

高知工科大学
基礎数学ワークブック
(2002年度版)

Series A

No. 4

解答

< 1 ページ. 等差数列の和 >

問1の解答

$$S = 1 + 2 + \cdots + 999 + 1000$$

$$2S = 1001 + 1001 + \cdots + 1001 + 1001 = 1001 \times 1000$$

$$S = \frac{1001 \times 1000}{2} = 500500$$

問2の解答

$$S = 1 + 2 + \cdots + (n-1) + n$$

$$2S = (n+1) + (n+1) + \cdots + (n+1) + (n+1) = (n+1) \times n$$

$$S = \frac{n \times (n+1)}{2}$$

問3の解答

$$S = 2 + 4 + 6 + \cdots + 96 + 98 + 100$$

$$2S = 102 + 102 + \cdots + 102 = 102 \times 50$$

$$S = \frac{102 \times 50}{2} = 2550$$

問4の解答

$$S = 1 + 3 + 5 + \cdots + 95 + 97 + 99$$

$$2S = 100 + 100 + \cdots + 100 = 100 \times 50$$

$$S = \frac{100 \times 50}{2} = 2500$$

< 2 ページ. 等比数列の和 >

問1の解答

$$\begin{array}{r}
 S = 5 + 5 \times 3 + 5 \times 3^2 + \cdots + 5 \times 3^{n-2} + 5 \times 3^{n-1} \\
 -) 3S = \quad 5 \times 3 + 5 \times 3^2 + \cdots + 5 \times 3^{n-2} + 5 \times 3^{n-1} + 5 \times 3^n \\
 \hline
 -2S = 5 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad -5 \times 3^n \\
 \text{よって } S = \frac{5 - 5 \times 3^n}{-2} = \frac{5(3^n - 1)}{2}
 \end{array}$$

問2の解答

$$\begin{array}{r}
 S = a + ar + ar^2 + \cdots + ar^{n-2} + ar^{n-1} \\
 -) rS = \quad ar + ar^2 + \cdots + ar^{n-2} + ar^{n-1} + ar^n \\
 \hline
 (1-r)S = a \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad - ar^n \\
 \text{よって } S = \frac{a - ar^n}{1-r} = \frac{a(r^n - 1)}{r-1}
 \end{array}$$

問3の解答

$$\begin{aligned}
 S &= 1 + 2 + 4 + 8 + \cdots + 2^{n-1} \\
 &= \frac{1 \times (2^n - 1)}{2 - 1} = 2^n - 1
 \end{aligned}$$

問4の解答

$$\begin{aligned}
 S &= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{2^{n-1}} \\
 &= \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}
 \end{aligned}$$

< 3 ページ. 順列 >

問 1 の解答

$$(1) {}_{10}P_3 = 10 \times 9 \times 8 = 720$$

$$(2) {}_6P_4 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$$

$$(3) 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$(4) 6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$

問 2 の解答

$$(1) {}_4P_3 = 4 \times 3 \times 2 = 24 \text{ (通り)}$$

$$(2) 4^3 = 64 \text{ (通り)}$$

< 4 ページ. 組合せ 1 >

問 1 の解答

$$(1) {}_{10}P_4 = 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040 \text{ (通り)}$$

$$(2) {}_{10}C_4 = \frac{{}_{10}P_4}{4!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210 \text{ (通り)}$$

問 2 の解答

$$(1) {}_1C_0 = 1 \quad , \quad {}_1C_1 = 1$$

$$(2) {}_2C_0 = 1 \quad , \quad {}_2C_1 = 2 \quad , \quad {}_2C_2 = 1$$

$$(3) {}_3C_0 = 1 \quad , \quad {}_3C_1 = 3 \quad , \quad {}_3C_2 = 3 \quad , \quad {}_3C_3 = 1$$

$$(4) {}_4C_0 = 1 \quad , \quad {}_4C_1 = 4 \quad , \quad {}_4C_2 = 6 \quad , \quad {}_4C_3 = 4 \quad , \quad {}_4C_4 = 1$$

$$(5) {}_5C_0 = 1 \quad , \quad {}_5C_1 = 5 \quad , \quad {}_5C_2 = 10 \quad , \quad {}_5C_3 = 10 \quad , \quad {}_5C_4 = 5 \quad , \quad {}_5C_5 = 1$$

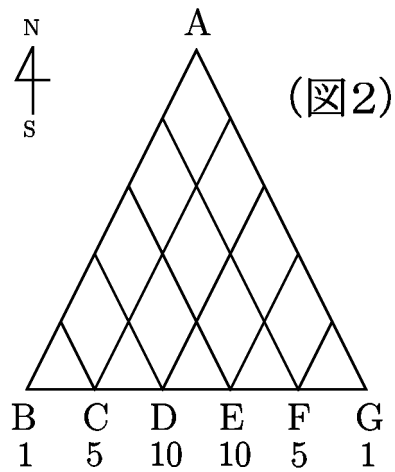
< 5 ページ. 組合せ 2 >

問 1 の解答

(1) ${}_5C_2 = 10$ (通り)

(2) ${}_6C_3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$ (通り)

問 2 の解答

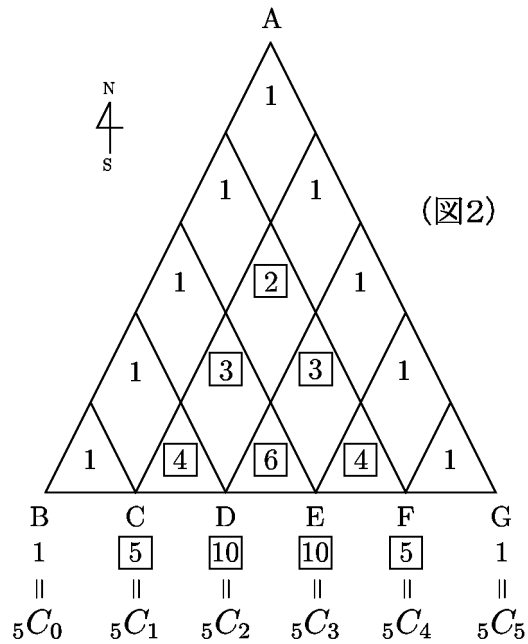


< 6 ページ. 二項定理 1 >

問 1 の解答

$$(a+b)^6 = \boxed{1} a^6 + \boxed{6} a^5b + \boxed{15} a^4b^2 + \boxed{20} a^3b^3 + \boxed{15} a^2b^4 + \boxed{6} ab^5 + \boxed{1} b^6$$

問 2 の解答



問 3 の解答

$$(a+b)^5 = {}_5C_0 a^5b^0 + \boxed{{}_5C_1} a^4b^1 + \boxed{{}_5C_2} a^3b^2 + \boxed{{}_5C_3} a^2b^3 + \boxed{{}_5C_4} a^1b^4 + {}_5C_5 a^0b^5$$

問 4 の解答

$$(a+b)^n = {}_nC_0 a^n b^0 + \boxed{{}_nC_1} a^{n-1} b^1 + \boxed{{}_nC_2} a^{n-2} b^2 + \cdots + \boxed{{}_nC_{n-1}} a^1 b^{n-1} + {}_nC_n a^0 b^n$$

< 7 ページ. 二項定理 2 >

問 1 の解答

$${}_nC_1 = n \quad , \quad {}_nC_2 = \frac{n(n-1)}{2} \quad , \quad {}_nC_{n-1} = n$$

問 2 の解答

$$(a+b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2}a^{n-2}b^2 + \cdots + nab^{n-1} + b^n$$

問 3 の解答

$${}_nC_{n-r} = \frac{n!}{(n-r)!(n-(n-r))!} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

問 4 の解答

$$(1+h)^n = 1 + nh + \frac{n(n-1)}{2}h^2 + \cdots + nh^{n-1} + h^n$$

問 5 の解答

$$(1+h)^n \geq 1 + nh$$

(証明) $h > 0, n \geq 1$ より

$$(1+h)^n = 1 + nh + \frac{n(n-1)}{2}h^2 + \cdots + nh^{n-1} + h^n \geq 1 + nh$$

< 8 ページ. 数列の極限 1 >

問の解答

$$(1) a_{10} = \frac{1}{10} = 0.1$$

$$(2) a_{100} = \frac{1}{100} = 0.01$$

$$(3) a_{1000} = \frac{1}{1000} = 0.001$$

$$(4) \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$$

< 9 ページ. 数列の極限 2 >

問の解答

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{4n} = 0$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 - \frac{1}{n} \right) = 3$$

$$(3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{2n+4} = 0$$

$$(4) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} = 0$$

$$(5) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} = 0$$

$$(6) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{2n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{2 - \frac{1}{n}} = \frac{3}{2}$$

$$(7) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3n - 5}{3n^2 - 2n + 4} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{3}{n} - \frac{5}{n^2}}{3 - \frac{2}{n} + \frac{4}{n^2}} = \frac{2}{3}$$

< 10 ページ. 数列の極限 3 >

問の解答

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} 0.0001n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{10000} = \infty$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + 0.001n} = 0$$

< 11 ページ. 数列の極限 4 >

問 1 の解答

$$(1.01)^n = (1 + 0.01)^n \geq 1 + n \times \boxed{0.01}$$

問 2 の解答

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (1.01)^n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + 0.01)^n = \infty$$

問 3 の解答

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + h)^n = \infty$$

問 4 の解答

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{99}\right)^n = \infty$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} 3 \times (1.1)^n = \infty$$

$$(3) \lim_{n \rightarrow \infty} 4 \times (1.5)^{n-1} = \infty$$

$$(4) \lim_{n \rightarrow \infty} r^n = \infty$$

$$(5) \lim_{n \rightarrow \infty} ar^n = \infty$$

$$(6) \lim_{n \rightarrow \infty} ar^{n-1} = \infty$$

< 12 ページ. 数列の極限 5 >

問 1 の解答

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{99}\right)^n = \infty$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{99}\right)^n} = 0$$

$$(3) \lim_{n \rightarrow \infty} (0.99)^n = 0$$

問 2 の解答

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1+h}\right)^n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(1+h)^n} \\ &= 0 \end{aligned}$$

問 3 の解答

$$(1) r = \frac{1}{1+h}$$

$$\begin{aligned} (2) \lim_{n \rightarrow \infty} r^n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1+h}\right)^n \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(1+h)^n} \\ &= 0 \end{aligned}$$

< 13 ページ. 絶対値 >

問 1 の解答

(1) $|4.5| = 4.5$

(2) $|13.4| = 13.4$

(3) $|-0.5| = 0.5$

(4) $|-3.7| = 3.7$

問 2 の解答

(1) $a > 0$ のとき $|a| = \boxed{a}$

(2) $a = 0$ のとき $|a| = 0$

(3) $a < 0$ のとき $|a| = \boxed{-a}$

問 3 の解答

(1) $a > 3$ のとき $|a - 3| = \boxed{a - 3}$

(2) $a = 3$ のとき $|a - 3| = 0$

(3) $a < 3$ のとき $|a - 3| = \boxed{-a + 3}$

問 4 の解答

(1) $a > b$ のとき $|a - b| = \boxed{a - b}$

(2) $a = b$ のとき $|a - b| = 0$

(3) $a < b$ のとき $|a - b| = \boxed{-a + b}$

問 5 の解答

数直線上の点 a と b との距離

< 14 ページ. 数列の収束・振動 >

問1の解答

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} -\frac{1}{2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{2^n} = 0$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} (-0.99)^n = 0$$

$$(3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(-3)^n} = 0$$

$$(4) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-3)^n}{4^n} = 0$$

問2の解答

$$(1) r > 1 \text{ のとき} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} r^n = \boxed{\infty}$$

$$(2) r = 1 \text{ のとき} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} 1^n = \boxed{1}$$

$$(3) 0 < r < 1 \text{ のとき} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} r^n = \boxed{0}$$

$$(4) r = 0 \text{ のとき} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} 0^n = \boxed{0}$$

$$(5) -1 < r < 0 \text{ のとき} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} r^n = \boxed{0}$$

< 15 ページ. 正・負の無限大 >

問の解答

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} (n^3 - n^4) = \lim_{n \rightarrow \infty} n^4 \left(\frac{1}{n} - 1 \right) = -\infty$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} (n^5 - n^4) = \lim_{n \rightarrow \infty} n^5 \left(1 - \frac{1}{n} \right) = +\infty$$

$$(3) \lim_{n \rightarrow \infty} (4^n - 3^n) = +\infty$$

$$(4) \lim_{n \rightarrow \infty} (4^n - 5^n) = -\infty$$

< 16 ページ. 無限級数 >

問の解答

$$(1) \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \cdots + \frac{1}{3^n} + \cdots$$

$$S_n = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \cdots + \frac{1}{3^n} = \frac{\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3}\right)^n}{1 - \frac{1}{3}}$$

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3}\right)^n}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$$

< 17 ページ. 無限等比級数 >

問 1 の解答

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} r^n = 0 \quad , \quad \lim_{n \rightarrow \infty} r^{n+1} = 0$$

$$(2) S_n = r + r^2 + \cdots + r^n$$

$$\begin{array}{l} S_n = r + r^2 + \cdots + r^n \\ -) rS_n = r^2 + r^3 + \cdots + r^{n+1} \\ \hline (1-r)S_n = r - r^{n+1} \end{array} \quad \Rightarrow \quad S_n = \frac{r - r^{n+1}}{1 - r}$$

$$(3) S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r - r^{n+1}}{1 - r} = \frac{r}{1 - r}$$

問 2 の解答

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} ar^n = 0$$

$$(2) S_n = \frac{a - ar^n}{1 - r}$$

$$(3) a + ar + ar^2 + \cdots + ar^{n-1} \cdots = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a - ar^n}{1 - r} = \frac{a}{1 - r}$$

問 3 の解答

$$(1) \frac{3}{10} + \frac{3}{10} \times \frac{1}{10} + \frac{3}{10} \times \left(\frac{1}{10}\right)^2 + \frac{3}{10} \times \left(\frac{1}{10}\right)^3 + \frac{3}{10} \times \left(\frac{1}{10}\right)^4 + \cdots + \frac{3}{10} \times \left(\frac{1}{10}\right)^{n-1} + \cdots$$

$$= \frac{\frac{3}{10}}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$(2) \frac{36}{100} + \frac{36}{100} \times \frac{1}{100} + \frac{36}{100} \times \left(\frac{1}{100}\right)^2 + \frac{36}{100} \times \left(\frac{1}{100}\right)^3 + \frac{36}{100} \times \left(\frac{1}{100}\right)^4 + \cdots + \frac{36}{100} \times \left(\frac{1}{100}\right)^{n-1} + \cdots$$

$$= \frac{\frac{36}{100}}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{36}{99} = \frac{4}{11}$$

$$(3) 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots + 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \cdots$$

$$= \frac{4}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{4}{\frac{1}{2}} = 8$$

< 18 ページ. 循環小数 1 >

問の解答

(1) $\frac{11}{16} = 0.6875$

(2) $\frac{3}{125} = 0.024$

(3) $\frac{31}{80} = 0.3875$

(4) $\frac{5}{12} = 0.41666\dots = 0.4\dot{1}6$

(5) $\frac{4}{33} = 0.12121212\dots = 0.\dot{1}2$

(6) $\frac{15}{37} = 0.405405405\dots = 0.\dot{4}0\dot{5}$

< 19 ページ. 循環小数 2 >

問の解答

$$(1) 0.\dot{5} = 0.5555 \dots$$

$$= 0.5 + 0.05 + 0.005 + \dots$$

$$= 0.5 + 0.5 \times \frac{1}{10} + 0.5 \times \left(\frac{1}{10}\right)^2 + \dots$$

$$= \frac{0.5}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{0.5}{\frac{9}{10}} = \frac{5}{9}$$

$$(2) 0.\dot{9} = 0.9999 \dots$$

$$= 0.9 + 0.09 + 0.009 + \dots$$

$$= 0.9 + 0.9 \times \frac{1}{10} + 0.9 \times \left(\frac{1}{10}\right)^2 + \dots$$

$$= \frac{0.9}{1 - \frac{1}{10}} = 1$$

$$(3) 0.1\dot{2} = 0.12121212 \dots$$

$$= 0.12 + 0.0012 + 0.000012 + \dots$$

$$= 0.12 + 0.12 \times \frac{1}{100} + 0.12 \times \left(\frac{1}{100}\right)^2 + \dots$$

$$= \frac{0.12}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$$

$$(4) 0.4\dot{3} = 0.434343 \dots$$

$$= \frac{0.43}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{43}{99}$$

$$(5) 0.0\dot{9} = 0.09 + 0.009 + 0.0009 + \dots$$

$$= 0.09 + 0.09 \times \frac{1}{10} + 0.09 \times \left(\frac{1}{10}\right)^2 + \dots$$

$$= \frac{0.09}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{0.9}{9} = 0.1$$

< 20 ページ. 小数の表示 >

問 1 の解答

$$(1) 0.000\dot{9} = 0.001$$

$$(2) 0.0000\dot{9} = 0.0001$$

問 2 の解答

$$(1) 9.\dot{9} = 10$$

$$(2) 0.1\dot{9} = 0.2$$

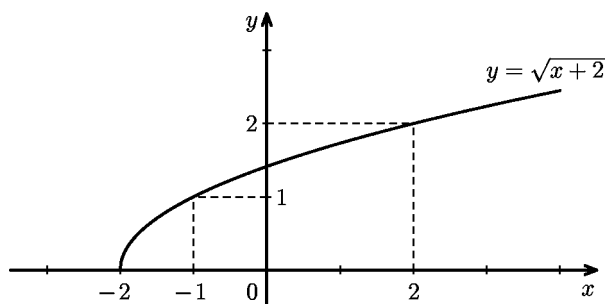
$$(3) 2.78\dot{9} = 2.79$$

$$(4) 5.0123\dot{9} = 5.0124$$

< 21 ページ. 無理関数 1 >

問の解答

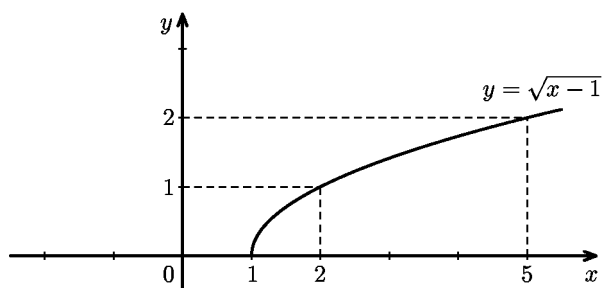
(1)



| | | | | |
|-----|----|----|------------|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 2 |
| y | 0 | 1 | $\sqrt{2}$ | 2 |

定義域： $x \geq -2$ ， 値域： $y \geq 0$

(2)



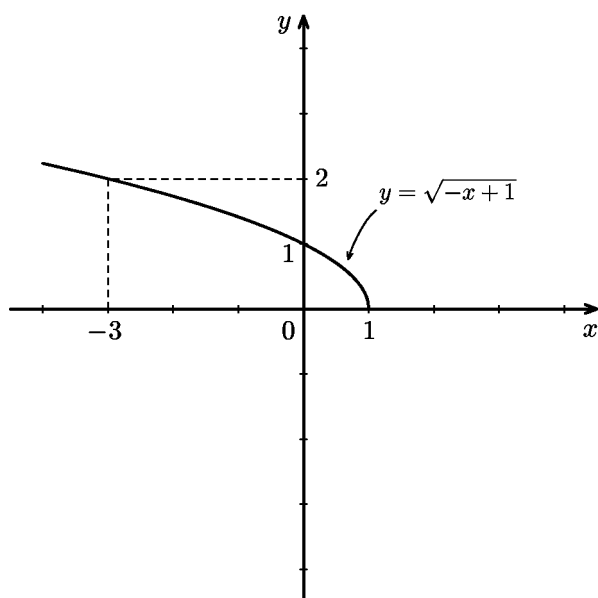
| | | | | |
|-----|---|---------------|---|---|
| x | 1 | 1.25 | 2 | 5 |
| y | 0 | $\frac{1}{2}$ | 1 | 2 |

定義域： $x \geq 1$ ， 値域： $y \geq 0$

< 22 ページ. 無理関数 2 >

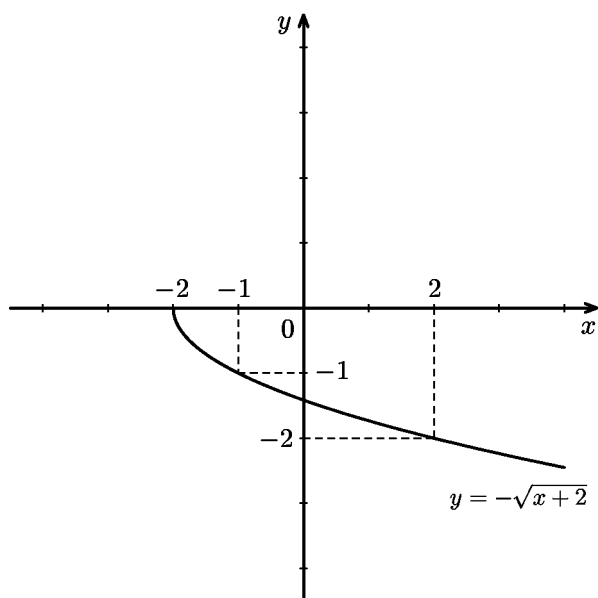
問の解答

(1)



定義域 : $x \leq 1$, 値域 : $y \geq 0$

(2)



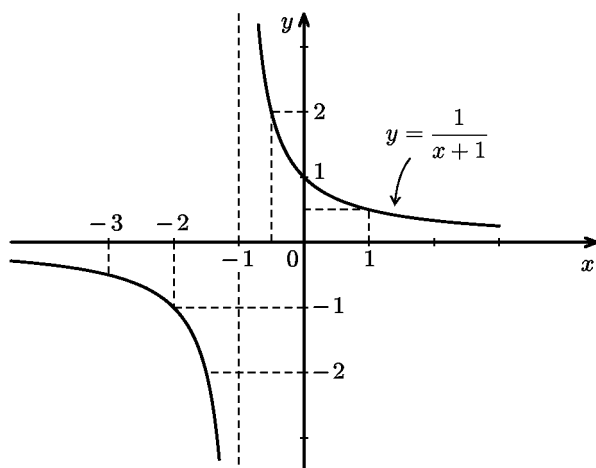
定義域 : $x \geq -2$, 値域 : $y \leq 0$

< 23 ページ. 分数関数 1 >

問の解答

| | | | | | | | |
|-----|----------------|----|------|----|------|---|---------------|
| x | -3 | -2 | -1.5 | -1 | -0.5 | 0 | 1 |
| y | $-\frac{1}{2}$ | -1 | -2 | X | 2 | 1 | $\frac{1}{2}$ |

定義域： $x \neq -1$ ， 値域： $y \neq 0$



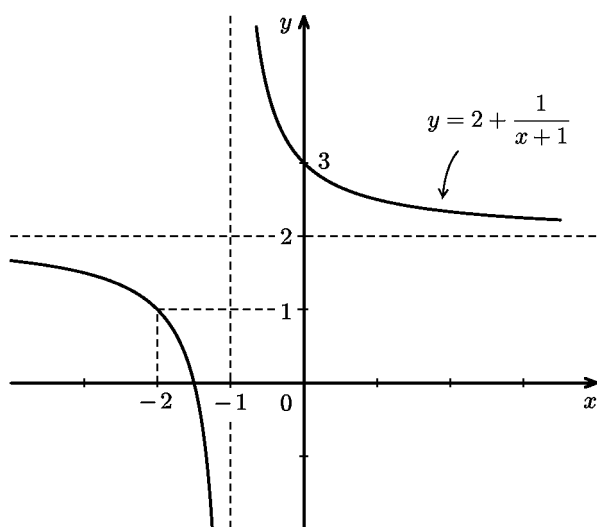
< 24ページ. 分数関数 2 >

問の解答

定義域： $x \neq -1$

値域： $y \neq 2$

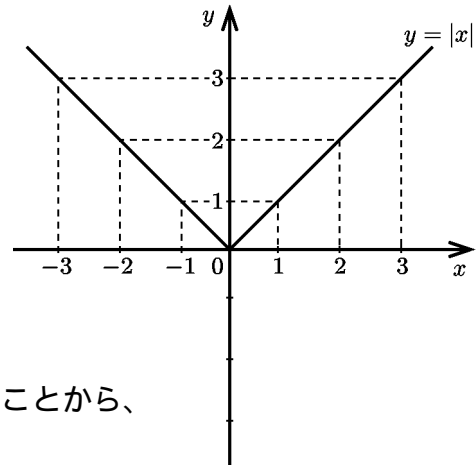
漸近線： $x = -1$, $y = 2$



< 25 ページ. 絶対値のグラフ 1 >

問1の解答

| | | | | | | | |
|-----|----|----|----|---|---|---|---|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| y | 3 | 2 | 1 | 0 | 1 | 2 | 3 |



「右のグラフより、 $y = |x|$ のグラフは

$x \geq 0$ の範囲では、直線 $y = \boxed{x}$ であり

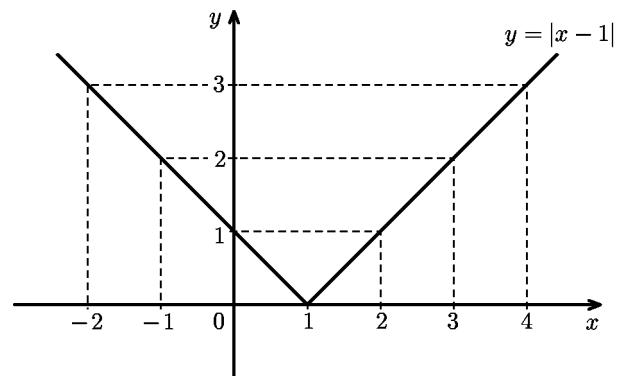
$x < 0$ の範囲では、直線 $y = \boxed{-x}$ であることから、

$$y = |x| = \begin{cases} \boxed{x} & (x \geq 0) \\ \boxed{-x} & (x < 0) \end{cases} \text{ 分かる。}$$

問2の解答

(1)

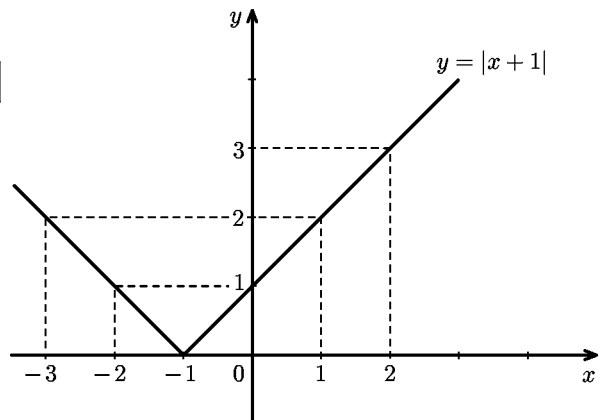
| | | | | | | | | |
|-----|----|----|----|---|---|---|---|---|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| y | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | 1 | 2 | 3 |



(2) $x \geq 1$ のとき $|x - 1| = \boxed{x - 1}$
 $x < 1$ のとき $|x - 1| = \boxed{-x + 1}$

問3の解答

$x \geq -1$ のとき $|x + 1| = \boxed{x + 1}$
 $x < -1$ のとき $|x + 1| = \boxed{-x - 1}$

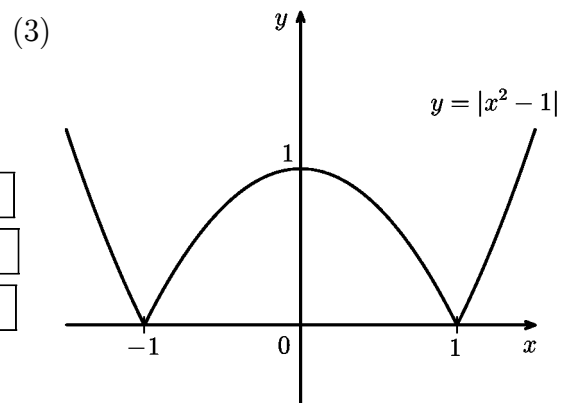


< 26 ページ. 絶対値のグラフ 2 >

問1の解答

| | | | | | | | | |
|-----|-----|----|----|----------------|---|---------------|---|---|
| (1) | x | -2 | -1 | $-\frac{1}{2}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | 1 | 2 |
| | y | 3 | 0 | $\frac{3}{4}$ | 1 | $\frac{3}{4}$ | 0 | 3 |

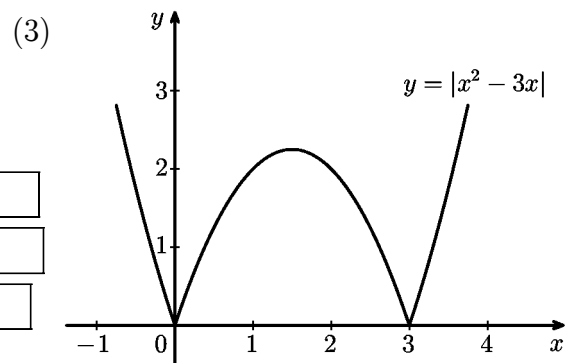
(2) $x \geq 1$ のとき $|x^2 - 1| = \boxed{x^2 - 1}$
 $-1 < x < 1$ のとき $|x^2 - 1| = \boxed{-x^2 + 1}$
 $x < -1$ のとき $|x^2 - 1| = \boxed{x^2 - 1}$



問2の解答

| | | | | | | | |
|-----|-----|----|---|---|---|---|---|
| (1) | x | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| | y | 4 | 0 | 2 | 2 | 0 | 4 |

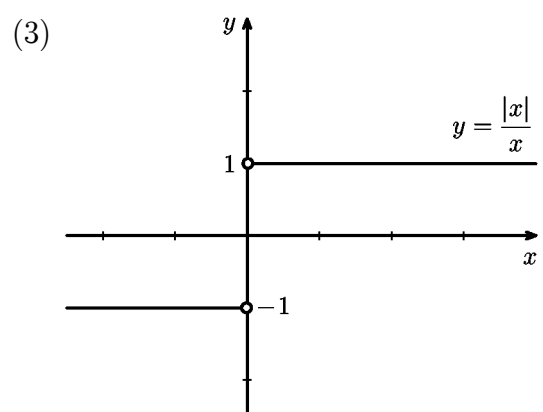
(2) $x \geq 1$ のとき $|x^2 - 3x| = \boxed{x^2 - 3x}$
 $-1 < x < 1$ のとき $|x^2 - 3x| = \boxed{-x^2 + 3x}$
 $x < -1$ のとき $|x^2 - 3x| = \boxed{x^2 - 3x}$



問3の解答

| | | | | | | | | |
|-----|-----|----|----|------|----------|-----|---|---|
| (1) | x | -2 | -1 | -0.5 | 0 | 0.5 | 1 | 2 |
| | y | -1 | -1 | -1 | \times | 1 | 1 | 1 |

(2) $x > 0$ のとき $\frac{|x|}{x} = \boxed{1}$
 $x < 0$ のとき $\frac{|x|}{x} = \boxed{-1}$



< 27ページ. ガウス記号 >

問1の解答

(1) 1

(2) 9

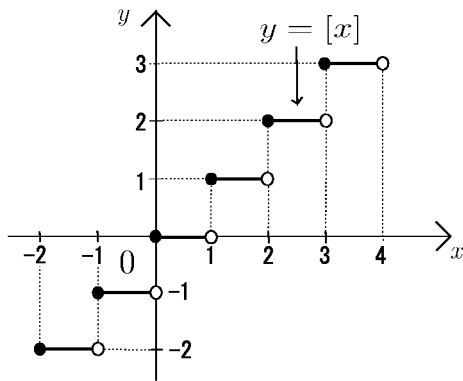
(3) 0

(4) -1

(5) -4

(6) -10

問2の解答



< 28 ページ. 関数の極限 >

問の解答

$$(1) \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x+1} = \sqrt{4} = 2$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \cos x = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \sin x = \sin 0 = 0$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \log_2 x = \log_2 \left(\frac{1}{2} \right) = -1$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{0 - 1}{0 - 1} = 1$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x + 1} = \frac{4 - 2 - 2}{2 + 1} = 0$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-3)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x-3) = 1 - 3 = -2$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x-3)}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -2} (x-3) = -2 - 3 = -5$$

< 29 ページ. 左極限・右極限 1 >

問 1 の解答

$$(1) 10 \text{ の左表現} = 9.\dot{9} \quad , \quad 10 \text{ の右表現} = 10.\dot{0}$$

$$(2) 5.3 \text{ の左表現} = 5.2\dot{9} \quad , \quad 5.3 \text{ の右表現} = 5.3\dot{0}$$

問 2 の解答

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1-0} [x] = 0$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1+0} [x] = 1$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 3-0} [x] = 2$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 3+0} [x] = 3$$

< 30 ページ. 左極限・右極限 2 >

問 1 の解答

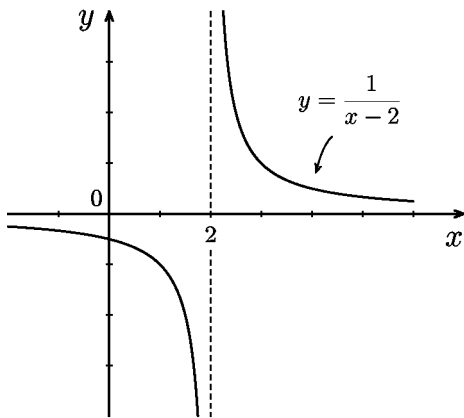
(1) -1

(2) 0

問 2 の解答

(1) $+\infty$

(2) $-\infty$



< 31 ページ. 左極限・右極限 3 >

問の解答

$$(1) \lim_{x \rightarrow -0} |x| = 0 \quad , \quad \lim_{x \rightarrow +0} |x| = 0$$

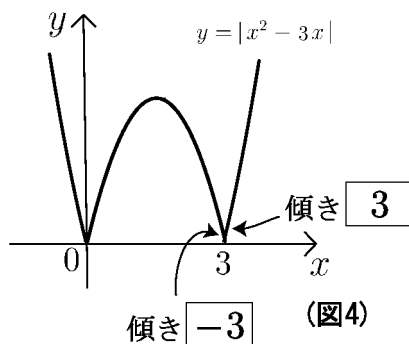
$$(2) \lim_{x \rightarrow -0} \frac{|x|}{x} = -1 \quad , \quad \lim_{x \rightarrow +0} \frac{|x|}{x} = 1$$

< 32 ページ. 左微分係数・右微分係数 >

問の解答

$$f'_+(3) = \lim_{x \rightarrow 3+0} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3+0} \frac{|x^2 - 3x| - |0|}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} x = 3$$

$$f'_-(3) = \lim_{x \rightarrow 3-0} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3-0} \frac{|x^2 - 3x| - |0|}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-x^2 + 3x}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} (-x) = -3$$



< 33 ページ. 弧度法の復習 >

問 1 の解答

| | | | | | | |
|--------------|--------------------|--------------------|----------------------|--------------------|--------------------|-----------|
| 度数法 | 40° | 60° | 90° | 120° | 180° | 360° |
| 弧度法 θ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{2\pi}{3}$ | π | 2π |
| 弧の長さ ℓ | $\frac{1}{4}\pi r$ | $\frac{\pi}{3}r$ | $\frac{\pi}{2}r$ | $\frac{2}{3}\pi r$ | πr | $2\pi r$ |
| 面積 S | $\frac{\pi}{8}r^2$ | $\frac{\pi}{6}r^2$ | $\frac{1}{4}\pi r^2$ | $\frac{\pi}{3}r^2$ | $\frac{\pi}{2}r^2$ | πr^2 |

問 2 の解答

$$\ell = \theta r$$

$$S = \frac{1}{2}\theta r^2$$

< 34 ページ. 三角関数の極限 1 >

問 1 の解答

$$l_1 = \sin \theta \qquad l_3 = \tan \theta$$

問 2 の解答

$$l_2 = \theta$$

問 3 の解答

$$\sin \theta < \theta < \tan \theta$$

問 4 の解答

$$\boxed{\sin \theta} < \theta < \boxed{\frac{\sin \theta}{\cos \theta}}$$

< 35 ページ. 三角関数の極限 2 >

問 1 の解答

$$\cos \theta < \frac{\sin \theta}{\theta} < \boxed{1}$$

問 2 の解答

$$(1) \lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\sin \theta}{\theta} = 1$$

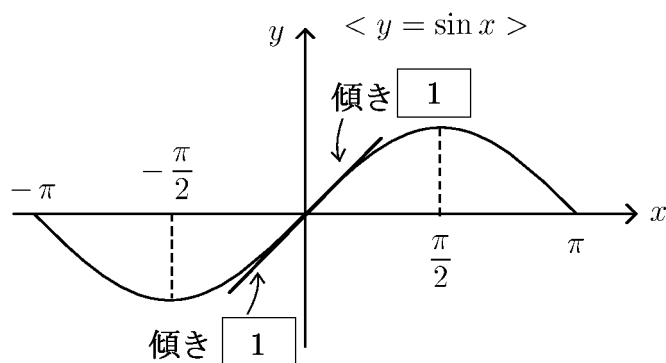
問 3 の解答

$$(2) \lim_{\theta \rightarrow -0} \frac{\sin \theta}{\theta} = \lim_{\theta_1 \rightarrow +0} \frac{\sin(-\theta_1)}{-\theta_1} = \lim_{\theta_1 \rightarrow +0} \frac{-\sin \theta_1}{-\theta_1} = \lim_{\theta_1 \rightarrow +0} \frac{\sin \theta_1}{\theta_1} = 1$$

問 4 の解答

$$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow +0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow +0} \frac{\sin x - \sin 0}{x} = 1$$

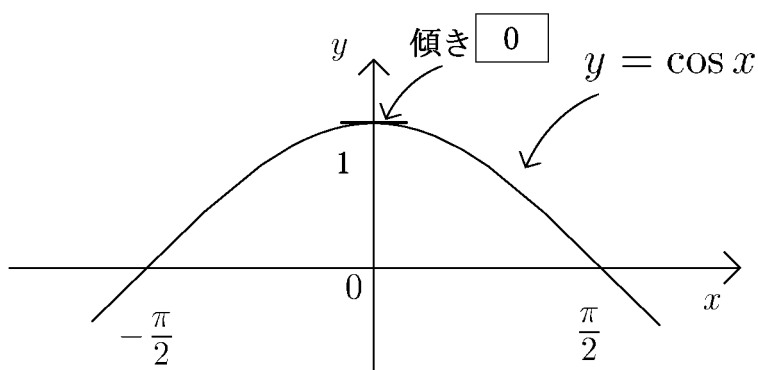
$$f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow -0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow -0} \frac{\sin x - \sin 0}{x} = 1$$



< 36 ページ. 三角関数の極限 3 >

問 1 の解答

$$f'(0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos h - \cos 0}{h} = \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\cos \theta - 1}{\theta} = 0$$



問 2 の解答

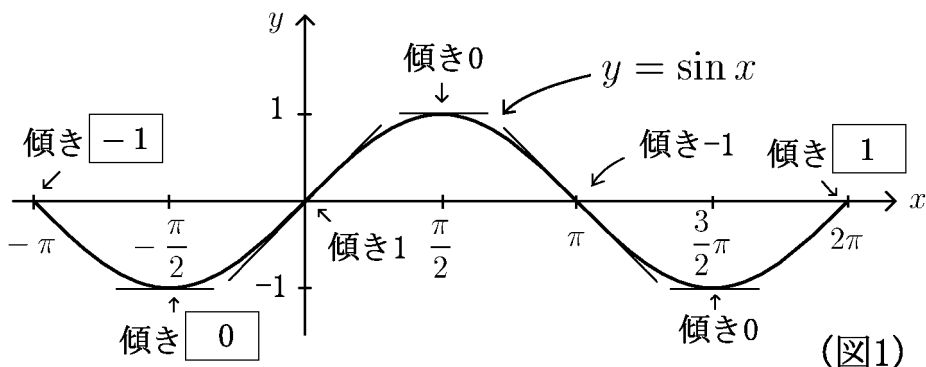
$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin x \cos h + \cos x \sin h - \sin x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \sin x \left(\frac{\cos h - 1}{h} \right) + \cos x \left(\frac{\sin h}{h} \right) \right\} = (\sin x) \times 0 + (\cos x) \times 1 = \cos x \end{aligned}$$

問 3 の解答

$$\begin{aligned} \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\cos(x+\theta) - \cos x}{\theta} &= \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\cos x \cos \theta - \sin x \sin \theta - \cos x}{\theta} \\ &= \lim_{\theta \rightarrow 0} \left\{ \cos x \left(\frac{\cos \theta - 1}{\theta} \right) - \sin x \left(\frac{\sin \theta}{\theta} \right) \right\} \\ &= (\cos x) \times 0 - (\sin x) \times 1 = -\sin x \end{aligned}$$

< 37 ページ. 三角関数の導関数 >

問1の解答



問2の解答

$$(\cos x)' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h} = \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\cos(x+\theta) - \cos x}{\theta} = -\sin x$$

問3の解答

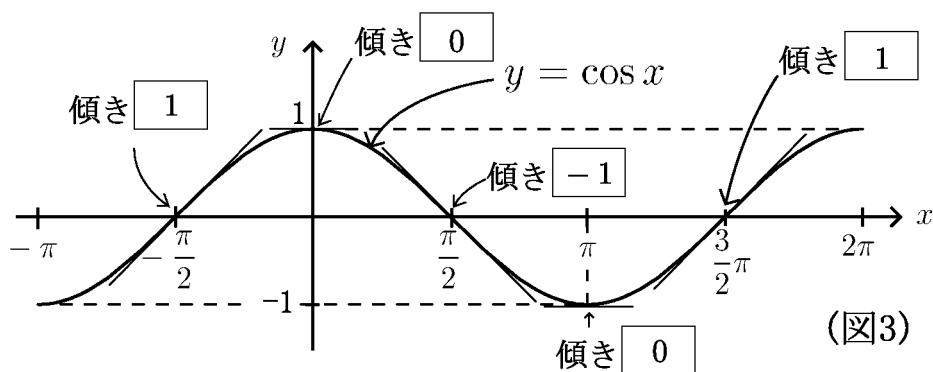
$$x = 0 \text{ のとき } y = \cos x \text{ の傾き} = -\sin 0 = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} \text{ のとき } y = \cos x \text{ の傾き} = -\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$$

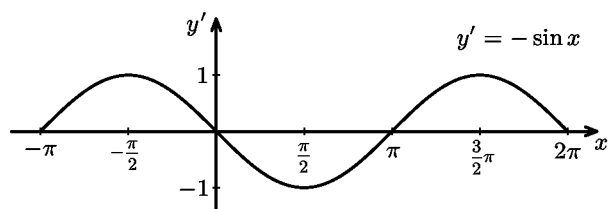
$$x = \pi \text{ のとき } y = \cos x \text{ の傾き} = -\sin(\pi) = 0$$

$$x = \frac{3}{2}\pi \text{ のとき } y = \cos x \text{ の傾き} = -\sin\left(\frac{3}{2}\pi\right) = 1$$

$$x = -\frac{\pi}{2} \text{ のとき } y = \cos x \text{ の傾き} = -\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -(-1) = 1$$



問4の解答



< 38 ページ. ネピアの数 >

問の解答

$$(1) \quad x = 0.001 \text{ のとき} \quad (1+x)^{\frac{1}{x}} = \left(1 + \frac{1}{1000}\right)^{1000}$$

$$x = 0.0001 \text{ のとき} \quad (1+x)^{\frac{1}{x}} = \left(1 + \frac{1}{10000}\right)^{10000}$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow +0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{n \rightarrow +0} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

< 39 ページ. 対数関数の微分 >

問 1 の解答

$$\begin{aligned}
 f'(3) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \{ \log_{10}(3+h) - \log_{10} 3 \} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \log_{10} \left(\frac{3+h}{3} \right) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \log_{10} \left(1 + \frac{h}{3} \right) \\
 &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{3t} \log_{10}(1+t) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{3} \log_{10}(1+t)^{\frac{1}{t}} \quad \left(\frac{h}{3} = t \Leftrightarrow h = 3t \right) \\
 &= \frac{1}{3} \log_{10} e
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \log_{10} \left(1 + \frac{h}{x} \right) \\
 &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{xt} \log_{10}(1+t) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{x} \log_{10}(1+t)^{\frac{1}{t}} \quad \left(\frac{h}{x} = t \Leftrightarrow h = xt \right) \\
 &= \frac{1}{x} \log_{10} e
 \end{aligned}$$

問 2 の解答

$$\text{(答)} \quad \boxed{(\log_a x)' = \frac{1}{x} \log_a e}$$

< 40 ページ. 自然対数 >

問1の解答

$$(1) \frac{1}{x} \log_{10} e \qquad (2) \frac{1}{x} \log_2 e$$

問2の解答

$$(\log_e x)' = \frac{1}{x} \log_e e = \frac{1}{x}$$

問3の解答

$$(1) 1 \qquad (2) \frac{1}{3} \qquad (3) -1 \qquad (4) 0$$

問4の解答

$$(\log x)' = (\log_e x)' = \frac{1}{x}$$

問5の解答

$$f' \left(\frac{1}{e} \right) = \frac{1}{\frac{1}{e}} = e \qquad , \qquad f'(1) = \frac{1}{1} = 1$$

$$f'(2) = \frac{1}{2} \qquad , \qquad f'(e) = \frac{1}{e}$$

