ひとつの系に複数個の非線形ばね要素がある場合は、それぞれの要素について求めた時間刻みのうち、最小値を用いる。また、収束計算内では、非線形ばね要素のばね定数を変化させないことにより Newton-Raphson 法の適用を可能とした。

本手法は、他の断片線形要素（非線形減衰要素やヒステリシス要素）についても同様の扱いを行い、解析モデルの中で、これらが共存する場合には最小値を用いる。

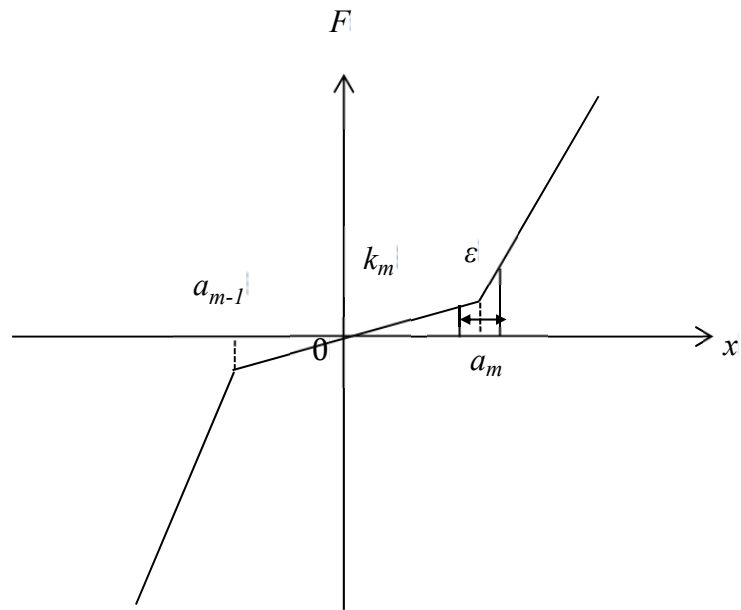


図 4.3.3 非線形ばね要素

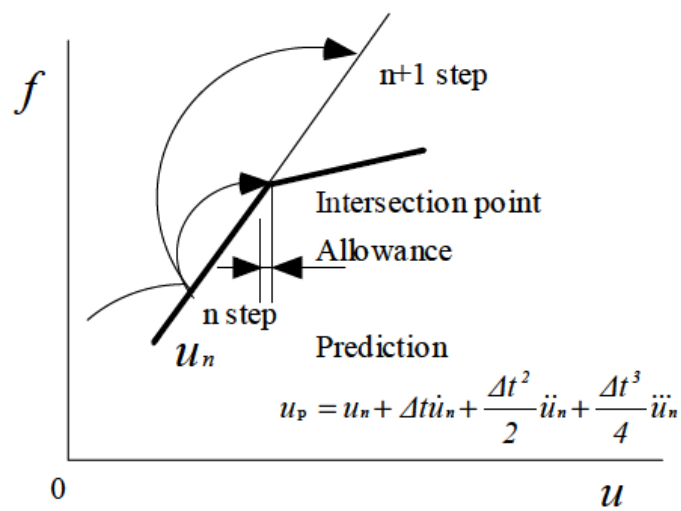


図 4.3.4 時間刻みの予測方法

4.3.3 付加質量法による数値積分の特性改善に関する研究⁽⁴⁹⁾

チェック弁やコントロール弁のようなスティフな断片線形要素を含む系の時刻歴応答解析法において、数値積分の特性を改善する方法として時間刻みに対応した質量を付加する方法を提案する。付加質量の大きさは、清水ら⁽⁵²⁾が提案した数値積分に関連する固有値のひずみに着目した手法を用いることによって、数値積分の特性を改善し、かつ応答性に影響を与えないように定めることができる。本手法は、時間刻みが大きくても断片線形要素の折れ曲がり点の通過を容易にし、応答性能に影響を与えず、かつタフに解析することを可能にする。

まず、高減衰断片線形要素を含む油圧系のモデル化と挙動について示す。図 4.3.5(a)に示す油圧系に高減衰断片線形要素としてチェック弁が取り付けられているモデルを考える。作動油の質量および圧縮性を考慮すると、図 4.3.5(b)に示す 3 自由度のばね-質量系のモデルに置き換えることができる。チェック弁の流量特性は、正方向の流量に対してはある圧力損失が存在し、負の方向の流量に対しては流れないという特性である。これを断片線形系としてモデル化したものを図 4.3.6 に示す。この系に、図 4.3.7(a)に示すような圧力 p_1 , p_2 をそれぞれ左端と右端に作用させたときの解析を行う。時間刻みは、実固有値解析から決まる最高次の固有周期(0.037s)の 1/20 以下である 0.001s とした。このときの加速度 \ddot{x} を図 4.3.7(b) に示す。これらの結果より、 \ddot{x} は時間 3~7s において、時間刻みごとに変動していることがわかる。この \ddot{x} を用いて折れ曲がり点を予測するため、十分小さな時間刻みにする必要がある、その結果、解析時間も増加する。そこで、時間刻みを大きくしても精度良く折れ曲がり点を予測できる手法として、減衰係数と時間刻みに比例した質量を付ける手法（付加質量法）の検討を行う。

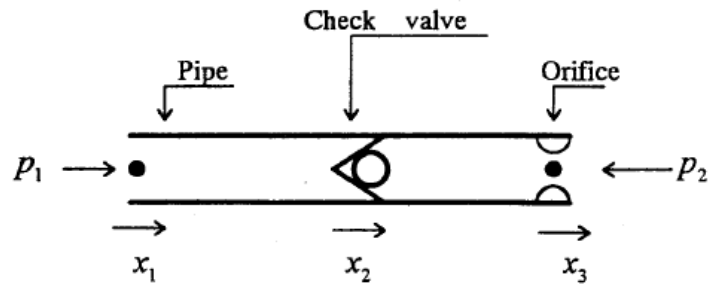
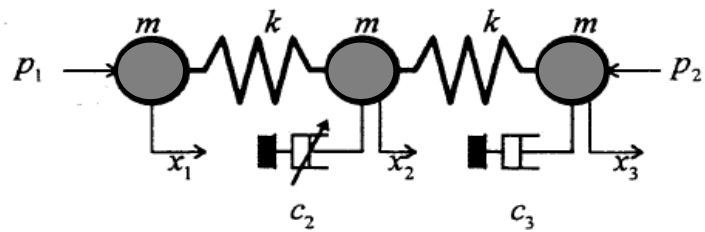


図 4.3.5(a) 油圧系解析モデル



$$m = 0.01 \text{ kg/m}^4, \quad c_3 = 0.5 \text{ Pas/m}^3$$

$$k = 100. \text{ Pa/m}^3, \quad \tau = 0.001 \text{ s}$$

図 4.3.5(b) ばね-質点系モデル

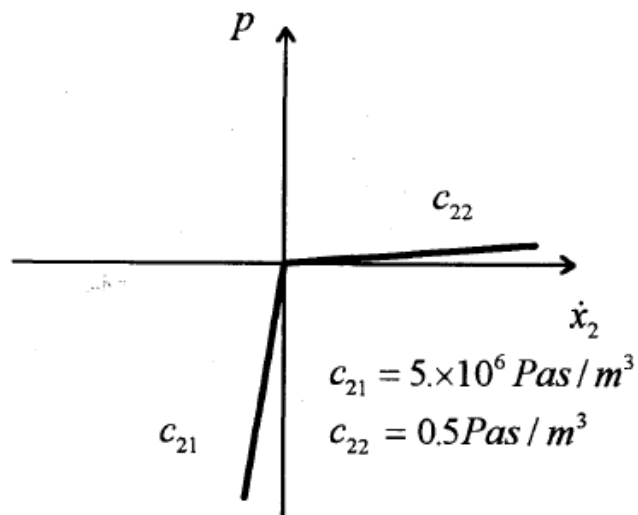


図 4.3.6 チェック弁の流量特性

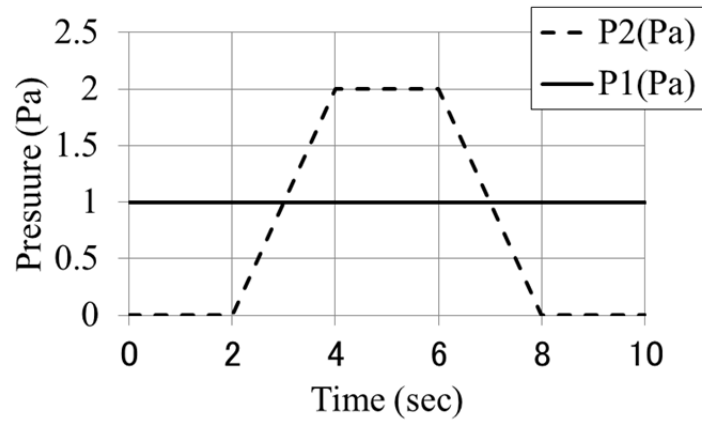


図 4.3.7(a) 作用する圧力

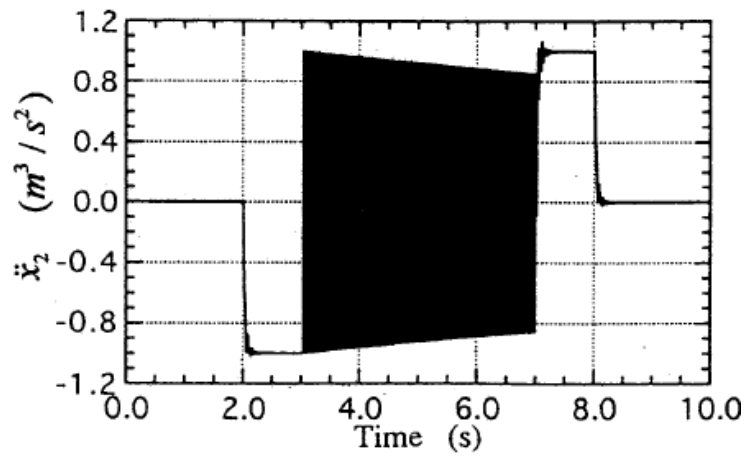


図 4.3.7(b) チェック弁の加速度

付加質量法による高減衰断片線形系の数値積分における特性改善効果を評価するために、清水ら⁽⁵²⁾が提案した数値積分に関する固有値のひずみに着目した手法を用いて、その性質を検討する。ここでは、簡単化のために、1自由度の減衰質点系モデルを考える。この系の運動方程式は、外力項を無視すると次式のようなになる。

$$m\ddot{x}+c\dot{x}=0 \quad (4.3.2)$$

ここで、 $x=Xe^{-\alpha_0 t}$ とおき、整理すると、1次の固有振動数 $\alpha_0=c/m$ が得られる。この系に対するNewmark- β 法($\beta=1/4$)の特性方程式 $z=e^{-\alpha\tau}$ は、差分方程式を z 変換することによって、次式のように与えられる。

$$\left(1+\frac{\alpha_0\tau}{2}\right)z^2-2z+\left(1-\frac{\alpha_0\tau}{2}\right)=0 \quad (4.3.3)$$

ここで、 τ は時間刻みである。

(4.3.3)式を z に関して解き、さらに対数変換すると次式が得られる。

$$\alpha\tau = -\ln \left| \frac{1 - \frac{\alpha_0\tau}{2}}{1 + \frac{\alpha_0\tau}{2}} \right| \quad (4.3.4)$$

上式は、系の固有値と時間刻みの積 $\alpha_0\tau$ がNewmark- β 法によって $\alpha\tau$ にひずまされることを示す。 $\alpha_0\tau$ と $\alpha\tau$ の関係を図4.3.8に示す。図4.3.5に示す油圧系では、質点2における $\alpha_0\tau (= \frac{c_2\tau}{m_2})$ はチェック弁の減衰係数 c_{22}, c_{21} に応じて 10^2 から 10^5 のオーダーまで変化していることがわかる。 $\alpha_0\tau = 10^2$ では $\alpha\tau/\alpha_0\tau \cong 1$ となり、固有値のひずみはないが、 $\alpha_0\tau = 10^5$ では $\alpha\tau/\alpha_0\tau \cong 0$ となり、固有値が大きくひずまされていることがわかる。

以上より、高剛性断片線形要素に対しては、時間刻みを小さくすることなく、付加質量 Δm を与えることによって $\alpha_0\tau$ を小さくし、数値積分の特性を改善することができることがわかった。しかし、あまり大きな Δm を与えると、応答性が悪化し、解析結果に悪影響を与える可能性がある。そこで、1自由度の減衰質点系モデルを用いて、 $\alpha_0\tau$ を変化させたときのステップ応答特性を検討する。

図 4.3.9 に、 $\alpha_0=c/m$ を一定にし、 τ を変化させたときの解析結果の比較を示す。この場合、流量に対する時定数 T は $T=m/c=0.1s$ となるが、時間遅れは $\alpha_0\tau=1.0$ までは大きくないことがわかる。しかも、この時の時定数は $T=1/\alpha_0=\tau$ となっていることがわかる。通常、時間刻み τ の選定に際しては、解析したい挙動を十分表現できる程度に小さくしており、 $\alpha_0\tau=1.0$ となるように付加質量 Δm を決めても応答性には影響を与えないことがわかる。以上の検討結果から、高減衰断片線形要素に対しては、 $\alpha_0\tau=1.0$ すなわち $\Delta m=c\tau$ となるように付加質量を与えることによって、応答性に影響を与えず、しかも流量 \dot{x} および加速度 \ddot{x} の精度が向上し、折れ曲がり点の予測を容易にすることができる。

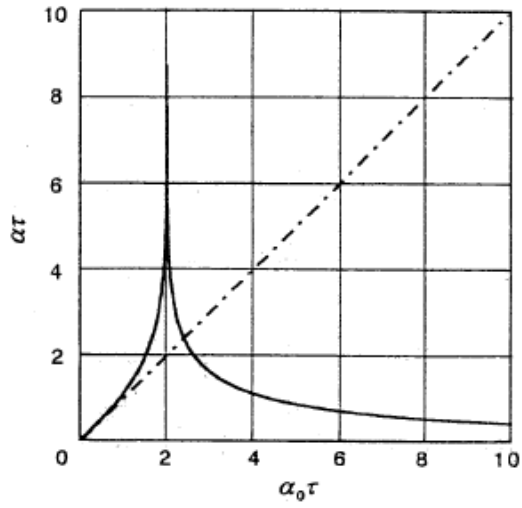


図 4.3.8 固有振動数のひずみ (Newmark- β 法 $\beta=1/4$)

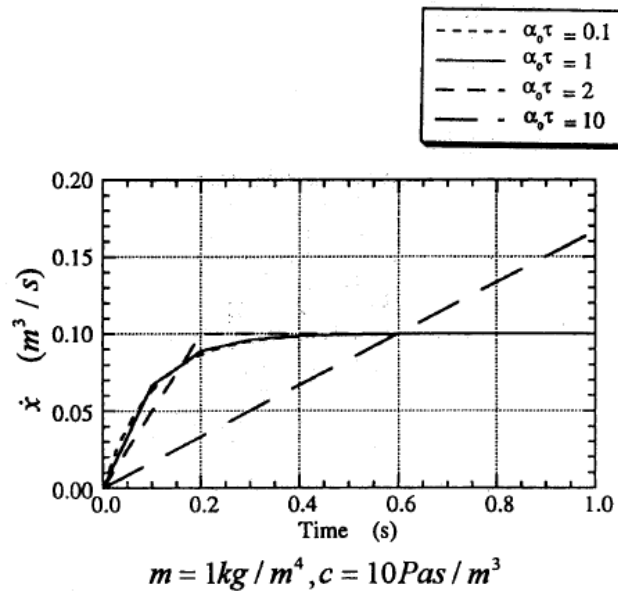


図 4.3.9 τ を変化させたときの解析結果

次に、高剛性断片線形要素を含む油圧系におけるモデル化とその挙動について示す。図 4.3.10 に示す高剛性断片線形要素としてコントロール弁モデルを考える。コントロール弁のスプール部にはばねが取付けられており、さらにストローク制限のためストップが設けられている。この時のコントロール弁スプール部のばね特性を断片線形系としてモデル化したものを図 4.3.11 に示す。この場合、ストップのモデル化は、ばね定数 k_1 を原点付近のスプール部ばね定数 k_2 より十分大きな値 (10^6 倍) として、モデル化している。また、スプール部には線形な減衰が作用しているものとし、減衰比を原点付近では 0.1、ストップ部では 1.0 とした。

この系に図 4.3.12(a) に示すようなパイロット力 f が作用したときの応答を解析する。時間刻み τ は、原点付近のばね定数によって決まる固有周期 (0.063 s) の 1/20 以下である 0.001s とした。このときのスプール部変位 x と加速度 \ddot{x} を図 4.3.12(b), (c) に示す。これらの結果から、 \ddot{x} が時間 0.3~0.7s において、加速度波形が時間刻み毎に大きく振動していることがわかる。これは、時間 0~0.3s ではスプール部のばね定数は k_2 であるが、時間 0.3~0.7s では k_1 となるためと考えられる。したがって、 \dot{x} , \ddot{x} を用いて折れ曲がり点を予測するためには、十分小さな時間刻みにする必要があり、解析時間も増加する。そこで、時間刻みを大きくしても精度よく折れ曲がり点を予測できる手法として、ばね定数と時間刻みの自乗に比例した質量を付加する手法 (付加質量法) の検討を行う。

付加質量法による高剛性断片線形系の数値積分における特性改善効果を評価するために、高減衰断片線形系と同様の手法を用いて検討する。ここでは簡単化のために、1 自由度のばね-減衰-質点系モデルを考える。この系の運動方程式は、外力項を無視すると次式のようになる。

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0 \quad (4.3.5)$$

ここで、 $u = Xe^{\lambda_0 t}$ とおき整理すると、2 次系の固有値 λ_0 が得られる。

$$\lambda_0 = \alpha_0 \pm i\beta_0 = -\zeta_0\omega_0 \pm i\omega_0\sqrt{1-\zeta_0^2} \quad (4.3.6)$$

ここで、 $\zeta_0 = c/2\sqrt{mk}$, $\omega_0 = \sqrt{k/m}$, $i = \sqrt{-1}$ である。一方、この系に対する Newmark- β ($\beta=1/4$)法の特性方程式 $z = e^{\lambda\tau}$ は、差分方程式を z 変換することによって、次式のよ
うに与えられる⁽⁵²⁾。

$$\left(1 + \zeta_0 \omega_0 \tau + \frac{\omega_0^2 \tau^2}{4}\right) z^2 - \left(2 - \frac{\omega_0^2 \tau^2}{2}\right) z + \left(1 - \zeta_0 \omega_0 \tau + \frac{\omega_0^2 \tau^2}{4}\right) = 0 \quad (4.3.7)$$

ここで、 τ は時刻みである。上式を z に関して解き、さらに対数変換すると次式が得られる。

$$\lambda\tau = \alpha\tau \pm i\beta\tau \quad (4.3.8)$$

$$\alpha\tau = \ln \left| \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_0^2 \tau^2}{4}\right)^2 + \omega_0^2 \tau^2 (1 - \zeta_0^2)}}{1 + \zeta_0 \omega_0 \tau + \frac{\omega_0^2 \tau^2}{4}} \right| \quad (4.3.9)$$

$$\beta\tau = \tan^{-1} \left(\frac{\omega_0 \tau \sqrt{1 - \zeta_0^2}}{1 - \frac{\omega_0^2 \tau^2}{4}} \right) \quad (4.3.10)$$

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2}} \quad (4.3.11)$$

上式は系の固有値と時刻みの積 $\lambda_0\tau = \alpha_0\tau \pm i\beta_0\tau$ が、Newmark- β 法によって $\lambda\tau = \alpha\tau \pm i\beta\tau$ にひずまされることを示す。 $\lambda_0\tau$ と $\lambda\tau$ の関係を図 4.3.13 に示す。厳密積分計算の特性は、 $\omega_0\tau =$ 一定の点が原点 O を中心とした円周から遠ざかるにつれ $\omega_0\tau$ は大きくなり、また、 $\omega_0\tau =$ 一定の半径上であっても虚軸からの角度が大きくなるにつれ、減衰率が大きくなる。数値積分の特性根はこのような円周や直線上に乗らない部分がひずみとして生じる。図 4.3.14 は ζ が ζ_0 と比較してどのようにひずんでいるか

を示している。この図より、数値積分の特性として、Newmark- β 法では減衰率が常に小さくなることがわかる。図 4.3.10 に示す油圧系では、 $\omega_0\tau$ はコントロール弁のばね定数 k_2 、 k_1 によって 10^{-1} から 10^2 のオーダーまで変化していることがわかる。 $\omega_0\tau = 10^{-1}$ では $\alpha\tau/\alpha_0\tau \cong 1$ 、 $\beta\tau/\beta_0\tau \cong 1$ となるが、 $\omega_0\tau = 10^2$ では $\alpha\tau/\alpha_0\tau \cong 0$ 、 $\beta\tau \cong \pi$ となり、固有値が大きくひずまされていることがわかる。したがって、高剛性断片線形要素に対しては、時間刻みを小さくすることなく、付加質量 Δm を与えることによって、 $\omega_0\tau$ を小さくし、数値積分の特性を改善することができそうである。しかし、あまり大きな Δm を与えると、応答性が悪化し解析結果に悪影響を与える可能性がある。そこで、1 自由度のばね-減衰-質点系モデルを用いて、 $\omega_0\tau$ を変化させたときのステップ応答特性を検討する。なお、減衰比は $\zeta_0 = 1$ とした。

τ を変化させることによって $\omega_0\tau$ を変化させたときの解析結果を図 4.3.15 に示す。時間遅れは $\omega_0\tau = 1$ まで大きくないことがわかる。しかも、この時の固有周期は $T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\tau$ となっていることがわかる。通常、時間刻み τ の選定に際しては、解析したい挙動を十分表現できる程度に小さくしており、 $\omega_0\tau = 1$ となるように m を決めても応答性に影響を与えないことがわかる。

さらに、 $\omega_0\tau = 1$ のときの ζ_0 と ζ の関係は図 4.3.14 に示すように、ほぼ直線的に変化しており、減衰率のひずみはほとんど発生していないことがわかる。

以上の検討結果より、高剛性断片線形要素に対しては、 $\omega_0\tau = 1$ すなわち $\Delta m = k\tau^2$ となるように付加質量を与えることによって、応答性に影響を与えず、しかも変位 x および加速度 \ddot{x} の精度が向上することによって、折れ曲がり点の予測を容易にすることができる。

以上の理論の検証として、第 7 章に、Bisection 法を用いた時間刻み調整法、断片線形系の時間刻み予測方法、断片線形要素に対して付加質量法を簡易モデルに適用し、効果を確認する。

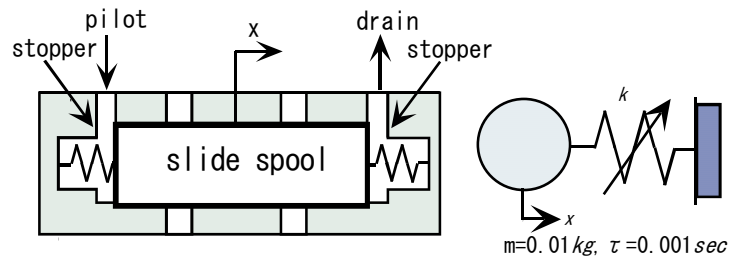


図 4.3.10 コントロール弁モデル

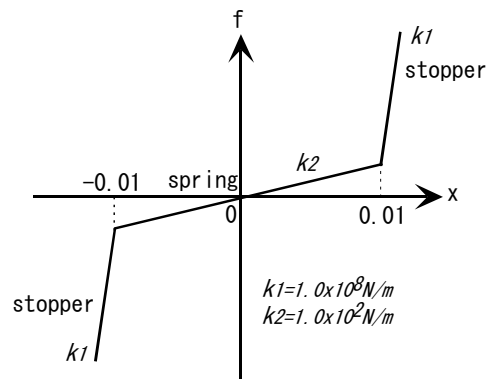
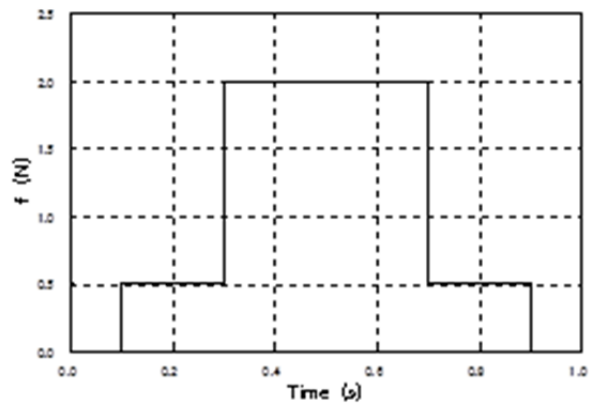
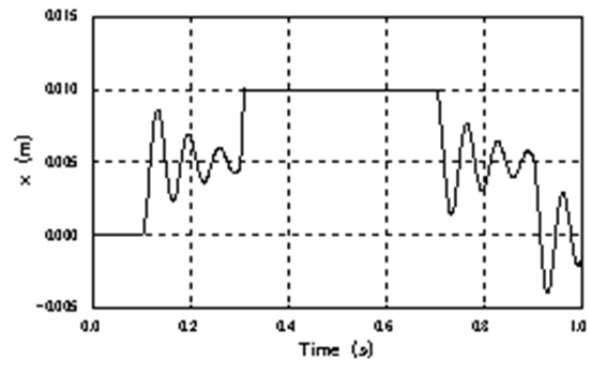


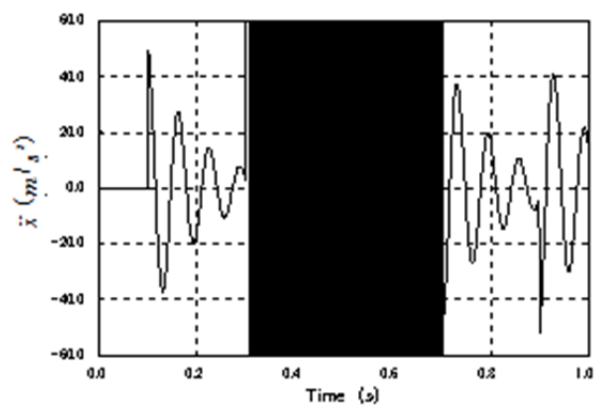
図 4.3.11 コントロールバルブの非線形特性



(a) パイロット圧



(b) スプール部変位



(c) スプール部加速度

図 4.3.12 解析結果

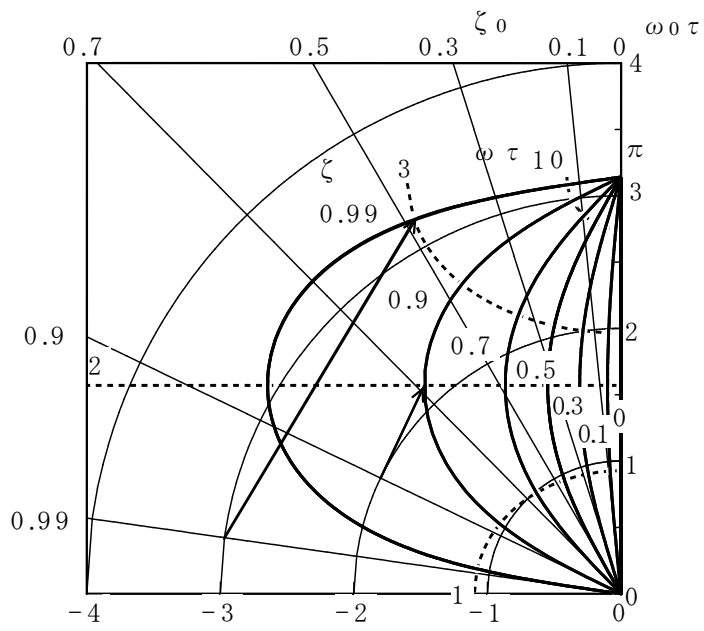


図 4.3.13 固有振動数のひずみ $\lambda_0\tau$ vs. $\lambda\tau$

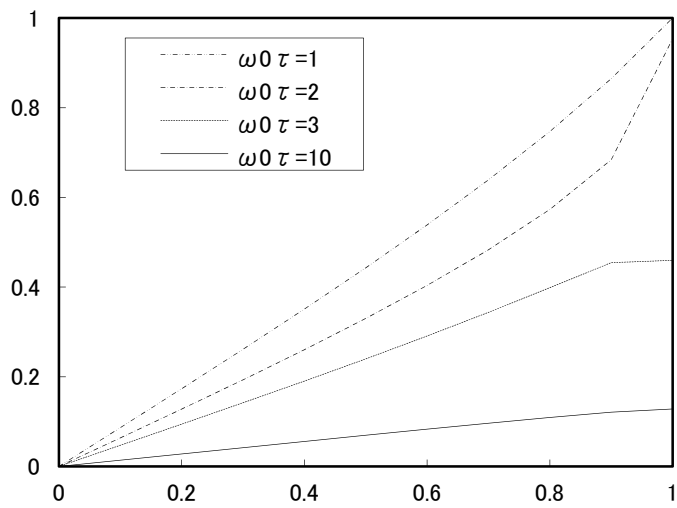


図 4.3.14 ダンピングのひずみ ζ_0 vs. ζ

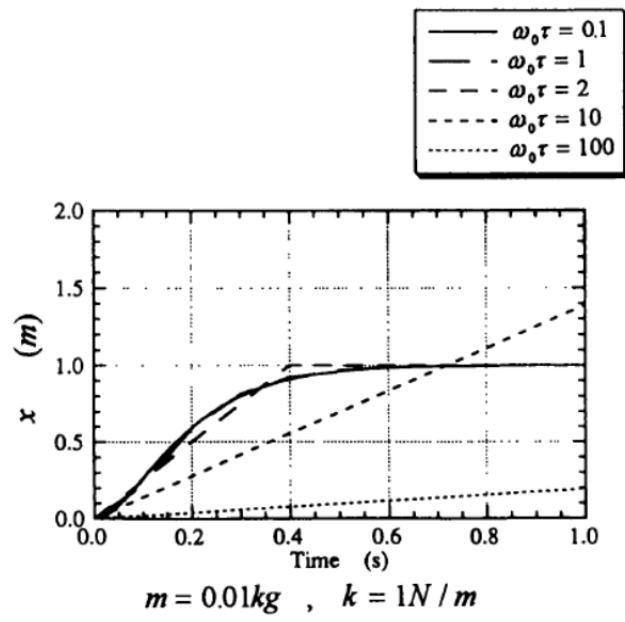


図 4.3.15 時間刻みを変化させたときのステップ応答の変化

第5章 多関節ロボットの過渡振動シミュレーション⁽⁴¹⁾

5.1 解析モデル

2章で示したモータ機能付はり要素と制御系をモデル化するための伝達関数要素を用いた事例を示す。

図 5.1 に示す多関節ロボットの動的シミュレーションを行う。図 5.1 で 1~6 の数字は節点番号、①~③ははり要素の要素番号を表し、表 5.1 は各節点の座標と自由度番号を示す。また、 S_1 ~ S_3 はモータを表し、 S_1 は旋回用、 S_2, S_3 はそれぞれはり要素②-③間、①-②間の相対回転用のモータとする。節点 2~5 の回転の座標系はモータの制御回転軸を X 軸とする局所座標系であり、節点 6 は旋回方向の回転軸の自由度のみを持つ。表 5.2 は弾性係数、断面積などのはり要素の諸元を、表 5.3 は慣性モーメント、減速比などのモータ要素の諸元を、図 5.2 は制御のブロック線図をそれぞれ示す。図 5.2 の θ , E, F, I, V, T を変数に選び、各変数間を伝達関数で表し、伝達関数要素を組み合わせる制御系のモデル化を行う。各モータの指令回転角は、変化していく先端の座標(表 5.4)、先端の速度、加速度よりあらかじめ計算しておき、その値を図 5.2 の信号を表す自由度の外力項に目標信号として与える。

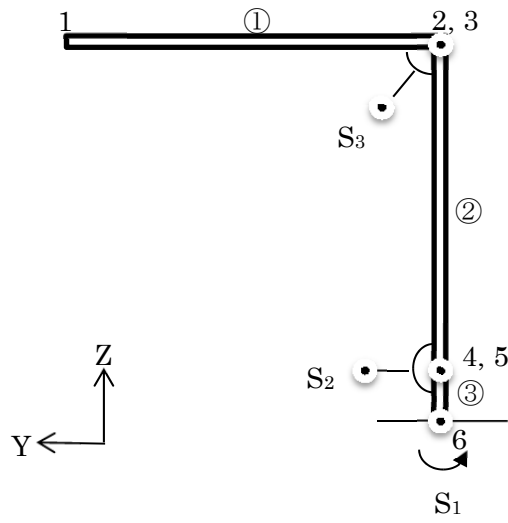


図5.1 ロボットの数学モデル

表 5.1 各節点の座標と自由度番号

Node No.	Coordinate (mm)			Freedom Number					
	X	Y	Z	X	Y	Z	θ_x	θ_y	θ_z
1	0	1200	1000	1	2	3	4	5	6
2	0	0	1000	7	8	9	10	11	12
3	0	0	1000	7	8	9	13	11	12
4	0	0	0				14	15	16
5	0	0	0				17	15	16
6	0	0	-100						18

表5.2 はり要素諸元

Element No.	Young Modulus E (Pa)	Mass Density ρ (kg/mm ³)	Weight of Arm (kg)	Moment of Inertia Ix, Iy (mm ⁴)	Moment of Inertia Iz (mm ⁴)
①	2.1×10^9	7.85×10^{-6}	20.0	1.0×10^8	2.0×10^8
②	2.1×10^9	7.85×10^{-6}	50.0	1.0×10^8	2.0×10^8
③	2.1×10^9	7.85×10^{-6}	-	1.0×10^8	2.0×10^8

表5.3 モータ諸元

Parameters	S_1	S_2	S_3
Inertia of Motor ($kg \cdot mm^2$)	5.0×10^2	10.0×10^2	3.0×10^2
Viscous Damping of Motor ($kg \cdot mm^2 / s$)	10.0×10^2	10.0×10^2	5.0×10^2
Torsional Stiffness of Reduction Gear ($N \cdot mm / rad$)	2.0×10^9	2.0×10^9	2.0×10^9
Reduction Ratio	170.0	170.0	100.0

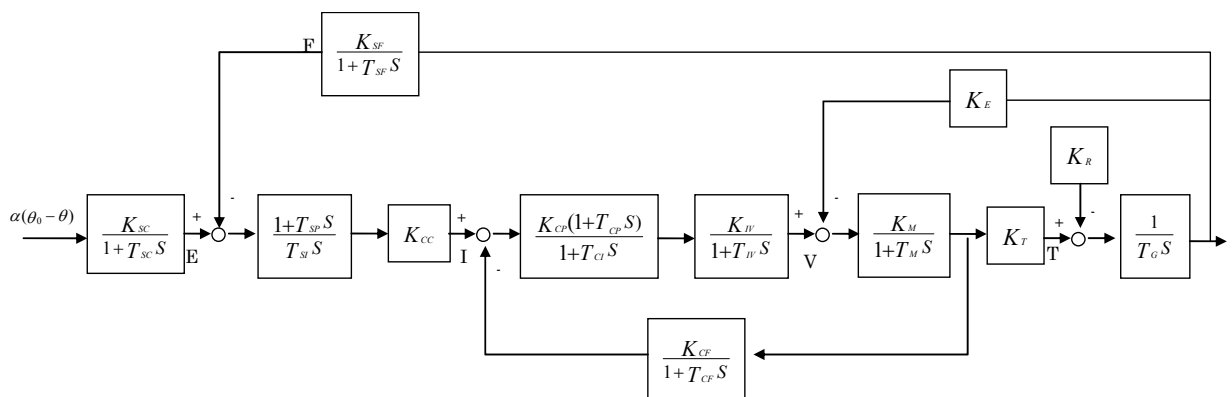


図 5.2 ブロック線図

5.2 解析結果

表 5.4 の $A \Rightarrow B \Rightarrow C \Rightarrow D \Rightarrow E$ の順にアーム先端を動かしたときの計算結果を図 5.3、5.4 および 5.5 に示す。このとき、シミュレーションの積分の時間刻みを 0.001s とする。図 5.3 は 3 次元挙動を、図 5.4 は機構系の解析軌跡と目標軌跡の比較を示し、図 5.5 は先端の節点座標と目標座標の時刻歴応答を示している。図 5.4、図 5.5 より、アーム先端の解析軌跡は目標軌跡に良く一致し、図 5.2 に示した制御系が十分な精度・機能を有していると言える。

次に、機構部の剛性が先端軌跡に及ぼす影響について示す。はりの剛性および減速機の軸剛性をパラメータにとり、アーム先端の軌跡精度に及ぼす影響をシミュレーションで検討する。表 5.5 および表 5.6 に示すように、はり剛性と減速機軸剛性を小さくした場合の解析軌跡と目標軌跡の比較を図 5.6 に示す。解析軌跡は目標軌跡に追従せず、リンク系を剛体とみなした制御方法では十分な軌跡精度が得られないことがわかった。

表 5.4 軌跡座標

	Coordinate (mm)		
	X	Y	Z
A	0	1500	1200
B	700	1500	1200
C	700	1500	-300
D	0	1500	-300
E	0	1500	1200

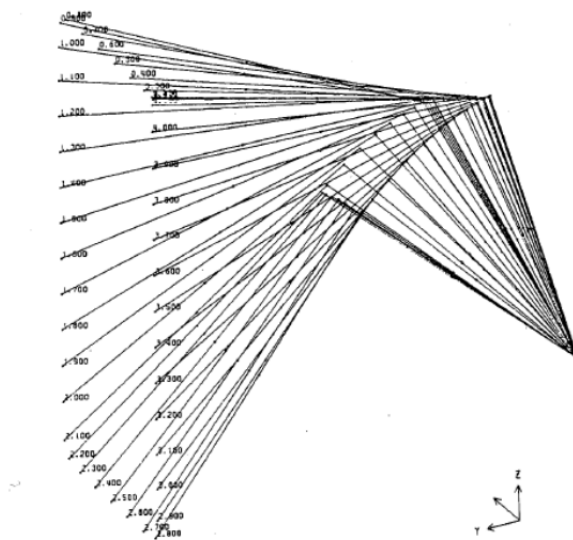


図 5.3 多関節ロボット解析結果の3次元挙動

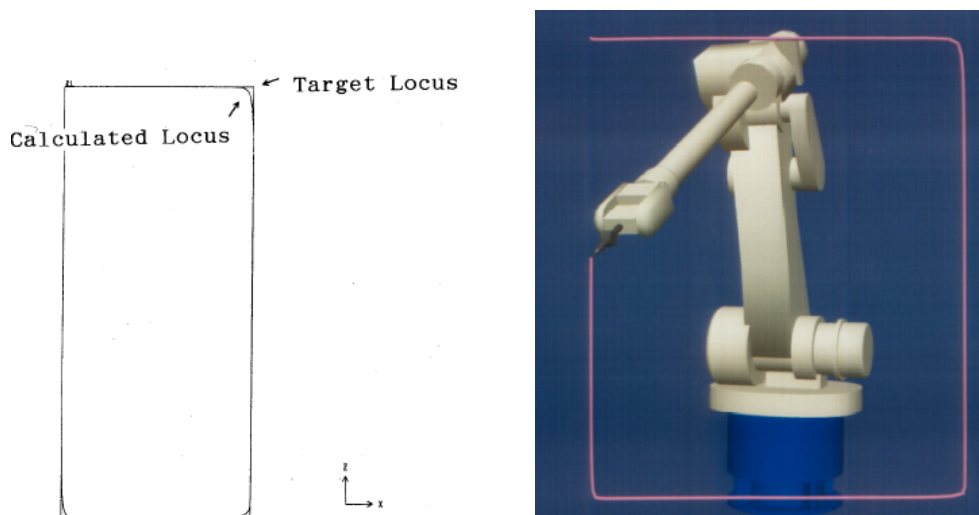


図 5.4 軌跡の比較（目標座標と解析結果）

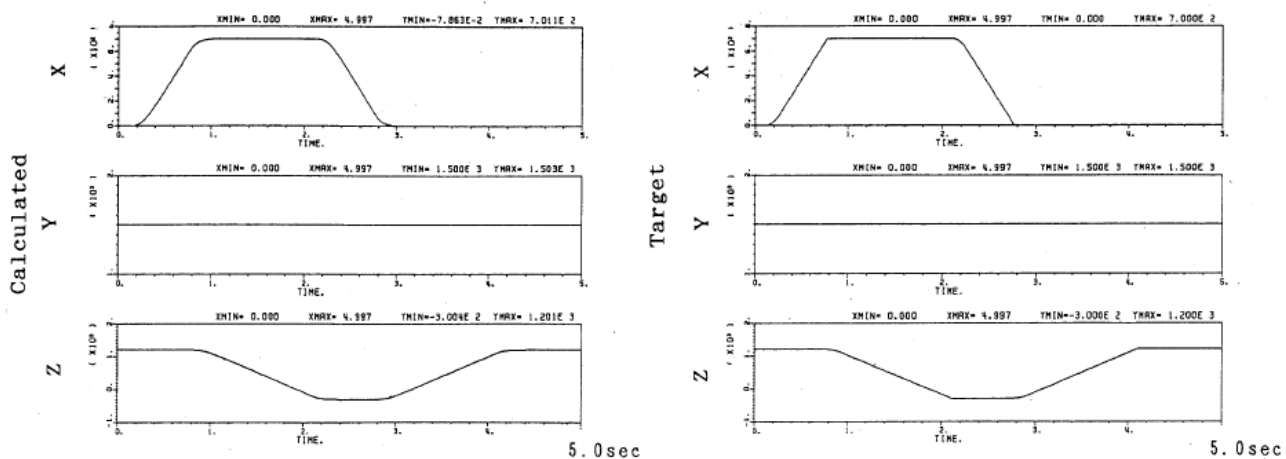


図 5.5 時刻歴応答解析結果（解析と目標）

表 5.5 はり要素諸元

Element No.	Moment of Inertia	
	I_x, I_y (mm^4)	I_z (mm^4)
①	1.0×10^5	2.0×10^5
②	1.0×10^5	2.0×10^5
③	1.0×10^5	2.0×10^5

表5.6 モータ諸元

Parameters	S_1	S_2	S_3
Torsional Stiffness of Reduction Gear ($N \cdot mm / rad$)	3.5×10^7	3.5×10^7	0.7×10^7

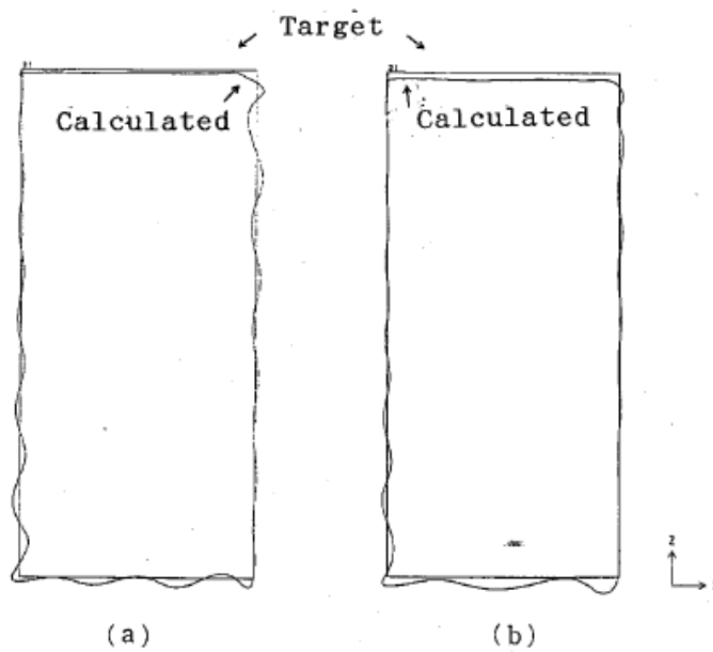


図 5.6 アーム先端の軌跡 (目標座標と解析結果)

5.3 結言

本研究では、リンク部にモータを持つ柔軟な多関節ロボットの動的シミュレーションに関する研究として、モータとはりを結合させるための理論を確立し、実機への応用に塗装ロボットの解析を行い、以下のような結果を得た。

- (1) 時々刻々変化していく局所座標系の特定の回転軸まわりのみ相対回転を生じるモータ機能付はり要素および伝達関数要素を開発し、多関節ロボットの解析を行い、目的通りの機能を有することを確認した。
- (2) はり剛性や減速機の軸剛性が十分ある場合、シミュレーションで得られた軌跡は与えられた目標軌跡と良く一致し、リンクを剛体とみなした制御方法が十分な性能をもっていることがわかった。
- (3) はり剛性、減速機の軸剛性を変数にとってシミュレーションを行い、これらの剛性が小さくなってくると、リンク系を剛体とみなした制御方法では十分な軌跡精度が得られないことを示した。

以上より、本手法が実機の開発および設計段階で十分活用できることがわかった。

第6章 長さ可変トラスのモデリングの妥当性検証

この章では、まず、可変長トラス要素の精度検証のためにクレーンの吊り荷巻き上げシミュレーションを行う⁽⁴⁴⁾。次に、可変長トラス要素と非線形ばね要素を組み合わせ、クレーンのワイヤロープがドラムに巻き取られる挙動を解析した事例について示す^{(45), (48)}。

6.1 解析結果（クレーンの吊り荷巻き上げシミュレーション）

図 6.1 は解析対象となるクレーンを示す。このクレーンの吊り荷が大きく振れながら持ち上がっていく様子を解析する。節点 1 は吊り荷の重心位置、節点 2 はトップシーブの位置、節点 5 は旋回中心、 S_1 および S_2 は滑車の回転変位を示す。ブーム長は 11.6m、初期のブーム角度は 1.0rad、吊り荷重量は 500.0kg とする。ブームは大変位はり要素で、ケーブルは可変長トラス要素でモデル化を行う。

吊り荷を吊った状態で、吊り荷部の初期変位振幅が約 1.25m になるように吊り荷の y 軸方向に初速度を与える。次に、最大振幅になったとき約 30 秒かけて吊り荷を約 5.0m 巻き上げる。このときの吊り荷の挙動の実測結果および解析結果を図 6.2 に示す。両者は良く一致していることがわかる。図 6.3 は吊り荷の変位、速度およびロープの振れ角の時刻歴応答結果の比較を示す。こちらについても、実験と解析は一致しており、可変長トラス要素は実際の現象を捉えていると言える。

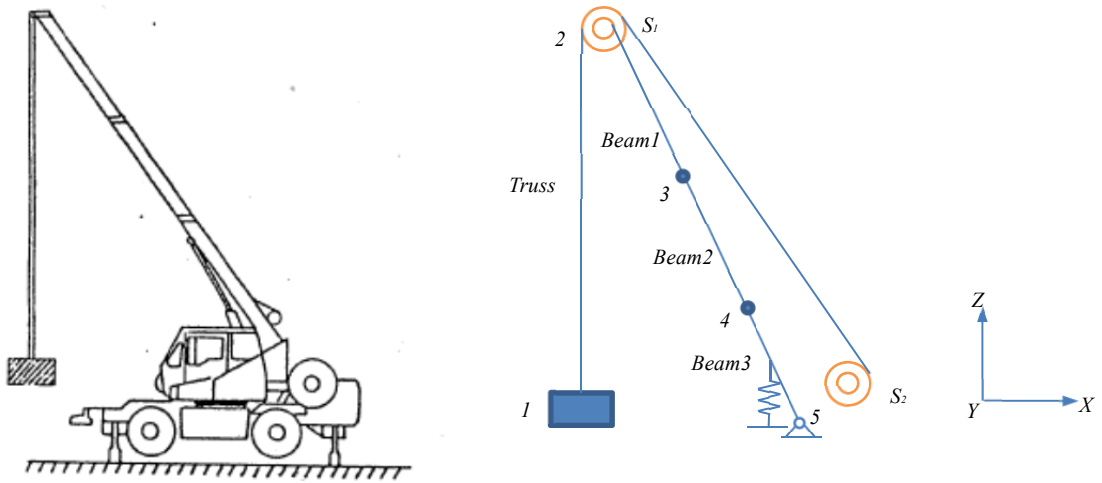


図 6.1 クレーンの数学モデル



(a)実測結果



(b)解析結果

図 6.2 実測結果と解析結果の挙動の比較

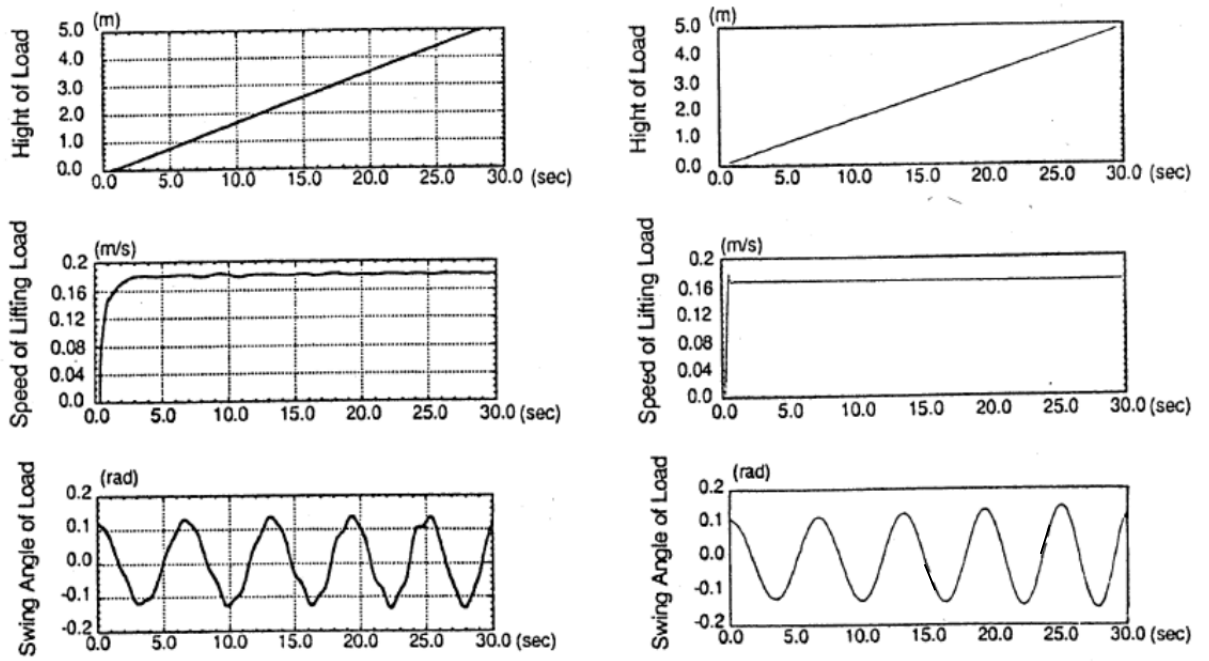


図 6.3 実測結果と解析結果の時刻歴応答の比較

6.2 解析結果（クレーンのワイヤロープ巻取シミュレーション）

図6.4に示すクレーンの吊り荷を巻き上げるウインチ作業において、巻き上げ中に急な作業によりウインチを停止させると、ワイヤロープは慣性力によって急に停止せず、図6.5に示すように乱巻が発生する。そこで、設計段階でウインチ巻取時の動的挙動を把握し、緩停止のための油圧制御方法を、数値解析を用いて検討することが重要である。ロープのモデル化に可変長トラス要素を用い、ロープとウインチドラムの接触は断片線形系の非線形ばね要素を用いてモデル化する。ウインチを駆動させている油圧系についても2章で示した油圧要素を用いてモデル化を行った。

図 6.6 に示すようにトラス要素の各節点とドラム中心間に可変長トラス要素を取付ける。滑車が自由に動けるようにしておくと、可変長トラス要素は自由に伸縮できる。ドラムが反時計方向に回転するとロープはドラムに巻取られ、節点 A は点 B に到達する。その状態から可変長トラスが短くならないように、滑車部の変位 s に対して図 6.6 の右図に示すような接触ばねを取付ける。可変長トラス要素が $l_d=l_0-r$ より短くなった状態、すなわちロープがドラムと接触した状態では大きなばね反力が生じる特性をもつ。点 D のようにドラムが急停止するとロープに緩みが生じるが、その場合にはロープはドラムから離れる方向に運動するため、接触ばねには反力が発生せず、接触ばねはロープの運動に影響を与えることはない。

ウインチドラムは図 6.7 に示す油圧系で制御されており、配管、バルブなどは有限要素法ベースの要素としてモデル化する。

ドラムを急停止（0.04 秒で停止）させたときのワイヤロープの挙動を図 6.8 に示す。ロープが大きくドラムから離れていることがわかる。対策として、ウインチを駆動する油圧モータ出口部に低圧のリリーフ弁とチョーク絞りを取付け、急には停止しないように制御すると、図 6.9 に示すようにワイヤロープはドラムから飛び出すことなく巻き取ることができる。このように、本手法を用いれば、乱巻防止の油圧系を検討することができる。

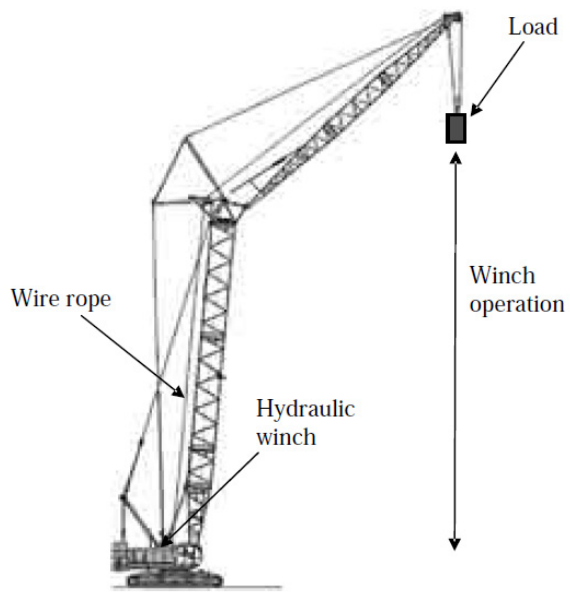


図6.4 ウインチ作業



図6.5 急停止時のロープの緩み

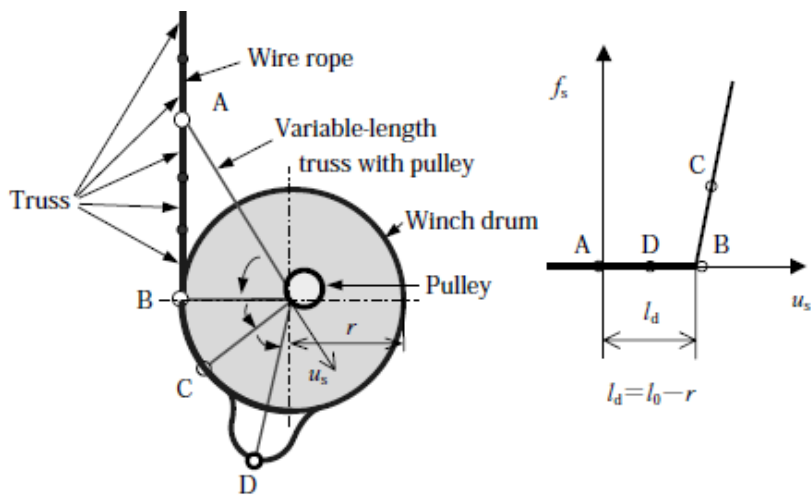


図 6.6 ウインチドラムのモデル化

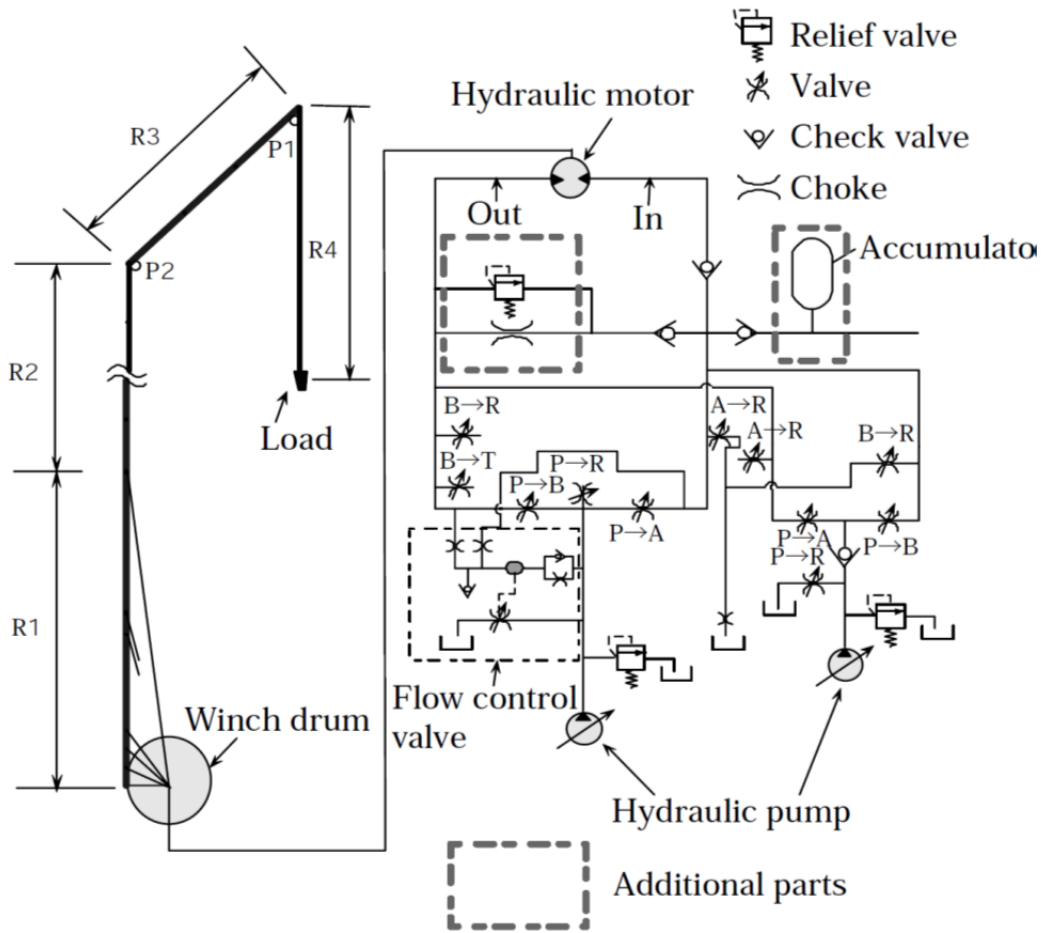


図 6.7 油圧モデル

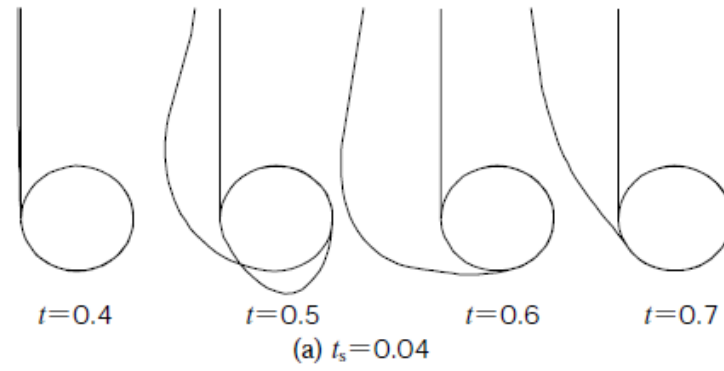


図 6.8 急停止 (0.04 秒) のときのワイヤーロープの挙動

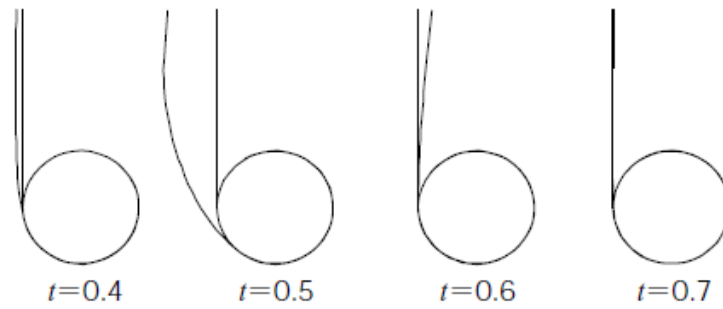


図 6.9 対策後のワイヤーロープの挙動

6.3 結言

本研究は、軸方向のみ剛性を持ち、剛体的な大変位と軸方向の弾性変形が生じ、しかも長さが可変となるクレーンのロープなどをモデル化するために可変長トラスの理論を確立し、実機への応用としてクレーンのシミュレーションを行い、以下の結論を得た。

- (1) 可変長トラス要素をクレーンの吊り荷持ち上げシミュレーション適用したところ、実験と解析は定性的に一致しており、可変長トラス要素は実際の現象を捉えていると言える。
- (2) 可変長トラス要素と非線形ばね要素を組み合わせることにより、ドラムとロープの接触をモデル化できることがわかった。
- (3) クレーンの油圧ウインチ巻き上げ停止時に発生するロープの動的挙動は、油圧システムの動特性によって大きく影響を受ける。
- (4) ウインチ緩停止システムの性能を評価できることを示し、本シミュレーションが油圧ウインチシステムのシステム設計に活用できることを示した。

第7章 高速化のためのモデル化および数値積分法の妥当性検証

この章では、4章で提案した連成した大規模モデルを効率的に解析するための手法、すなわち、Bisection法による時間刻み予測方法、折れ曲がり点の手前に設けた許容範囲に入るように時間刻みを調整する方法および付加質量法の妥当性を検証する。

7.1 Bisection法の検証

微係数がなめらかに変化する要素の計算時間短縮法のひとつであるBisection法の効果を基本的なモデルを用いて検証する。図7.1.1に解析で用いた振り子モデルを示す。

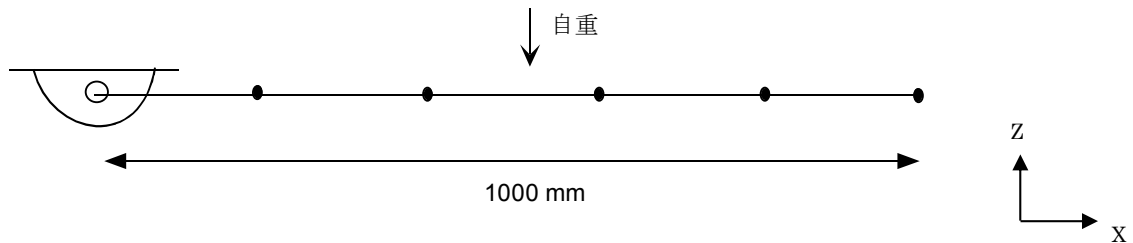


図 7.1.1 解析モデル

解析条件として、大変位はり要素を5分割し、 $E=2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ 、 $D=\phi 10\text{mm}$ とする。Z方向に自重を与えたときの挙動を解析する。

まず、固定時間刻み ($\Delta t=0.1$ 秒) で解析を行った。そのときの挙動を図7.1.2に、先端座標の時刻歴応答を図7.1.3に示す。図7.1.2を見ると、初期位置より上にあがっており、解析結果は妥当ではないことがわかる。図7.1.4に時間刻みと収束回数を示す。解析では、収束回数の最大数を30回と設定しており、この回数以内で収束半径内に入ると結果が妥当でないにも関わらず、収束したと判断する。これは、時間刻みが粗いために、正解で無い点に収束しているためと考えられる。そこで、収束計算を5回以上行っても収束しない場合は、時間刻みが粗いと判断し、時間刻みを1/2にするBisection法を適用する。

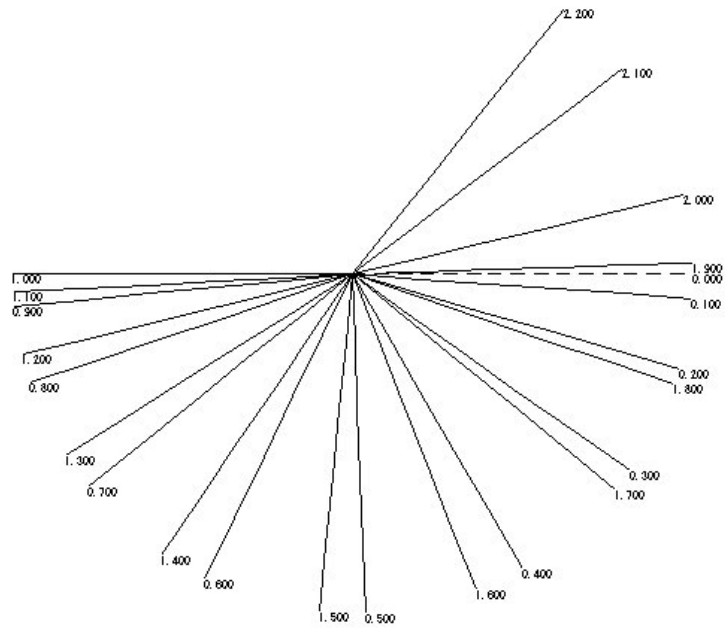


図 7.1.2 挙動図

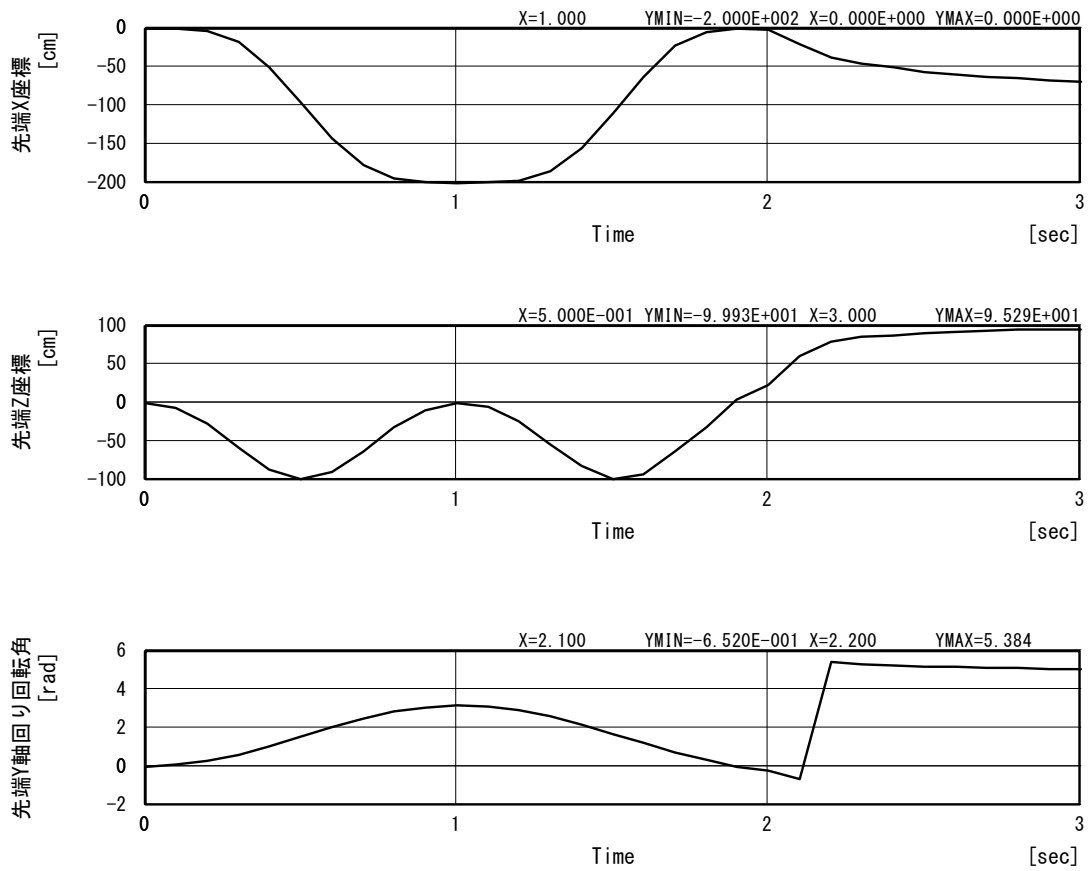


図 7.1.3 先端座標の時刻歴応答

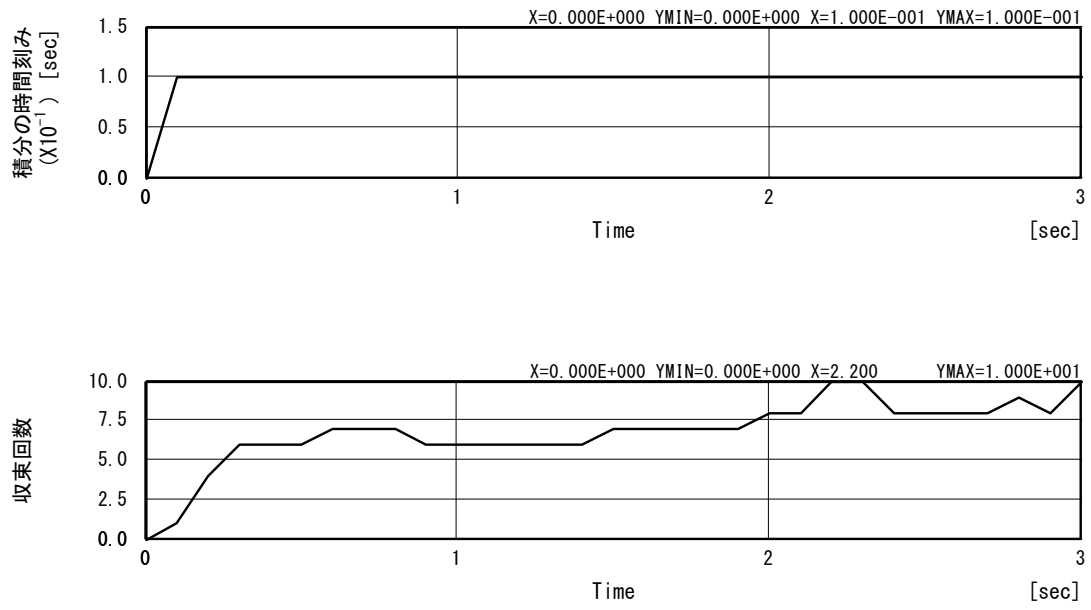


図 7.1.4 積分の時刻と収束回数

図 7.1.5～7.1.7 に Bisection 法を用いた解析結果を示す。

図 7.1.5 に挙動を示す。図 7.1.6 に先端座標の挙動を示す。振子モデルは理論通りに約 0.5Hz で振動していることがわかる(注 1)。

図 7.1.7 に Bisection 法を用いたときの収束の状況を示す。Bisection 回数は、Bisection 法による再解析の回数を示す。時間刻みは、初期の時間刻み $\times (1/2)^{\text{Bisection の回数}}$ となることを示す。この時間刻みの推移を見ると、1 秒ごとに時間刻みが大きくなっているのがわかる。これは、図 7.1.5 の先端 Y 軸まわりの角速度が丁度 0 になるタイミングであり、このタイミングでは時間刻みが粗くても収束することがわかる。すなわち、角速度と時間刻みとの間には相関関係があることがわかる。

以上より、Bisection 法を用いることにより、初期の時間刻みが大きくとっても必要に応じて時間刻みを自動的に調整するので、精度を保ちながら効率よく解析を行うことができる。

(注 1)

【振り子の周期 T】

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{1000}{9800}} = 2.0 \text{ (sec)}$$

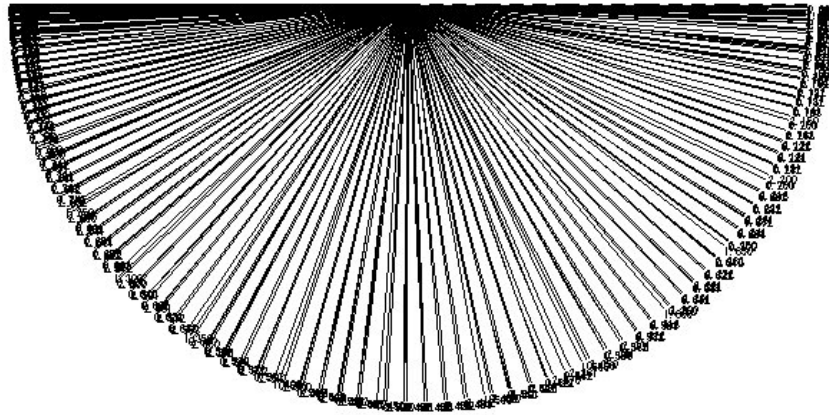


図 7.1.5 挙動図 (Bisection 法)

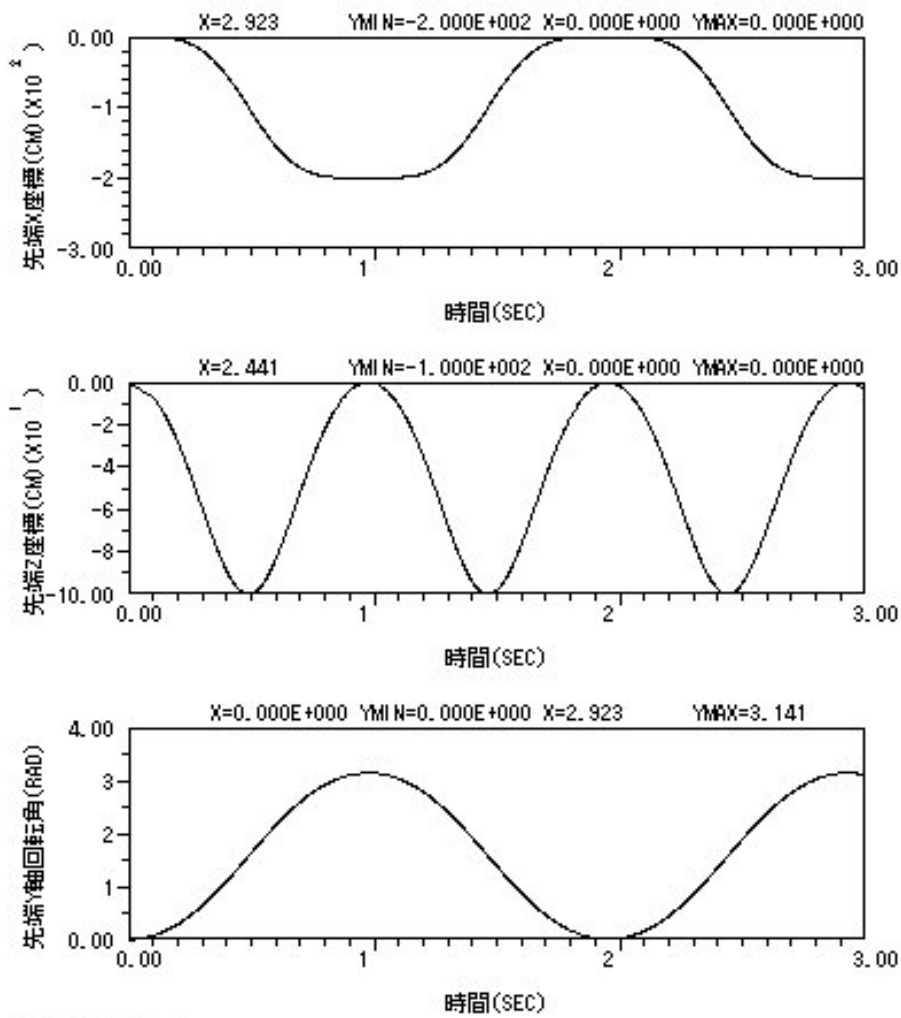


図 7.1.6 先端座標の挙動 (Bisection 法)

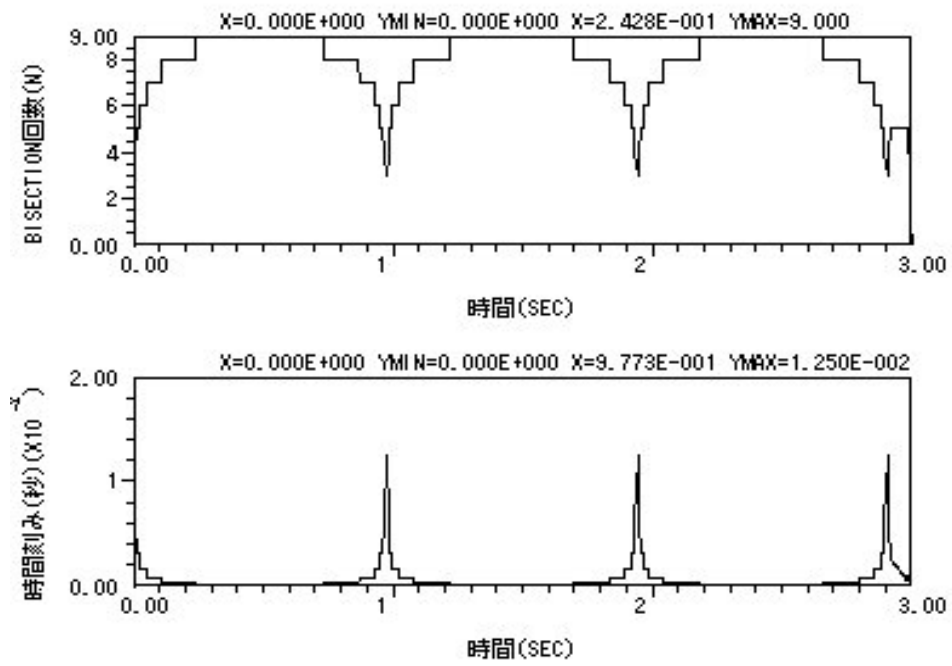


図 7.1.7 収束状況 (Bisection 法)

7.2 断片線形系における時間刻み予測方法の検証

断片線形系に対して提案した時間刻み予測方法について検証する⁽⁴⁸⁾。

図 7.2.1 に 1 自由度系の非線形ばね要素の解析モデルを示す。質点に初期値-2.0 を与え、0.1 秒間自由振動させる。解析は、4.3 節で提案した時間刻み予測方法（初期の時間刻みは 5ms）と時間刻みが固定の場合（時間刻み 0.1ms および 5ms）について実施する。図 7.2.2 に解析結果の比較を示す。時間刻みが 0.1ms で固定の場合、時間刻みが十分小さいので、理論値と一致していると考えられる。しかし、時間刻みが 5ms で固定の場合、変位は自由振動しておらず、計算結果が妥当でない。時間刻み予測方法を用いると、Newmark- β 法の特性により位相はずれているが、時間刻みが 5ms と粗くても折れ曲がり点の手前に設けた許容範囲に入るように時間刻みを自動的に調節しているので、ガタを含んだ系の挙動を捉えていると言える。

また、時間刻みが 0.1ms で固定の場合、0.1s 間の解析時間に対し、タイムステップは 1000 回であったが、時間刻みが可変の場合、タイムステップは 75 回となり、計算時間を大幅に短縮することができ、提案している時間刻み予測方法は効率的であることがわかる。

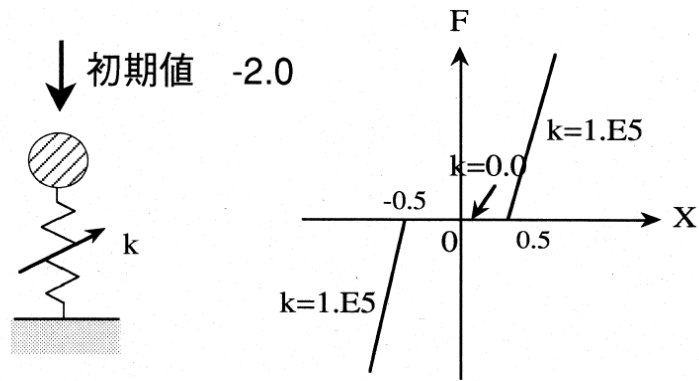


図 7.2.1 解析モデル（非線形ばね要素）

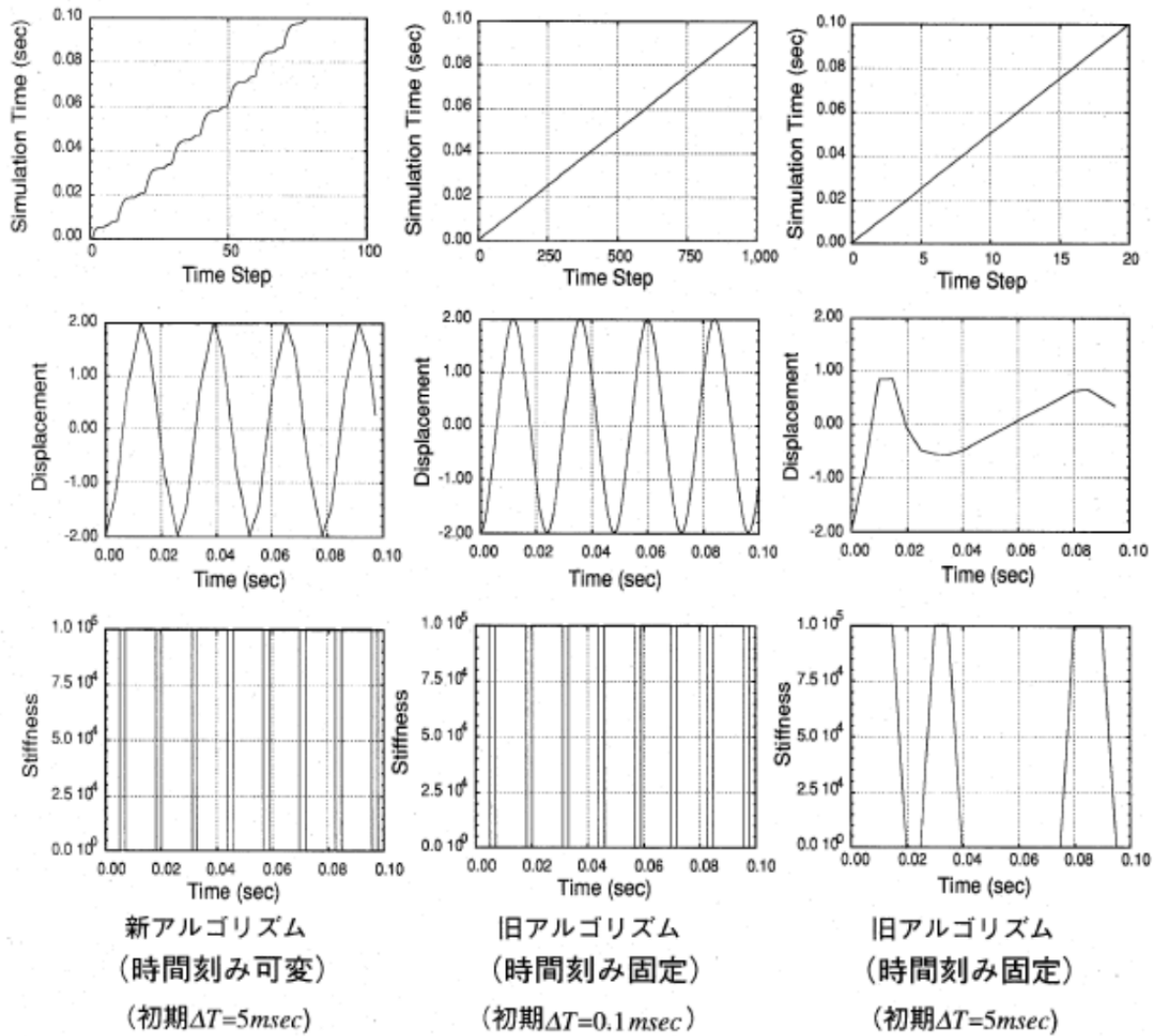


図 7.2.2 解析結果

7.3 付加質量法による数値積分の特性改善方法の検証⁽⁴⁹⁾

次に、付加質量法による数値積分の特性改善方法の検証を示す。4.3.3 項で用いたモデルと同じものを使用する。図 7.3.1 に示すように、油圧系に高減衰断片線形要素としてチェック弁が取付けられているモデルを考える。この油圧系は、図 7.3.2 に示すように、3 自由度のばね質点系にモデル化することができる。この系に図 7.3.3 に示すような圧力が、それぞれ左端と右端に作用したときの応答を解析する。時間刻みは、実固有値解析から決まる最高次の固有周期(0.037s)の 1/20 以下である 0.001s とした。

以下に解析結果を示す。付加質量がない場合、図 7.3.4 に示すように、時間 3~7s において、時間刻みごとに大きく振動していることがわかる。時間 0~3s ではチェック弁部の減衰係数は $c_{22}=0.5\text{Pas/m}^3$ であるが、時間 3~7s では $c_{21}=5.0\times 10^6\text{Pas/m}^3$ となるためと考えられる。この大きく振動している \ddot{x} を用いて、折れ曲がり点を予測すると、時間刻みが小さくなり、解析時間が増加する。

そこで、チェック弁の減衰係数 $c_2 (c_{21}, c_{22})$ 比例した付加質量 $\Delta m_2=c_2\tau$ を各時間ステップごとにチェック弁部に組み込み、解析を行った。図 7.3.5 に解析結果を示す。時間 3~7s においても加速度の変動は小さく抑えられており、折れ曲がり点通過に関する繰返し計算回数は、9363 回から 2 回と大幅に減少し、本手法の効果が確認できた。

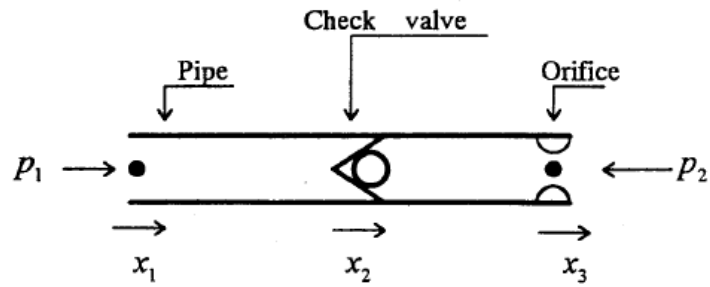


図 7.3.1 油圧系解析モデル

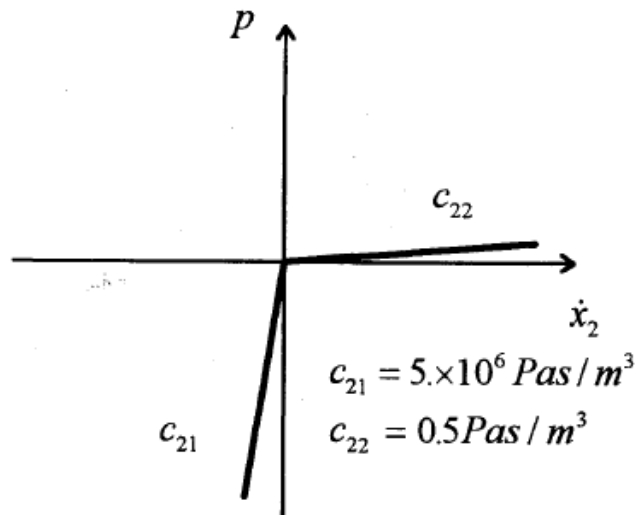
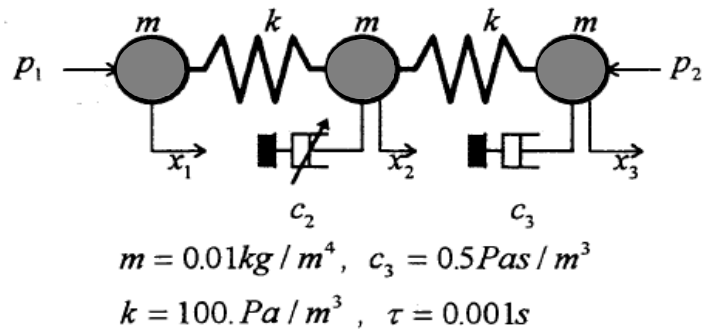


図 7.3.2 数学モデル

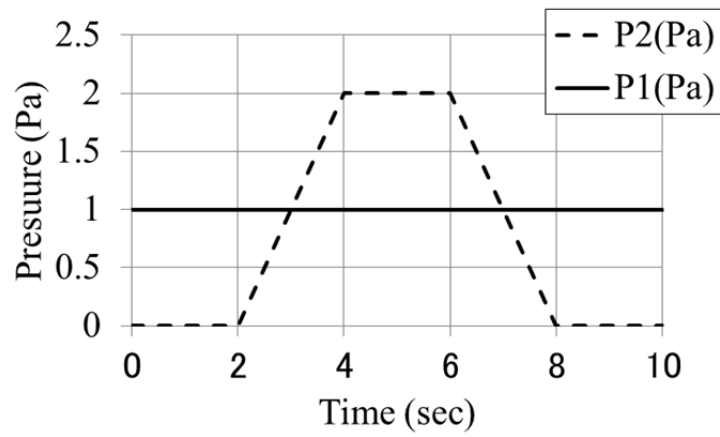


図 7.3.3 作用する圧力

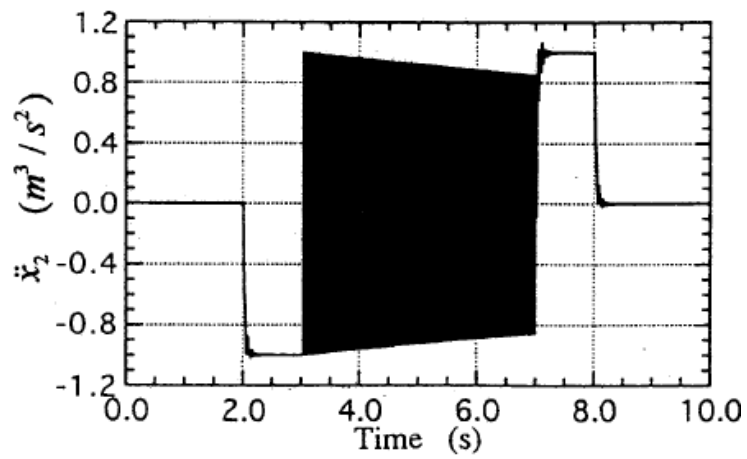


図 7.3.4 付加質量がない場合のチェック弁の加速度

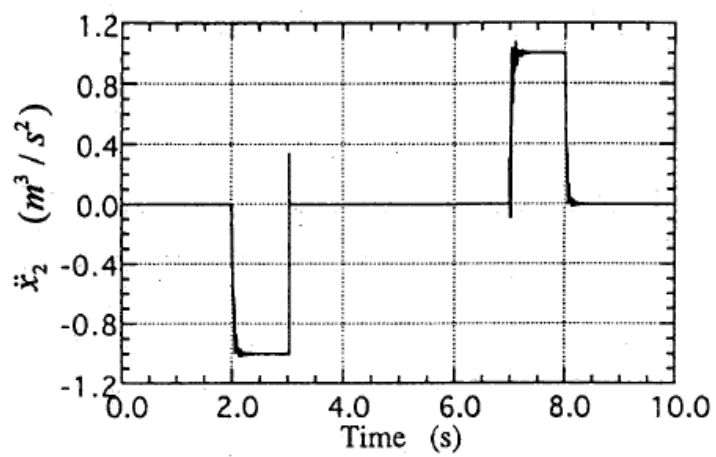


図 7.3.5 付加質量がある場合のチェック弁の加速度

最後に、高剛性断片線形要素について、付加質量法の妥当性を検証するために、4.3.3 項と同じコントロール弁モデルの解析を行う。解析モデルを図 7.3.6、コントロール弁の特性を図 7.3.7 に示す。スプールストップパ部のばね定数 k_1 に比例した付加質量 $\Delta m = k \tau^2$ を計算し、ストップパに当たっているときのみスプール部節点に組み込み、図 7.3.8 に示すパイロット圧を与えた時の解析を行った。解析結果を図 7.3.9 に示す。時間 0.3 ~ 0.7s において加速度 \ddot{x} の変動は小さく抑えられており、しかも変位の応答性に関しては、付加質量を与えていないときの結果と同等であることがわかる。また、折れ曲がり点通過に関する繰り返し計算回数は 75 回から 7 回に減少し、本手法の有効性が確認できた。

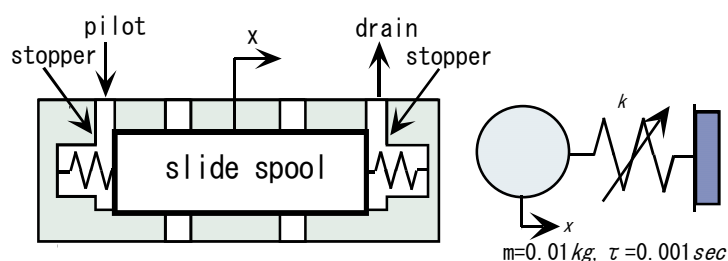


図 7.3.6 コントロール弁モデル

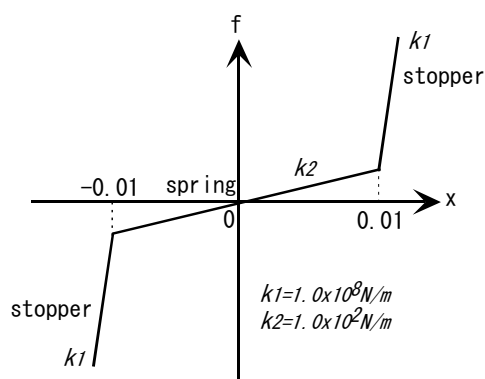


図 7.3.7 コントロールバルブの非線形特性

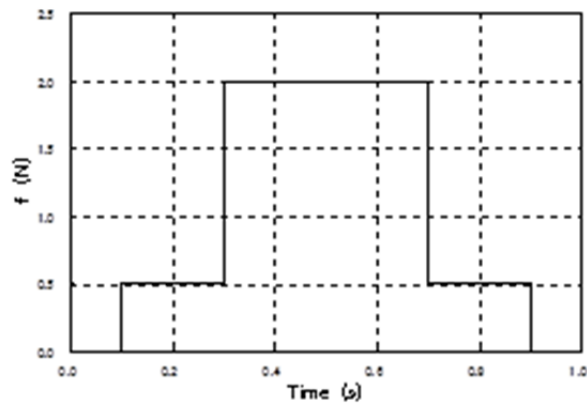
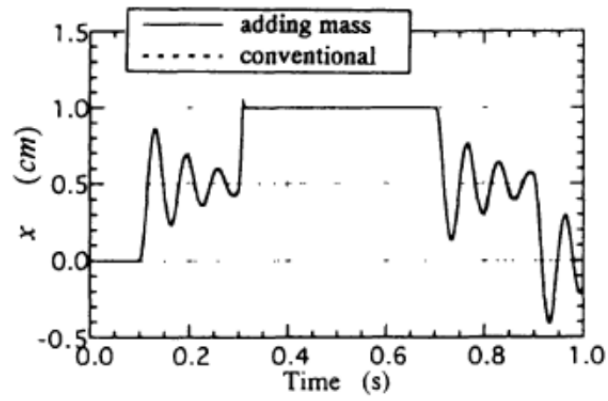
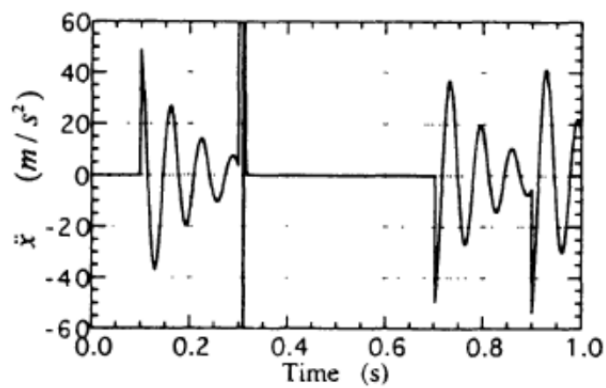


図 7.3.8 解析条件 (パイロット圧)



(a) Spool displacement



(b) Acceleration

図 7.3.9 解析結果 (上: スプール変位、下: スプール加速度)

7.4 結言

- (1) なめらかに特性が変化する要素に対して、Newton-Raphson 法による収束計算に Bisection 法による時間刻み調整方法を組み合わせると、精度を保ちつつ、効率よく解析を行うことができると言える。
- (2) 折れ曲がり点の手前に設けた許容値に入るように、変位、速度、加速度、加々速度を用いて積分の時間刻みを求める方法は、解析時間を短縮でき、精度良く解析できるので、断片線形系を含むシステムの解析に有効であると言える。
- (3) チェック弁、リリーフ弁やコントロール弁などの急激に特性が変化する断片線形要素に対して、付加質量法を用いると、精度を確保しながら、計算の効率を大幅に改善することができる画期的な方法であると言える。
- (4) Bisection 法および付加質量法を用いることによって、チェック弁やコントロール弁を含む油圧パワーラインと機構系が連成した大規模モデルの動的シミュレーションを効率よく、しかもタフに解析することができる⁽³⁾。

第8章 自動車のショックアブソーバのモデリングの妥当性検証⁽²⁰⁾

第3章に示したように、本研究では、周波数依存性と複雑な構造による非線形を有するショックアブソーバについて、単体の周波数加振の実測結果を用いて、できるだけ簡単な周波数依存のない要素で構成された物理モデルを構築し、時間領域での解析を可能とするモデリング手法を提案した。この章では、単体および実車モデルにおいて、手法の妥当性を検証する。

8.1 解析結果（アブソーバ単体モデル）

まず、第1ステップとして、アブソーバ単体の解析を行う。図8.1.1に解析フローを示す。アブソーバの単体試験により得られた減衰特性を非線形Maxwellモデルを用いてモデル化し、ダッシュポットは第3章で示した多項式減衰要素、ばねについては表3.3.1に示す10 Hzのときの値を用いる。それぞれの周波数について、実験と同様の単一加振を時刻歴応答解析で再現させる。図8.1.2、図8.1.3はそれぞれフロントおよびリアアブソーバの2, 5, 10 Hzの速度と荷重の関係の実測結果と解析結果の比較を示す。両者は定性的に一致していると言える。また、図8.1.4(a)にフロントアブソーバ、図8.1.5(a)にリアアブソーバの原点付近A部の減衰係数の変化（A部の定義は第3章 図3.2.2を参照）、図8.1.4(b)および図8.1.5(a)にそれぞれのアブソーバのヒステリシスの大きさの変化の実測結果と解析結果の比較を示す。ヒステリシスの大きさは解析の方が大きくなっているものの、原点付近A部の減衰係数はほぼ一致しており、周波数依存性が解析でほぼ表現できていると考えられる。したがって、今回開発した多項式減衰要素をMaxwellモデルと組み合わせてモデル化する手法は、実際の解析に使用できると考えられる。

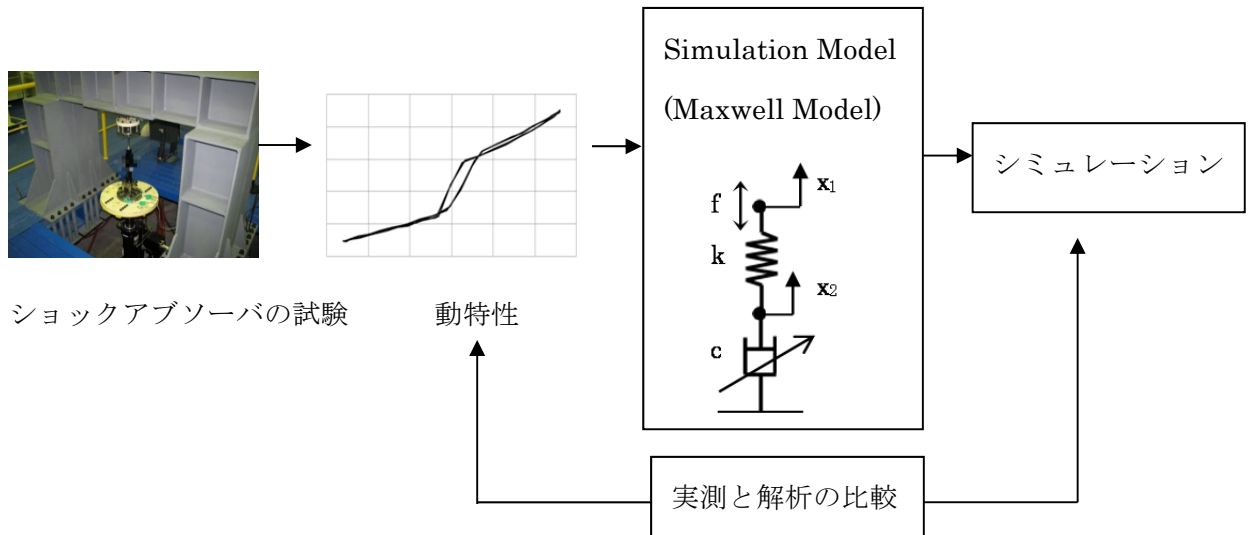


図8.1.1 ショックアブソーバの解析フロー

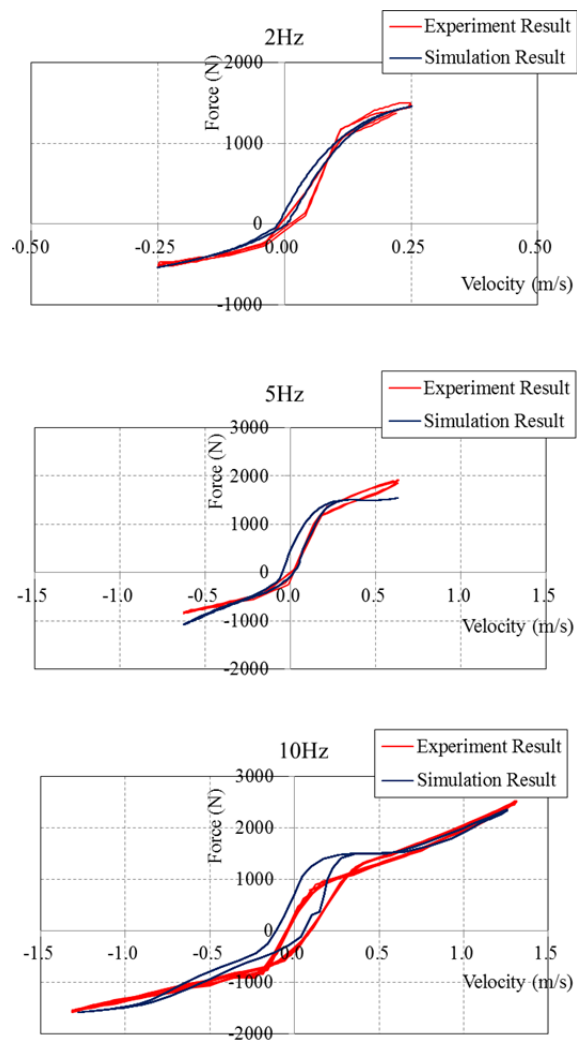


図8.1.2 フロントアブソーバの実測と解析の比較

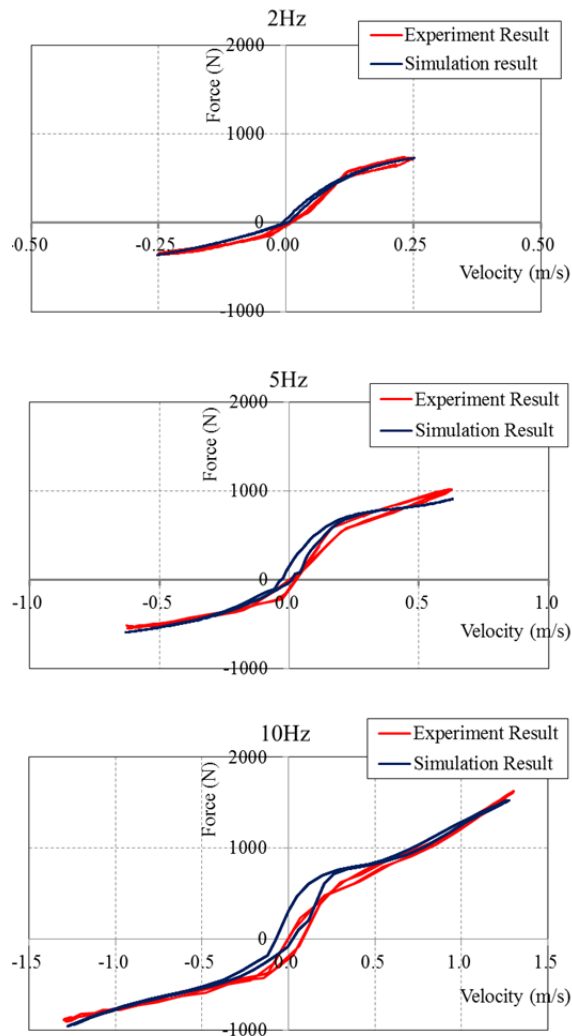


図8.1.3 リアアブソーバの実測と解析の比較

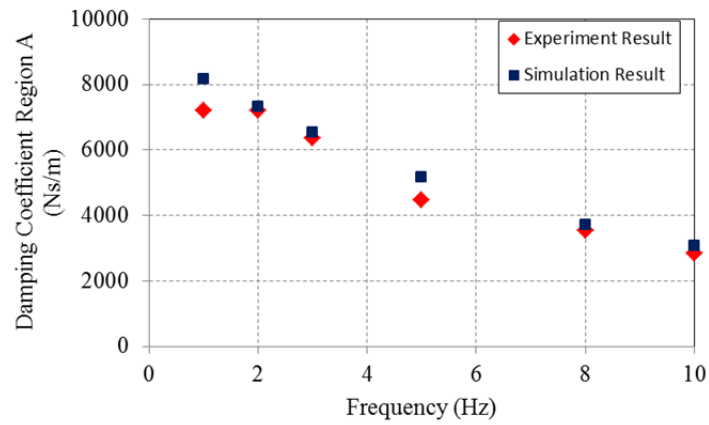


図8.1.4(a) 図3.2.2の領域Aの減衰係数の実測と解析の比較 (フロントアブソーバ)

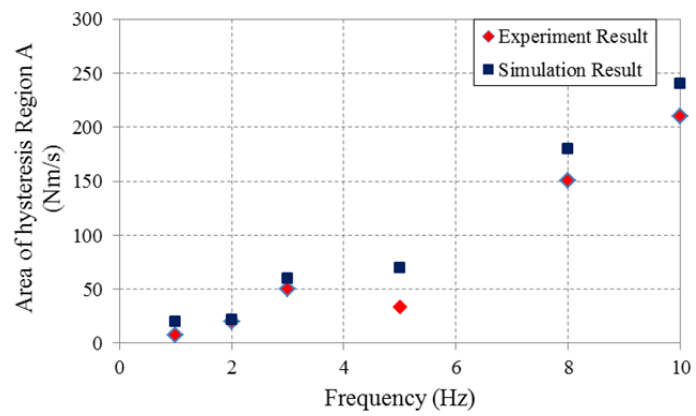


図8.1.4(b) 図3.2.2の領域Aのヒステリシスの大きさの実測と解析の比較
(フロントアブソーバ)

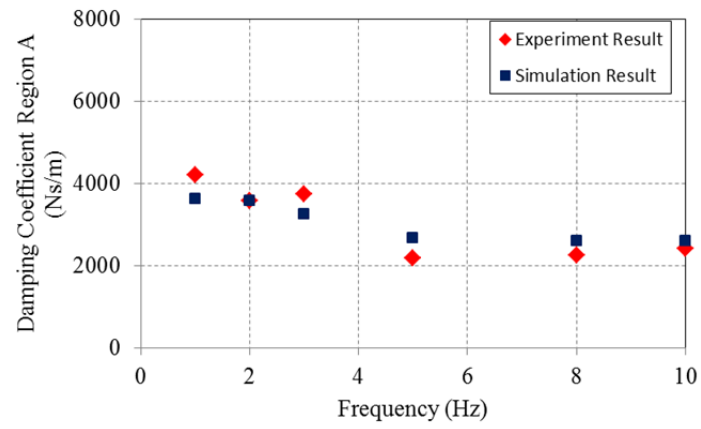


図8.1.5(a) 図3.2.2の領域Aの減衰係数の実測と解析の比較 (リアアブソーバ)

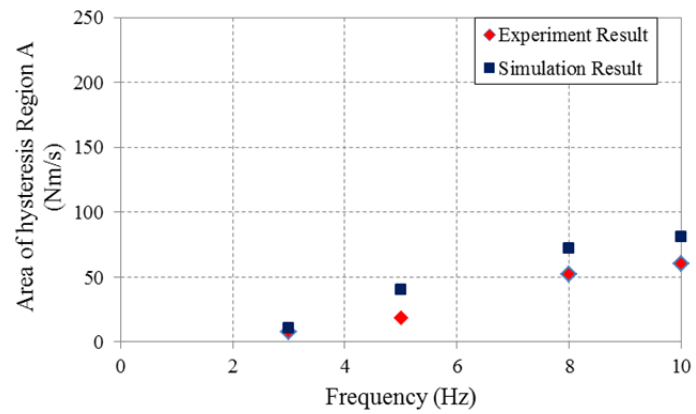


図8.1.5(b) 図3.2.2の領域Aのヒステリシスの大きさの実測と解析の比較
(リアアブソーバ)

8.2 実車の加振試験結果

実車の振動特性を把握するため、ロードシミュレータの一種である 4 Poster 試験機を用いて加振試験を行った。図 8.2.1 に、タイヤのホイール中心を 4 点同相で Sweep 加振を行った場合のばね下-ばね上の加速度の伝達関数を示す。振幅 10 mm のときは 10 Hz まで、振幅 20 mm のときは 5 Hz まで加振を行った。赤線は振幅 10 mm の加振結果、青線は振幅 20 mm の加振結果を示す。加振振幅の大きさによって、伝達関数の特性が変わることがわかる。これは、アブソーバなどの非線形特性に起因すると考えられる。

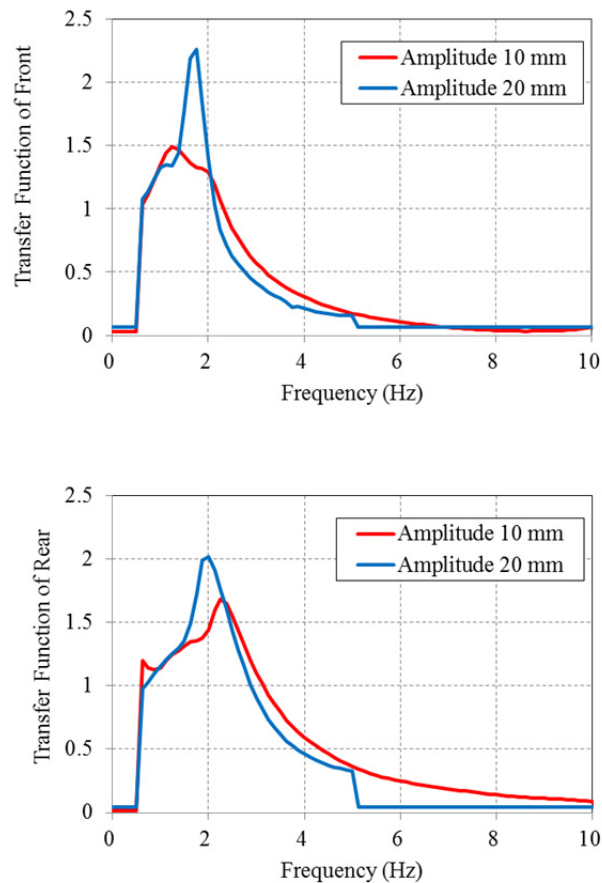


図8.2.1 ばね下-ばね上の伝達関数の比較（上：フロント、下：リア）

8.3 解析結果（実車モデル）

ブッシュやアブソーバなどの足回り部品について、第 3 章で示した方法と同様の動特性試験を行い、ばね特性、減衰特性を取得し、線形ばね定数および線形減衰要素でモデル化を行う^{(53),(54)}。図 8.3.1 に解析モデルを示す。左図は解析モデルのイメージ図、右図は実際に解析を行ったモデル化を示す。ビームなどの構造部材は非線形はり要素を用いてモデル化を行う。ボディは剛体として扱い、ボディ重量および慣性モーメントを重心位置に与える。図中の黒点は節点を示し、黒線ははり要素および剛体要素を示す。青点は重心位置を示す。また、オレンジの線はアブソーバを示し、多項式減衰要素を含む非線形 Maxwell モデルを用いる。まず、4 Poster 試験機を用いたスイープ加振による実稼働モーダル解析結果と複素固有値解析結果の比較を表 8.3.1 に示す。固有振動数およびモーダル減衰ともに実測と解析は概ね一致している。

次に、8.2 項に示した実車の試験と同様の時刻歴応答解析を行った。図 8.2.1 に示すように、加振振幅の大きさによって実測結果が異なるので、加振振幅が 10 mm の場合と 20 mm の場合の 2 ケースについて解析を行う。

解析は、線形の Maxwell モデルと本論文で提案している非線形 Maxwell モデルで実施した。なお、線形 Maxwell モデルは、3.3.1 項の表 3.3.1 に示す 1 Hz および 10 Hz のときの Maxwell モデルのばね定数 k および減衰係数 c を使用する。図 8.3.2 に、振幅 20 mm、0-5 Hz のスイープ加振を行った時のフロントアブソーバのばね上の加速度の実測結果および解析結果を示し、図 8.3.3 に、それぞれの 1 秒間の拡大した結果を示す。実測と解析でスイープ時間が異なるが（実測のスイープ時間は 500 秒、解析のスイープ時間は 100 秒）、両者ともに、1.5 Hz 付近で値が大きく、ピーク値は両振幅でおおよそ 12 m/s^2 であり、定性的に一致していると言える。図 8.3.3 についても、波形のひずみは少し違うがピーク値はほぼ同じである。同様に、リアアブソーバの結果を図 8.3.4 および図 8.3.5 に示す。リアの場合、両者ともに 2.5 Hz 付近で値が大きく、ピーク値もほぼ一致しており、本手法は時刻歴応答解析に使用できると考えられる。また、図 8.3.6 は加振振幅 10 mm、図 8.3.7 は加振振幅 20 mm のときの解析結果と実測結果の伝達関数（ショックアブソーバのばね下の加速度に対するばね上の加速度の比）の比較を示す。線形 Maxwell モデルでは、1 Hz のデータを使用した場合の伝達

関数は実測結果よりも小さく、10 Hz のデータを使用した場合の伝達関数は実測結果よりも大きくなっている。これは、1 Hz の原点付近の減衰係数は大きいのに対し、10 Hz の減衰係数は小さいためと考えられる。特に、フロントアブソーバについて顕著に見られる。これはフロントアブソーバの方が原点付近 A 部の減衰係数の変化が大きいためと考えられる。一方、非線形 Maxwell モデルの結果は、加振振幅 10 mm、20 mm ともに、解析結果は実測結果と定性的に一致していることがわかる。

以上の結果より、非線形 Maxwell モデルは、時刻歴応答解析でアブソーバのモデル化を行う上で、実用上、問題のない結果を示しており、工学的に有益なモデリング手法であると言える。

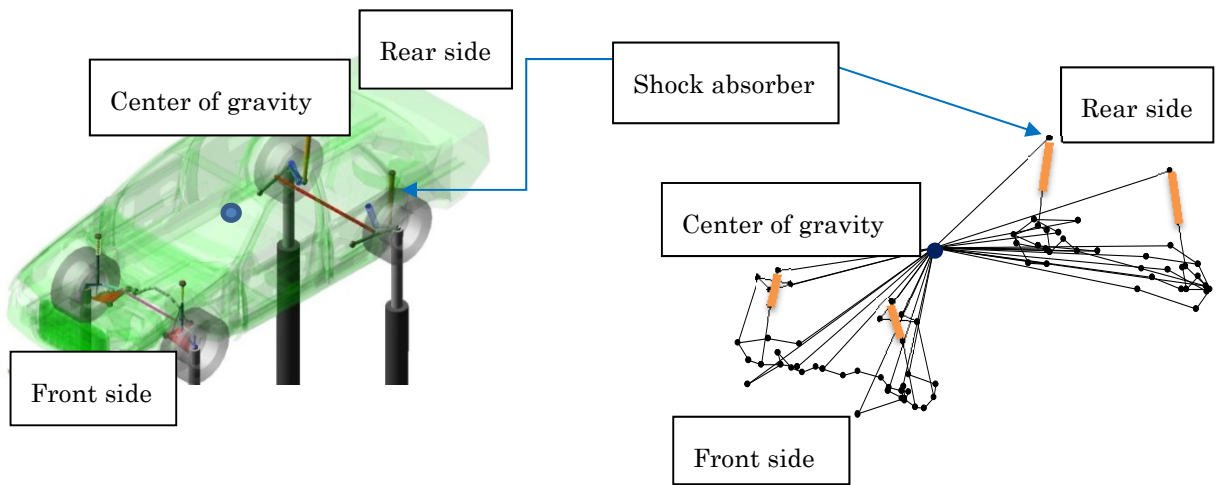


図 8.3.1 解析モデル

表 8.3.1 複素固有値解析の結果の比較

	Mode1		Mode2		Mode3	
	Frequency (Hz)	Modal damping	Frequency (Hz)	Modal damping	Frequency (Hz)	Modal damping
Experiment	1.75	0.41	1.50	0.36	2.38	0.44
Complex eigenvalue analysis	1.64	0.40	1.57	0.34	2.58	0.46

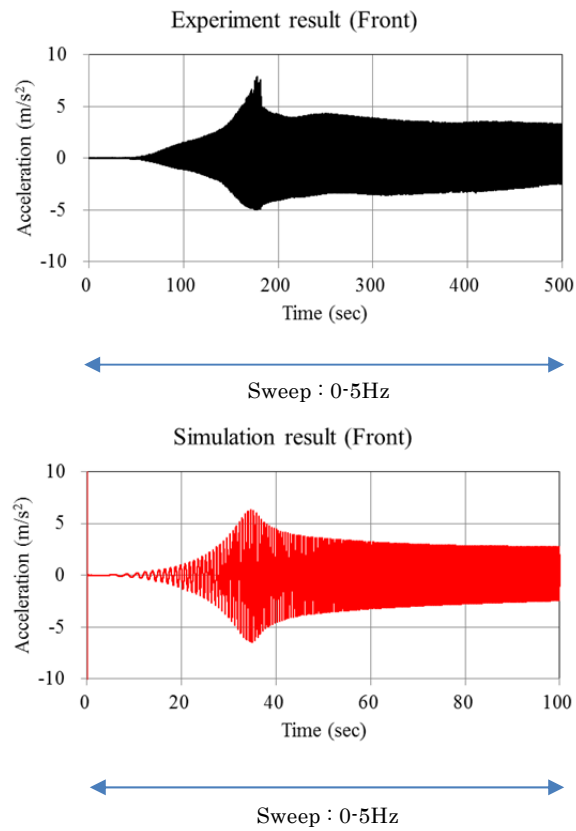


図 8.3.2 フロントアブソーバのばね上の加速度（上：実測、下：解析）

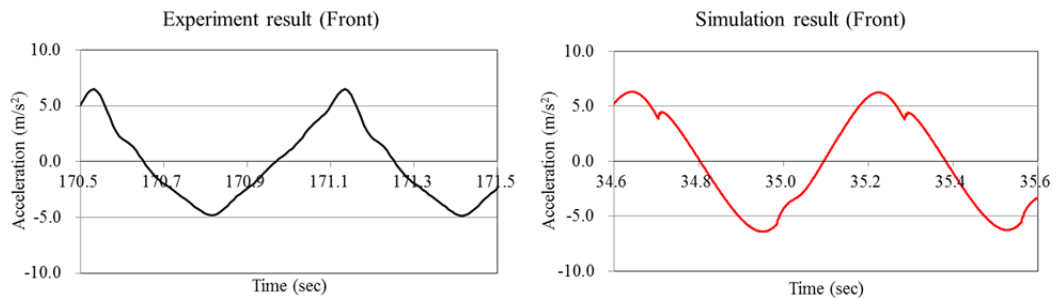


図 8.3.3 フロントアブソーバのばね上の加速度 1 秒間
（左：実測、右：解析）

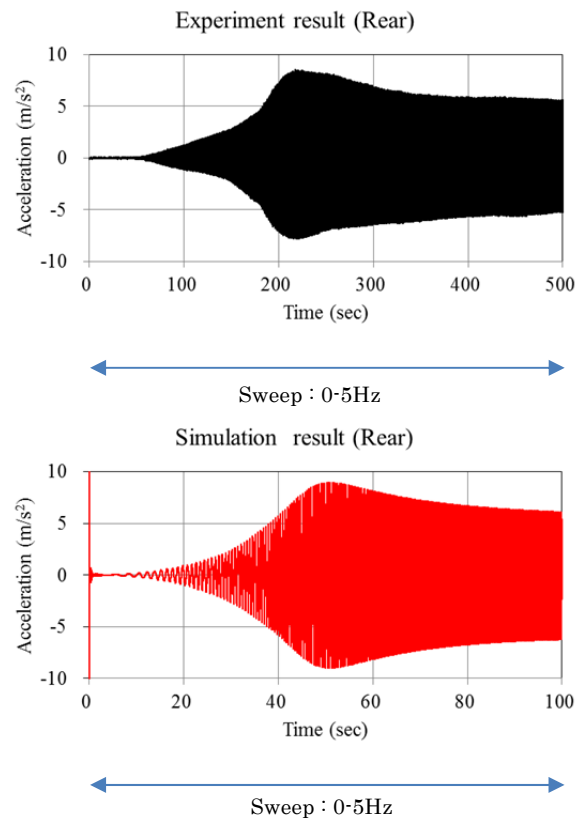


図 8.3.4 リアアブソーバのばね上の加速度（上：実測、下：解析）

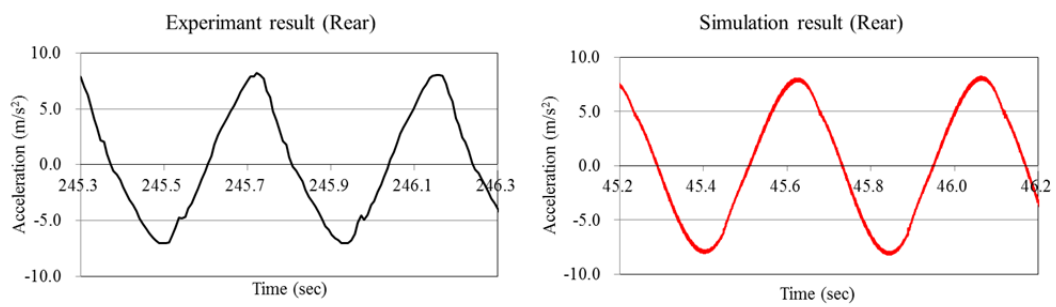


図 8.3.5 リアアブソーバのばね上の加速度 1 秒間（左：実測、右：解析）

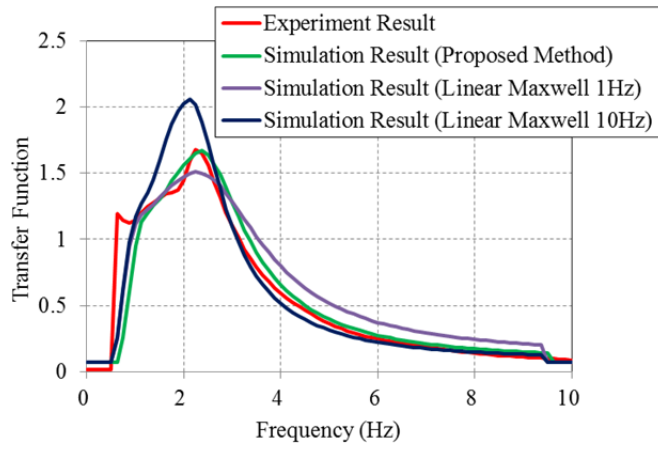
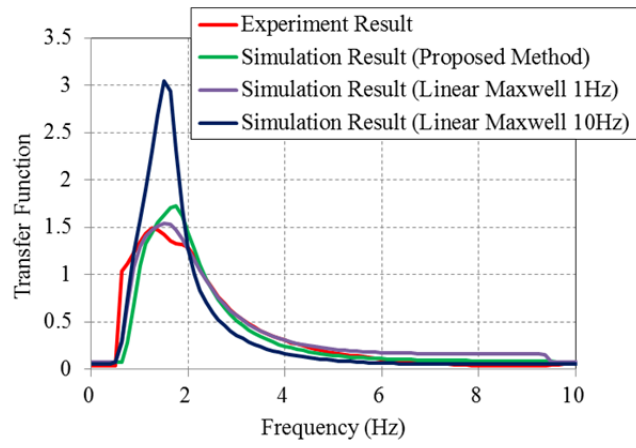


図 8.3.6 実測と解析の比較（振幅 10 mm）（上：フロント、下：リア）

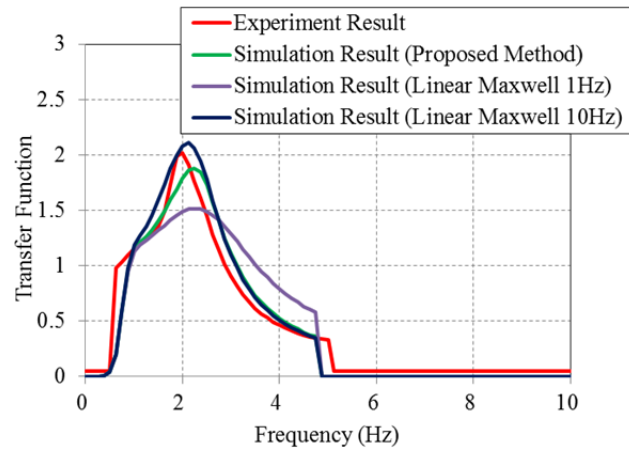
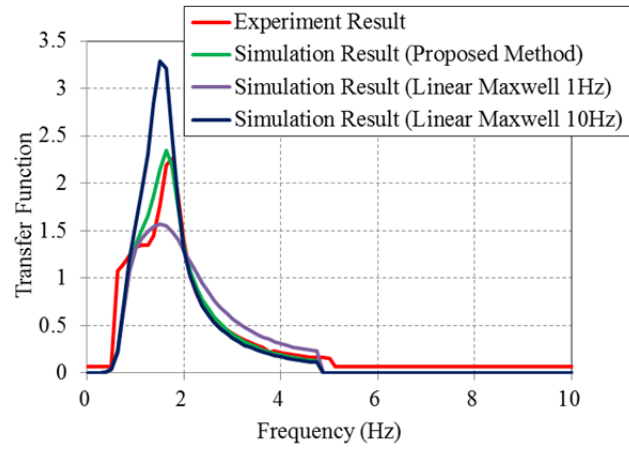


図 8.3.7 実測と解析の比較（振幅 20 mm）（上：フロント、下：リア）

8.4 結言

本研究では、自動車の乗り心地や操縦安定性に影響を与え、周波数依存性と複雑な構造による非線形特性を有するアブソーバについて、単体の周波数加振の実測結果を用いて、できるだけ簡単な周波数依存のない要素で構成された物理モデルで表現し、フルビークルモデルの乗り心地評価のための時刻歴応答計算が可能な方法を提案することを試みた結果、以下のことが明らかになった。

- (1) アブソーバの動特性について、Maxwell モデルを拡張し、ばねは油の圧縮性を表すばねを用い、ダッシュポットの減衰を速度に対して非線形関数に置換し、非線形多項式要素モデルによるモデル化を試みた。その結果、周波数依存性を有するアブソーバの特性を周波数依存性のない物理モデルで表すことが可能となった。
- (2) 上記の物理モデルを用いて単体の周波数加振の実測結果から提案するモデルのパラメータを推定し、その結果を用いてアブソーバ単体について時刻歴応答解析を行い実測結果と比較したところ、定性的に一致しており、提案するモデル化法は実解析に使用できることがわかった。
- (3) アブソーバで支持された実車を対象に、提案するモデル化法を用いて固有値解析やスweep加振による時刻歴応答解析および実験を行ったところ、実測結果と解析結果は定性的に一致しており、提案するモデル化法は実車での動特性検討のための実用的な手法であることを確認した。

第9章 結 論

ロボットの知能化、多能工化に伴い、その適用範囲は産業用だけでなく、サービス業やインフラ検査分野など多岐に亘っており、高速高精度の運動が要求されるものや複雑な制御が必要なものが多くなってきている。自動車や建設機械についても、ハイブリッド化や電動化によりメカトロ化が急速に進んでいる。

メカトロ化されたロボットや自動車、建設機械などにおける動的問題の特徴として、振動、運動単独ではなく、両者が混在した問題が多いこと、構造・機構系が油圧、電気、制御と複雑に絡んだ連成した問題であること、ショックアブソーバのようにその特性が周波数依存性を持つ上、その構造が一般には公開されていないこと、乗り心地や操作性などの人間の感性により評価されることが挙げられる。

これらの問題を解決するためには、柔軟な構造物の振動解析とマルチボディシステムの運動解析の共存、構造・機構—油圧—電気制御系の連成解析、周波数依存を含む周波数領域での情報を用いた時刻歴応答解析、HILS などを用いたリアルタイムシミュレーションへの展開が求められている。

以上のような背景を踏まえ、本研究では、上記の課題の全てに対応した動的シミュレーション技術の確立を目指し、詳細に検討した結果、次の3項目について提案を行った。

- (I) 柔軟マルチボディシステムと制御系および油圧系の連成が必要であるロボットや建設機械のモデリング手法
- (II) 周波数依存を持つ自動車のショックアブソーバのモデリング手法
- (III) 連成した大規模モデルを効率的に解析するための手法

本論文では、第2章と第3章に本研究の基本概念である有限要素法をベースにしたモデリング手法について示し、第4章に解析の効率化手法を示した。続いて第5章から第8章では、柔軟マルチボディシステムと制御系が連成するロボットや自動車の動的シミュレーションの研究についてまとめた。

以下では、各章で得られた結論について示す。

第2章では、柔軟マルチボディシステムと制御系および油圧系の連成が必要であるロボットや建設機械のモデリング手法を示した。まず、柔軟マルチボディシステムの有限要素法に基づく運動方程式およびNewmark- β 法を用いた解の導出方法について示

した。次に、建設機械のアタッチメントやロボットアームなどの弾性変形とマルチボディダイナミクスの共存をモデル化するために、大変位、大変形を受けるはりの動力学のモデリングに、部材の有限な回転を厳密に記述する回転行列を用いた定式化を示した。さらに、ロボットの駆動系のモータ部および制御系のモデリング手法を提案した。また、クレーンなどで用いられる長さが可変となるワイヤーロープのモデリング、ロープがドラムに巻取られる現象をモデル化する方法を示した。

建設機械の駆動系として油圧システムの配管、バルブおよび機構系との連成部であるシリンダのモデリング手法および力の伝達方法を示した。

第3章では、自動車の乗り心地や操縦安定性に影響を与えるショックアブソーバの単体の計測結果を用いて、周波数依存性を比較的簡便な方法で悪路走行などの時刻歴応答解析でも使えるモデリング手法を提案した。具体的には、単体の周波数加振の実測で得られるアブソーバの動特性について、Maxwell モデルを拡張し、ばねは油の圧縮性を表す値を用い、ダッシュポットの減衰を速度に対して非線形関数に置換し、非線形多項式要素モデルによるモデル化を行った。その結果、周波数依存性を有するアブソーバの特性を周波数依存性のない物理モデルで表すことが可能となった。

第4章では、連成した大規模モデルを効率的に解析するための手法に関して、まずは、解析システム全体の流れを示し、続いて、大変位はり要素やトラス要素などのなめらかに微係数が変化する要素に有効な Bisection 法について示した。次に、断片線形系における時間刻み予測方法および付加質量法による数値積分の特性改善方法の提案を行った。

第5章から第8章では、第2章から第4章で提案した振動解析理論の検証を行うとともに、構造系、油圧系、制御系を連成させた系における様々な振動問題に適用した事例を示した。

第5章では、構造系と制御系の連成系として多関節ロボットの動的挙動のシミュレーションを取り上げた。多関節ロボットの3次元過渡振動のシミュレーションを行い、本研究で提案した時々刻々変化していく局所座標系の特定の回転軸まわりのみ相対回転を生じるモータ、柔軟マルチボディおよび制御系が、目的通りの機能を有することを確認した。はり剛性や減速機の軸剛性が十分ある場合、シミュレーションで得られた軌跡は与えられた目標軌跡と良く一致し、リンクを剛体とみなした制御方法が十分な性能をもっていることがわかった。さらに、はり剛性、減速機の軸剛性を変数にとつ

でシミュレーションを行い、これらの剛性が小さくなってくると、リンク系を剛体とみなした制御方法では十分な軌跡精度が得られないことを示した。以上より、本手法が実機の開発および設計段階で十分活用できることがわかった。

第6章では、可変長トラスのモデリング手法の精度検証として、クレーンの吊り荷巻き上げシミュレーションを行い、クレーンの吊り荷が大きく振れながら持ち上がっていく様子を解析した。吊り荷の挙動、吊り荷の変位、速度およびロープの振れ角の時刻歴応答解析結果は実測結果と良く一致しており、長さに変化するロープの挙動が実現象を良く捉えていることがわかった。さらに、可変長トラスと断片線形要素のひとつである非線形ばね要素を組み合わせ、クレーンのワイヤロープがドラムに巻き取られる現象のシミュレーションを、油圧系を含めて行った。ドラムを急停止させたとき、ワイヤロープは大きくドラムから離れる結果が得られ、対策として、ウインチを駆動する油圧モータ出口部に低圧のリリーフ弁とチョーク絞りを取付け、急には停止しないように制御すると、ワイヤロープはドラムから飛び出すことなく巻き取れることがわかった。このモデリング手法を用いると、緩停止のための油圧系の検討を設計段階で行うことが可能となる。

第7章では、高速化のためのモデル化および数値積分法の妥当性検証を行った。まず、大変位はり要素を用いた基本的なモデルによる Bisection 法の有効性を示した。次に、油圧系のチェック弁、シリンダのストッパーや摩擦抵抗などの断片線形要素に関して、折れ曲がり点の手前に設けた許容範囲に入るように時間刻みを調整する方法が効果的であることを示した。また、チェック弁やコントロール弁のようなスティフな断片線形要素を含む系の時刻歴応答解析法に関して、数値積分の特性を改善する方法として時間刻みに対応した質量を付加する方法を提案した。油圧系に高減衰断片線形要素としてチェック弁が取付けられているモデルに適用したところ、加速度の変動は小さく抑えられ、折れ曲がり点通過に関する繰返し計算回数が大幅に減少したことを示した。高剛性断片線形要素についても同様の結果が得られた。本手法は、チェック弁やリリーフ弁、コントロール弁などの急激に特性が変化する断片線形要素に対して、精度を確保しながら、計算を安定させるために大きな効果を発揮する方法であると言える。

第8章では、第3章で示した自動車の乗り心地や操縦安定性に影響を与え、周波数依存性と複雑な構造による非線形特性を有するアブソーバについて、単体の周波数加

振の実測結果を用いて、できるだけ簡単な周波数依存のない要素で構成された物理モデルで表現し、フルビークルモデルの乗り心地評価のための時刻歴応答計算が可能なモデリング手法を提案した。アブソーバ単体のモデル化に本手法を適用し、時刻歴応答解析を行い実測結果と比較したところ、両者は定性的に一致しており、提案するモデル化法は実解析に使用できることがわかった。さらに、アブソーバで支持された実車を対象に、提案するモデル化法を用いて固有値解析および時刻歴応答解析を行ったところ、実測結果と解析結果は定性的に一致しており、提案するモデル化手法は実車での動特性検討のための実用的な手法であることを確認した。

以上のように、柔軟な構造物の振動解析とマルチボディシステムの運動解析が共存している問題について実用的かつ効率的なモデリングおよび解析手法の提案を行った。これにより、ロボット、建設機械や自動車について、設計段階での動的問題の解決に貢献することができた。

近年、ますます、建設機械や自動車のハイブリッド化、電動化が進んできており、有限要素法ベースのハイブリッドシステムのモデリング手法の確立、さらに、柔軟マルチボディシステムを含めた連成系でのリアルタイムシミュレーションのための効率化が今後の課題と考えられる。

また、自動車のショックアブソーバに関しては、悪路走行についても実測と比較を行い、様々な種類のショックアブソーバでも適用できるタフなモデリング手法にすること、さらに、今回は加振力の周波数依存性に着目したが、加振振幅の依存性も加味できるモデル化手法の構築が今後の課題と考えられる。

謝 辞

本研究をまとめるに当たり、懇切丁寧にご指導頂いた高知工科大学 システム工学群 井上喜雄教授に心より感謝申し上げます。先生には神戸製鋼所 機械研究所に所属していた時から大変お世話になっており、社会人特別コースへの入学を勧めて頂きました。先生の温かいご指導と激励のお陰で研究活動を進めることができました。

また、高知工科大学システム工学群 岡宏一教授、高知工科大学システム工学群 芝田京子准教授、高知工科大学システム工学群 王碩玉教授、高知工科大学システム工学群 甲斐芳郎教授には本研究をまとめるに際して有益なご助言とご指導を賜りました。ここに深く感謝の意を表します。

1986年に、神戸製鋼所に入社し、機械研究所 振動音響研究室に配属になり、建設機械やロボットの振動問題に関する仕事に携わってきました。1994年10月にコベルコ科研に出向した後は、神戸製鋼の製品に関わる研究だけでなく、自動車など多岐に亘る製品の動的挙動に関する研究に関わることができました。

本研究の多くは、神戸製鋼所の研究所時代に行った内容であり、入社以来、ご指導賜りました、芦屋大学 藤川猛名誉教授、摂南大学 頭井洋教授、高知工科大学 井上喜雄教授、コベルコ科研 加藤稔技監、神戸製鋼所 機械研究所 本家浩一所長、今西悦二郎上級研究員、振動音響研究室 上田宏樹室長、川端將司主任研究員、エンジニアリング事業部門 濱崎義弘部長、コベルコ建機株式会社 南條孝夫マネージャに厚くお礼申し上げます。特に、井上教授、加藤技監、本家所長、今西上級研究員、南條孝夫氏とは、長年一緒に研究を進めさせて頂き、ご指導とご援助を賜り、今回の研究成果に至ることができました。

本研究を進めるに当たり、コベルコ科研 横幕俊典特別参与、エンジニアリングメカニクス事業部 河合孝哉事業部長、大谷修技監、加藤稔技監、濱田猛室長はじめ皆さまから温かい激励を頂き、感謝申し上げます。また、実験データの取得、シミュレーションなどにご協力頂いたコベルコ科研 CAE・実験評価部 試験技術室 緒方剛室長、榊原健男主任研究員、原田朋幸氏、同部 解析技術室 下池利孝主任研究員、小島俊介主任研究員、中山彰氏をはじめ部員の皆様、一緒に自動車の動的評価の研究を進めた小野大輔氏に感謝の意を表します。

そして、いつも支えてくれている両親に深く感謝いたします。

参考文献

- (1) Shabana, A. A., Dynamics of Multibody Systems, 4th (2013) Cambridge University Press.
- (2) 杉山博之, 須田義大, 柔軟マルチボディダイナミクスにおける大変形曲りばりの定式化, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.72, No.720(2006), pp.2470-2477.
- (3) 今西悦二郎, 南條孝夫, 廣岡栄子, 井上喜雄, 油圧駆動による柔軟リンクシステムの動的シミュレーション, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.69, No.685(2003), pp.2336-2343.
- (4) モード解析ハンドブック モード解析ハンドブック編集委員会編.
- (5) Shabana, A. A., Hussien, H. A. and Escalona, J. L., Application of the Absolute Nodal Formulation to Large Rotation and Large Deformation Problems, Journal of Mechanical Design, Vol.120 (1998), pp. 188-195.
- (6) Shabana, A. A., Flexible Multibody Dynamics : Review of Past and Recent Developments, Journal of Multibody System Dynamics, Vol.1, No.2 (1997), pp.189-222.
- (7) Shabana, A. A. and Yakoub, R. Y., Three-Dimensional Absolute Nodal Coordinate Formulation for Beam Elements, Transaction of the ASME, Journal of Mechanical Design, Vol. 123 (2000) , pp. 614-621.
- (8) Yoo, W. S., Lee, J. H., Park, S. J., Sohn, J. H., Dmitrochenko, O. and Pogorelov, D. Y., Large Oscillation of a Thin Cantilever Beam: Physical Experiments and Simulation Using the Absolute Nodal Coordinate Formulation, Nonlinear Dynamics, Vol.34 (2003), pp. 3-29.
- (9) Wago, T., Sugawara, Y. and Kobayashi, N., Reduction of System Matrices of Planar Beam in ANCF by Component Mode Synthesis Method, Proceedings of the 1st Joint International Conference on Multibody System Dynamics (CD-ROM) (2010), Lappeenranta, Finland.
- (10) 日本機械学会誌, ハイブリッド車の振動騒音現象とその低減技術, 2007. 7 Vol. 110 No.1064.
- (11) 加藤稔, 往復圧縮機一配管系の圧力脈動に関する研究, 学位論文, 1996年6月.

- (12) 加藤稔, 井上喜雄, 藤川猛, 青島正勝, デジタル計算機による往復圧縮機—配管系の圧力脈動解析 : 第 1 報, 計算方法, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.52, No.481(1986), pp.2375-2381.
- (13) 加藤稔, 廣岡栄子, 井上喜雄, 佐藤重俊, デジタル計算機による往復圧縮機—配管系の圧力脈動解析 : 第 2 報, 圧縮機シリンダ内のガス剛性の非線形性を考慮した場合, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.58, No.554 (1992), pp. 2907-2911.
- (14) Hirooka, E., Kato, M., Inoue, Y. and Hara, F., Study of Optimization of Orifice Location to Reduce Pressure Pulsation, ASME PVP, Vol.253, pp.97-102(1993).
- (15) 日本機械学会編 事例に学ぶ流体関連振動 第 2 版, 技報堂出版(2008),pp.186.
- (16) 田中守, 藤田勝久, 管内流体脈動による配管振動に関する研究 : 第 2 報, 流体脈動と配管のシェル振動との連成応答解析, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.53, No.491 (1987), pp.1363-1367.
- (17) Torigoe, Y., Sakakibara, T., Kojima, S., Hirooka, E., Kato, M., Tsuji, T., Maekawa, A. and Takahashi, T., Experimental Study of Interaction between Pressure Pulsations and Piping Vibration, FIV (2012).
- (18) Flowmaster による配管系統の水撃や脈動の数値シミュレーション 配管技術研究協会誌 2013. 春季号.
- (19) Wylie, E. B. and Streeter, V. L.: Fluid Transients, 205, McGraw-Hill (1978).
- (20) 廣岡栄子, 井上喜雄, ショックアブソーバのモデリングに関する研究, 日本機械学会論文集, DOI: 10.1299/transjsme.14-00550.
- (21) KYB 株式会社編, 自動車のサスペンション 構造・理論・評価, グランプリ出版 (2013).
- (22) 寺岡崇志, 稲満和隆, 周波数感応ショックアブソーバの開発, KYB 技報, No.40, 2010-4(2010), pp.15-21.
- (23) 浜崎義弘, 米澤智志, 井上喜雄, 高粘性流体封入マウントの動特性に関する研究, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.62, No.595(1996), pp.907-112.
- (24) Ko, Y., Heydinger, G. J. and Guenther, D. A., Evaluation of a Shock Model for Vehicle Simulation, SAE paper 2007-01-0845(2007), pp.319-330.
- (25) 横畑英明, 佐藤圭峰, 和田好隆, 田所正, 小林謙太, 植木義治, SKYACTIV エンジンの性能開発に活用した MBD, マツダ技報, No.31-11 (2013) pp.54-59.

- (26) 井上慎太郎, 太田順也, 平野豊, 小林孝雄, 河口篤志, 杉浦豪軌, Modelica を用いた新モビリティのモデリングと制御 (第2報), 自動車技術会学術講演会前刷集 No.86-14 文献番号: 20145359.
- (27) 椎葉太一, 須田義大, マルチボディシステムの解析モデルを利用した車両運動のリアルタイムシミュレーション, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.67 No.658(2001), pp.1826-1831.
- (28) 森田啓, 今西悦二郎, 南條孝夫, 藤川猛, 直動要素で駆動される剛体システムのリアルタイムシミュレーション, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.80 No.813(2014), DOI: 10.1299/transjsme.2014dr0122.
- (29) 戸川隼人, 有限要素法による振動解析, サイエンス社 (1987).
- (30) 日本機械学会編, 数値積分法の基礎と応用, コロナ社 (2003).
- (31) 戸川隼人, 科学技術計算ハンドブック, サイエンス社 (1992).
- (32) 鷺津久一郎, 他4名, 有限要素ハンドブック II, 培風館 (1985).
- (33) Newmark, N. M., A Method of Computation for Structural Dynamics, ASCE Jour. Eng. Mech. Div, 85, 3 P.67 (1959).
- (34) Belytshenko, T. and Hughes, T. R., Computational Method in Mechanics, Elsevier Sci. Pub., (1983)
- (35) Hilber, H. M., Hughes, T. R. and Taylor, R. L., Improved Numerical Dissipation for Time Integration Algorithm in Structural Dynamics, EESD, 5, 3, p.283 (1977).
- (36) AMESim 4.2 User Manual.
- (37) SimHydraulics® User's Guide R2014b.
- (38) 頭井洋, 井上喜雄, 井村章夫, 藤川猛, リンク構造のシミュレーションに関する研究: 第1報, 弾性振動を含む大变位要素の理論解析, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.52, No.483(1986), pp.2814-2821.
- (39) 前田幸雄, 林正, 立体骨組構造物の有限変位解析, 土木学会論文報告集, 253号 (1976), pp.13-27.
- (40) 後藤茂夫, 立体構造物における接線幾何剛性マトリックスの定式化, 土木学会論文報告集, 335号 (1983), pp.1-11.

- (41) 井上喜雄, 廣岡栄子, 頭井洋, 本家浩一, リンク構造のシミュレーションに関する研究 : 第3報, 柔軟な多関節ロボットの動的応答解析, 日本機械学会論文集 C編, Vol.57, No.534(1991), pp.625-630.
- (42) 堀江三喜男, 小川潔, 舟橋宏明, 阿部弘, 対偶に遊びのある機構の動特性 : 対偶素間の分離の抑制, 日本機械学会論文集 C編, Vol.51, No.470(1985), pp.2731-2736.
- (43) 杉本浩一, 細野絵里, 柔対偶モデルによる機構の動特性解析, 日本機械学会論文集 C編, Vol.56, No.528(1990), pp.2086-2091.
- (44) 廣岡栄子, 井上喜雄, 浜崎義弘, 本家浩一, 可変長トラスの動的解析に関する研究, 日本機械学会関西支部定時総会講演会講演論文集機, Vol.67th No.Pt 3, pp.113-115(1992).
- (45) 今西悦二郎, 南條孝夫, 廣岡栄子, 小林隆博 接触を伴うワイヤーロープの動的シミュレーション, 日本機械学会論文集 C編, Vol.70, No.692(2004), pp.1023-1028.
- (46) 堀江券, 秋山孝夫, 西成活裕, 弾性ひもの離散モデルを用いた巻き取りシミュレーション, 機講論, 99-1 (1999), 211.
- (47) 今西悦二郎, 頭井洋, 吉松英昭, 庭田孝一郎, リンク構造のシミュレーションに関する研究 : 第2報, 油圧パワーラインとの連成解析と油圧ショベルの旋回持上げシミュレーションへの応用, 日本機械学会論文集 C編, Vol.53, No.492(1987), pp.1711-1719.
- (48) 廣岡栄子, 井上喜雄, 断片線形系の時刻歴応答解析法の研究(収束性の検討), 日本機械学会機械力学・計測制御部門講演会論文集, Vol.1994 No.A pp.113-116(1994).
- (49) 今西悦二郎, 廣岡栄子, 井上喜雄, スティフな断片線形系の時刻歴応答解析に関する研究 (付加質量法の提案), 日本機械学会論文集 C編, Vol.63, No.608(1997), pp.1118-1124.
- (50) 下田郁夫, 高粘性ダンパに関する研究 (粘弾性モデル化と設計手法の提案), 日本機械学会論文集 C編, Vol.60, No.570(1994-2), pp.476-481.
- (51) 高橋敬三, 馬場富男, 車両運動性向上のためのダンパー基本性能予測技術, KYB 技報, No.37, 2008-10(2008), pp.58-63.
- (52) 清水信行, 本間美知枝, 山本鎮男, 渡辺嘉二郎, 嶋田健司, 大次元常微分方程式の直接数値積分法 : 積分法の評価と選定基準, 日本機械学会論文集 C編, Vol.46, No.401(1980), pp.26-41.

- (53) 小野大輔, 廣岡栄子, 緒方剛, 下池利孝, 4Poster 試験装置を利用した加振試験とシミュレーション自動車技術会学術講演会前刷集 No.135 用 10(2010) pp.19-22.
- (54) 小野大輔, 廣岡栄子, 緒方剛, 永原将典, ラバークラッシュの動特性試験技術 自動車技術会学術講演会前刷集 No.9-11(2011) pp.15-18.

本研究に関連した既発表論文

1. 学会論文

- (1) 今西悦二郎, 井上喜雄, 廣岡栄子, スティフな断片線形系の時刻歴応答解析に関する研究 付加質量法の提案, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.63 No.608 Page.1118-1124 (1997).
- (2) 今西悦二郎 南條孝夫, 廣岡栄子, 小林隆博, 接触を伴うワイヤロープの動的シミュレーション, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.70 No.692 Page.1023-1028 (2004).
- (3) 廣岡栄子, 井上喜雄, ショックアブソーバのモデリングに関する研究, 日本機械学会論文集 DOI: 10.1299/transjsme.14-00550.

2. 講演論文および企業技術報など

- (4) 廣岡栄子, 井上喜雄, 頭井洋, 柔軟なリンク構造物の動的解析 ゴルフスウィングへの応用, 日本機械学会機械力学・計測制御部門講演会論文集, Vol.1991 No.910-39 Pt 2 Page.117-120 (1991.07).
- (5) 廣岡栄子, 井上喜雄, 浜崎義弘, 本家浩一, 動的解析のメカトロ機への適用, 日本機械学会ダイナミクスに関するオーディオ・ビジュアルシンポジウム講演論文集, Vol.1st Page.75-78 (1992.01).
- (6) 廣岡栄子, 井上喜雄, 浜崎義弘, 本家浩一, 可変長トラスの動的解析に関する研究, 日本機械学会関西支部定時総会講演会講演論文集, Vol.67th No.Pt 3 Page.113-115 (1992.03).
- (7) 廣岡栄子, 本家浩一, 井上喜雄, 西田吉晴, ロボットのダイナミックシミュレーションと振動制御への応用, R&D/神戸製鋼技報, Vol.43 No.1 Page.14-19 (1993.01).
- (8) 廣岡栄子, 井上喜雄, 浜崎義弘, 本家浩一, 油圧・機構連成系の振動解析, 日本機械学会計算力学講演会講演論文集, Vol.6th Page.277-278 (1993.11).
- (9) 廣岡栄子, 井上喜雄, 断片線形系の時刻歴応答解析法の研究, 日本機械学会関西支部定時総会講演会講演論文集, Vol.69th No.Pt 3 Page.90-92 (1994.03).
- (10) 廣岡栄子, 井上喜雄, 断片線形系の時刻歴応答解析法の研究(収束性の検討), 日本機械学会機械力学・計測制御部門講演会論文集, Vol.1994 No.A Page.113-116 (1994.06).
- (11) 廣岡栄子, 井上喜雄, 有限要素法による波動現象の解析, 日本機械学会関西支部講演会講演論文集, Vol.253rd Page.131-133 (1994.11).
- (12) 廣岡栄子, 今西悦二郎, 菅野直紀, 断片線形系の時刻歴応答解析法 折れ曲がり点通過アルゴリズムの開発, 日本機械学会機械力学・計測制御部門講演会論文集, Vol.1998 No.B Page.768-771.
- (13) 廣岡栄子, 今西悦二郎, 藤川猛, MCK 形振動方程式に対する高精度・硬安定な時間積分法のマルチボディダイナミクスへの適用, 日本機械学会機械力学・計測制御部門講演会論文集, Vol.2001 No.Pt.6 Page.1169-1173.
- (14) 小野大輔, 廣岡栄子, 緒方剛, 下池利孝, 4Poster 試験装置を利用した加振試験とシミュレーション, 自動車技術会学術講演会前刷集, No.135-10 Page.19-22 (2010.09.29).

- (15) 小野大輔, 廣岡栄子, 緒方剛, 永原将典, ラバースシュの動特性試験技術, 自動車技術会学術講演会前刷集, No.9-11 Page.15-18 (2011.05.18).
- (16) Imanishi, E., Hirooka, E., Zui, H., Inoue, Y. and Ito, H., Study on Simulation of Mechanism Coupled With Hydraulic Power Lines and Its Application to Slewing and Lifting Performance Analysis of Hydraulic Shovel, JSME, Proceedings of International Symposium on Advanced Computers for Dynamics and Design'89, pp.123-128 (1989).
- (17) Hirooka, E., Inoue, Y. and Honke, K., A Study of the Simulation of Link Mechanics. Analysis of the Dynamic Responses in Flexible Robots Proc Int Conf Motion Vib Control, Vol.1, pp.477-482(1992).
- (18) Hirooka, E., Kato, M., Inoue, Y. and Hara, F., Study of Optimization of Orifice Location to Reduce Pressure Pulsations, ASME PVP, Vol.253, pp.97-102(1993).