

高知工科大学

基礎数学ワークブック

(2002年度版)

Series A

No. 10

解答

< 1 ページ. スカラーとベクトル >

問 1 の解答

北東の風 3m/s

南東の風 6m/s

問 2 の解答

(1) スカラー

(2) スカラー

(3) スカラー

(4) スカラー

(5) ベクトル

(6) ベクトル

< 2 ページ. 速度の合成 >

問の解答

$$\sin \theta = \frac{3}{5}$$

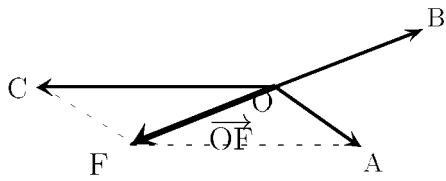
< 3 ページ. ベクトルの表記 >

問の解答

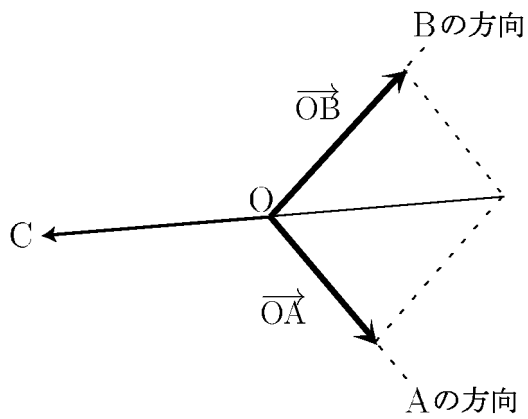
$$\vec{BO} = \vec{AF} = \vec{CD} = \vec{OE}$$

< 4 ページ. 力の合成 >

問1の解答

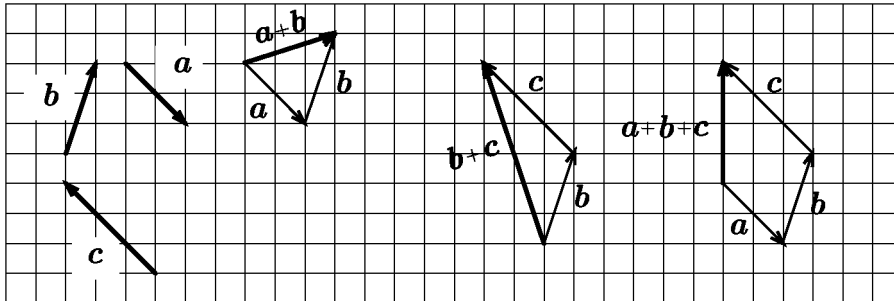


問2の解答



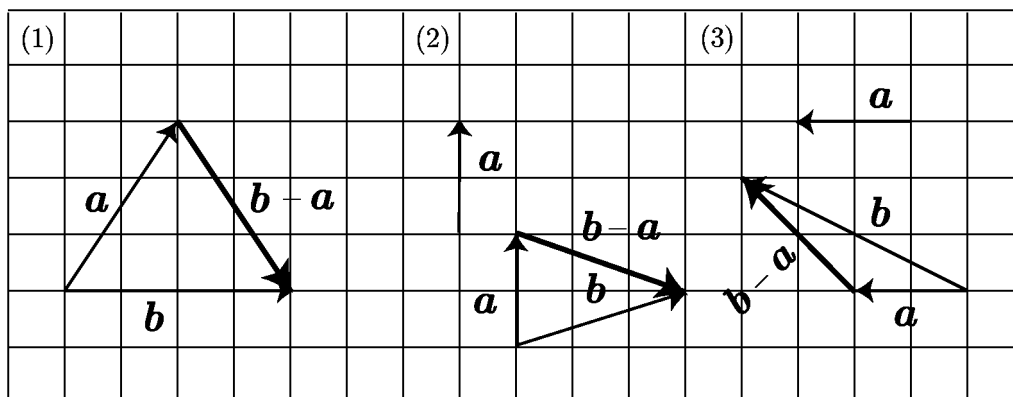
< 5 ページ. 平面のベクトル 1 >

問の解答



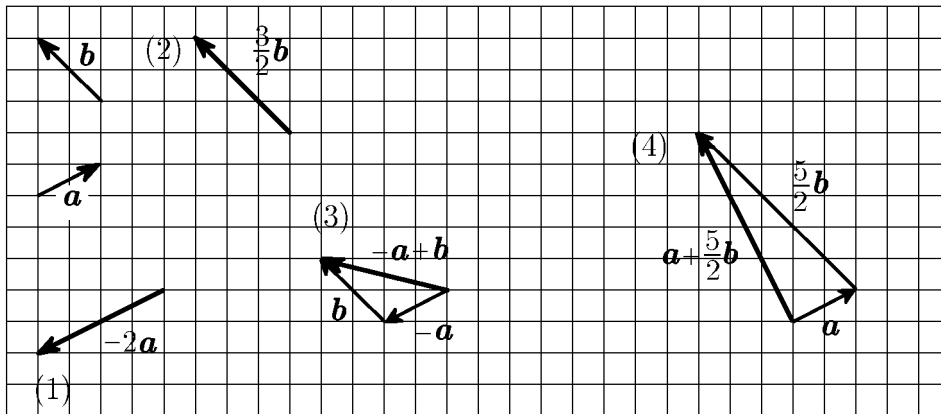
< 6 ページ. 平面のベクトル 2 >

問の解答



< 7 ページ. 平面のベクトル 3 >

問の解答



< 8 ページ. 平面ベクトルの成分 1 >

問の解答

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

< 9 ページ. 平面ベクトルの成分 2 >

問の解答

$$(1) \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{17}, \quad (2) \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad |\overrightarrow{AB}| = 5,$$

$$(3) \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \end{pmatrix}, \quad |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$$

< 10 ページ. 平面ベクトルの成分 3 >

問 1 の解答

$$(1) \mathbf{a} + \mathbf{b} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \end{pmatrix}, \quad (2) \mathbf{a} - \mathbf{b} = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \end{pmatrix}, \quad (3) k\mathbf{a} = \begin{pmatrix} ka_1 \\ ka_2 \end{pmatrix}$$

問 2 の解答

$$(1) \frac{1}{2}\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad (2) -\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 12 \end{pmatrix},$$

$$(3) \mathbf{a} - \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 20 \end{pmatrix}, \quad (4) \mathbf{a} + \frac{2}{3}\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

< 11 ページ. 平面ベクトルの内積 1 >

問の解答

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 4 \times 3 \times \cos 60^\circ = 6 \quad , \quad \mathbf{c} \cdot \mathbf{d} = 9 \times 4 \times \cos 150^\circ = -18\sqrt{3}$$

< 12 ページ. 平面ベクトルの内積 2 >

問の解答

$$(1) \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2, \quad (2) \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AC} = 3, \quad (3) \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 2$$

$$(4) \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{MA} = 0, \quad (5) \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = -1$$

< 13 ページ. 平面ベクトルの内積の成分表示 1 >

問1の解答

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\{OA^2 + OB^2 - AB^2\} &= \frac{1}{2}\{(a_1^2 + a_2^2) + (b_1^2 + b_2^2) - (b_1 - a_1)^2 - (b_2 - a_2)^2\} \\ &= \frac{1}{2}\{a_1^2 + a_2^2 + b_1^2 + b_2^2 - (b_1^2 - 2b_1a_1 + a_1^2) - (b_2^2 - 2b_2a_2 + a_2^2)\} \\ &= \frac{1}{2}\{2a_1b_1 + 2a_2b_2\} = a_1b_1 + a_2b_2\end{aligned}$$

問2の解答

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1b_1 + a_2b_2$$

< 14 ページ. 平面ベクトルの内積の成分表示 2 >

問1の解答

$$(1) \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 23, \quad (2) \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0 \Rightarrow \mathbf{a} \perp \mathbf{b}, \quad (3) \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0 \Rightarrow \mathbf{a} \perp \mathbf{b}$$

問2の解答

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ など}$$

< 15 ページ. 平面ベクトルのなす角 >

問 1 の解答

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}||\mathbf{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$$

問 2 の解答

$$(1) \quad \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (\text{答}) \quad \theta = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$$

$$(2) \quad \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (\text{答}) \quad \theta = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

$$(3) \quad \cos \theta = 0 \quad (\text{答}) \quad \theta = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$$

< 16 ページ. 平面ベクトルの位置関係 >

問の解答

$$(1) \quad a_1 = |\mathbf{a}| \cos \alpha, \quad a_2 = |\mathbf{a}| \sin \alpha$$

$$(2) \quad b_1 = |\mathbf{b}| \cos \beta, \quad b_2 = |\mathbf{b}| \sin \beta$$

$$\begin{aligned} (3) \quad |\mathbf{a}| \times |\mathbf{b}| \times \sin(\beta - \alpha) &= |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| (\sin \beta \cos \alpha - \cos \beta \sin \alpha) \\ &= |\mathbf{a}| \cos \alpha \times |\mathbf{b}| \sin \beta - |\mathbf{a}| \sin \alpha \times |\mathbf{b}| \cos \beta = a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{aligned}$$

< 17 ページ. 平面ベクトルの位置関係 2 >

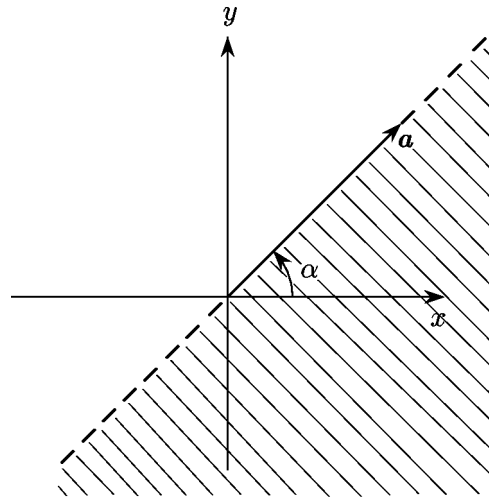
問の解答

a と b は平行

問 1 の解答

右図の斜線部分

ただし境界は含まない。



< 18 ページ. 平面ベクトルと平行四辺形の面積 >

問 1 の解答

$$(1) h = |\mathbf{b}| \sin(\beta - \alpha)$$

$$(2) S = |\mathbf{a}| \times h = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \sin(\beta - \alpha) = a_1 b_2 - a_2 b_1$$

問 2 の解答

$$S = b_1 a_2 - b_2 a_1 \quad \left(= -(a_1 b_2 - a_2 b_1) \right)$$

< 19 ページ.2 次の行列式 >

問 1 の解答

$$(1) \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 5 \times 3 - 2 \times 4 = 7, \quad (2) \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} = 3 \times 4 - (-1) \times (-5) = 7$$

問 2 の解答

$$\frac{b_1}{a_1} = k \text{ より } b_1 = ka_1 \dots$$

一方 $a_1b_2 - a_2b_1 = 0$ の両辺を a_1 で割ると

$$b_2 - \frac{a_2b_1}{a_1} = 0 \Leftrightarrow b_2 = \frac{b_1}{a_1}a_2 \Leftrightarrow b_2 = ka_2 \dots$$

, より

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka_1 \\ ka_2 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = k\mathbf{a} \quad \underline{\text{(答) } \mathbf{b} = k\mathbf{a}}$$

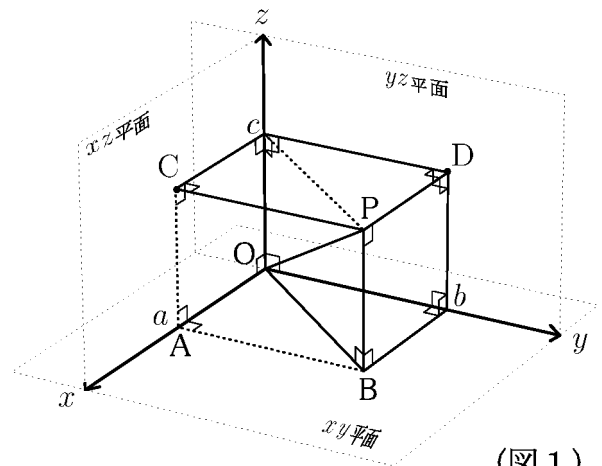
< 20 ページ. 空間座標 >

問 1 の解答

$$AC = c \quad , \quad CD = \sqrt{a^2 + b^2} \quad ,$$

$$AD = \sqrt{(AC)^2 + (CD)^2} = \sqrt{c^2 + a^2 + b^2}$$

$$\left(= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \right)$$



(図 1)

問 2 の解答

$$PA = x_2 - x_1 \quad , \quad AB = y_2 - y_1 \quad , \quad BQ = z_2 - z_1$$

$$PB = \sqrt{(PA)^2 + (AB)^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

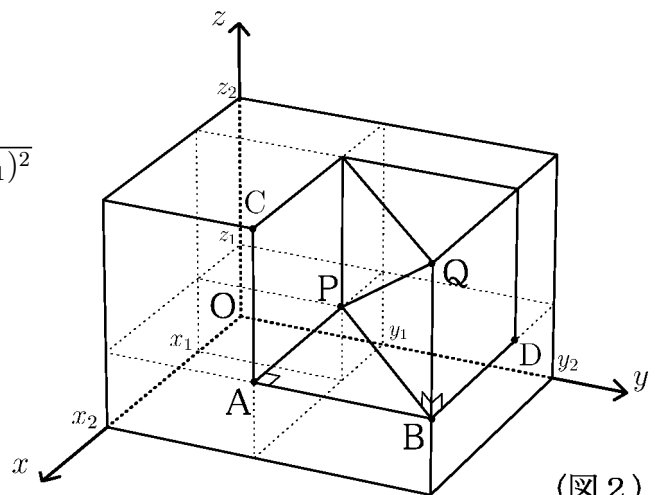
$$PQ = \sqrt{(PB)^2 + (BQ)^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

問 3 の解答

$$AC = z_2 - z_1$$

$$AD = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$CD = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



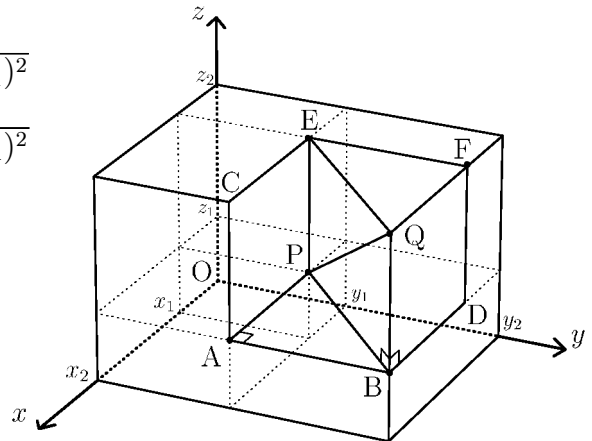
(図 2)

< 21 ページ. 空間座標と距離 >

問 1 の解答

$$BE = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$AF = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



問 2 の解答

$$(1) \quad OA = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}, \quad OB = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}$$

$$AB = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad OA^2 + OB^2 - AB^2 &= a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 \\ &\quad - \{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2\} \\ &= 2a_1b_1 + 2a_2b_2 + 2a_3b_3 \end{aligned}$$

< 22 ページ. 空間のベクトル 1 >

問 1 の解答

$$(1) \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{GF} \quad , \quad (2) \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{DF}$$

問 2 の解答

$$(1) \overrightarrow{OG} = \mathbf{a} + \mathbf{c} \quad , \quad (2) \overrightarrow{OD} = \mathbf{a} + \mathbf{b} \quad , \quad (3) \overrightarrow{OF} = \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$$

$$(4) \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{OD} = \mathbf{a} + \mathbf{b} \quad , \quad (5) \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{EO} = -\mathbf{b} - \mathbf{c} \quad , \quad (6) \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{EO} + \overrightarrow{OA} \\ = -\mathbf{b} - \mathbf{c} + \mathbf{a}$$

< 23 ページ. 空間のベクトル 2 >

問 1 の解答

$$\overrightarrow{OA_1} = \begin{pmatrix} a_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{OA_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ a_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{OA_3} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

問 2 の解答

$$(1) |\mathbf{a}| = \sqrt{3^2 + 2^2 + 6^2} = \sqrt{49} = 7 \quad , \quad (2) |\mathbf{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

< 24 ページ. 空間のベクトル 3 >

問の解答

$$(1) \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad , \quad (2) \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \\ b_3 - a_3 \end{pmatrix}$$

< 25 ページ.空間のベクトル 4 >

問の解答

$$(1) \quad \vec{OA} + \vec{OB} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad (2) \quad \vec{OA} + \vec{OB} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{OB} - \vec{OA} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad \vec{OB} - \vec{OA} = \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \\ b_3 - a_3 \end{pmatrix}$$

$$2\vec{OB} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad 3\vec{OA} = \begin{pmatrix} 3a_1 \\ 3a_2 \\ 3a_3 \end{pmatrix}$$

< 26 ページ. 空間のベクトル 5 >

問 1 の解答

$$(1) \mathbf{a} + \mathbf{b} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix}, (2) \mathbf{a} - \mathbf{b} = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \\ a_3 - b_3 \end{pmatrix}, (3) k\mathbf{a} = \begin{pmatrix} ka_1 \\ ka_2 \\ ka_3 \end{pmatrix}$$

問 2 の解答

$$(1) \mathbf{a} + \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad (2) \mathbf{a} - \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = 5$$

$$|\mathbf{a} - \mathbf{b}| = 3$$

$$(3) 3\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \qquad (4) \mathbf{a} - 2\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|3\mathbf{a}| = 3\sqrt{14}$$

$$|\mathbf{a} - 2\mathbf{b}| = \sqrt{10}$$

< 27 ページ. 空間ベクトルの内積 1 >

問の解答

$$(1) \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AF} = 0 \quad , \quad (2) \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DE} = 1 \quad , \quad (3) \overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AG} = 1$$

$$(4) \overrightarrow{CO} \cdot \overrightarrow{BG} = -1 \quad , \quad (5) \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{CE} = 1 \quad , \quad (6) \overrightarrow{DF} \cdot \overrightarrow{DE} = 1$$

< 28 ページ. 空間ベクトルの内積 2 >

問 1 の解答

$$OA^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 \quad , \quad OB^2 = b_1^2 + b_2^2 + b_3^2$$

$$AB^2 = (b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2$$

問 2 の解答

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \{OA^2 + OB^2 - AB^2\} \\ &= \frac{1}{2} \{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 - (b_1 - a_1)^2 - (b_2 - a_2)^2 - (b_3 - a_3)^2\} \\ &= \frac{1}{2} \{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 - (b_1^2 - 2b_1a_1 + a_1^2) \\ & \quad - (b_2^2 - 2b_2a_2 + a_2^2) - (b_3^2 - 2b_3a_3 + a_3^2)\} \\ &= \frac{1}{2} \{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 - b_1^2 + 2b_1a_1 - a_1^2 \\ & \quad - b_2^2 + 2b_2a_2 - a_2^2 - b_3^2 + 2b_3a_3 - a_3^2\} \\ &= \frac{1}{2} \{2a_1b_1 + 2a_2b_2 + 2a_3b_3\} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 \end{aligned}$$

問 3 の解答

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

< 29 ページ. 空間ベクトルの内積 3 >

問の解答

$$(1) \cos \theta = \frac{4 + 2 + 15}{\sqrt{1 + 4 + 9} \sqrt{16 + 1 + 25}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ より (答) } \theta = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$$

$$(2) \cos \theta = \frac{-4 + 0}{\sqrt{4 + 4} \sqrt{4}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ より (答) } \theta = 135^\circ = \frac{3\pi}{4}$$

$$(3) \cos \theta = \frac{-1 - 1 - 1}{\sqrt{1 + 1 + 1} \sqrt{1 + 1 + 1}} = -1 \text{ より (答) } \theta = 180^\circ = \pi$$

< 30 ページ. 平面の方程式 1 >

問の解答

$$(1) 3(x - 2) + 2(y + 1) + z - 3 = 0 \quad (\text{答}) \quad 3x + 2y + z - 7 = 0$$

$$(2) a(x - q_1) + b(y - q_2) + c(z - q_3) = 0 \quad (\text{答}) \quad ax + by + cz - aq_1 - bq_2 - cq_3 = 0$$

< 31 ページ. 平面の方程式 2 >

問の解答

(1) 原点 $(0, 0, 0)$ を通り $n = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ に垂直な平面

(2) 点 $(0, 1, 0)$ を通り $n = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ に垂直な平面

(3) 点 $(2, 0, 0)$ (または $(0, 0, \frac{10}{7})$ 等) を通り $n = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$ に垂直な平面

< 32 ページ. 空間の平行四辺形 1 >

問の解答

$$\begin{aligned}(1) \quad S^2 &= |\mathbf{a}|^2 \times |\mathbf{b}|^2 - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})^2 \\ &= (1+4+9) \times (4+9+16) - (2+6+12)^2 = 14 \times 29 - 20^2 = 406 - 400 = 6\end{aligned}$$

$$(答) \quad S = \sqrt{6}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad S^2 &= |\mathbf{a}|^2 \times |\mathbf{b}|^2 - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})^2 \\ &= (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2) \times (1+1) - (a_1 - a_2)^2 \\ &= 2a_1^2 + 2a_2^2 + 2a_3^2 - (a_1^2 - 2a_1a_2 + a_2^2) \\ &= a_1^2 + a_2^2 + 2a_3^2 + 2a_1a_2\end{aligned}$$

$$(答) \quad S = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_3^2 + 2a_1a_2}$$

< 33 ページ. 空間の平行四辺形 2 >

問 1 の解答

$$S^2 = \{a_1b_2 - a_2b_1\}^2 + \{a_2b_3 - a_3b_2\}^2 + \{a_3b_1 - a_1b_3\}^2$$

問 2 の解答

$$S^2 = \left\{ \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \right\}^2 + \left\{ \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} \right\}^2 + \left\{ \begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} \right\}^2$$

問 3 の解答

$$S = \sqrt{\left(\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \right)^2 + \left(\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} \right)^2 + \left(\begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} \right)^2}$$

< 34 ページ. 外積 1 >

問の解答

$$(1) \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 = 20$$

$$(2) \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 0 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 1 \times 1 + 3 \times (-1) + 5 \times 0 = -2$$

< 35 ページ. 外積 2 >

問 1 の解答

$$(1) \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{pmatrix} \left| \begin{array}{cc} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{array} \right| \\ \left| \begin{array}{cc} 3 & 5 \\ 1 & 1 \end{array} \right| \\ \left| \begin{array}{cc} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{array} \right| \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ より} \quad (2) \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{pmatrix} \left| \begin{array}{cc} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{array} \right| \\ \left| \begin{array}{cc} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{array} \right| \\ \left| \begin{array}{cc} 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{array} \right| \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ より}$$

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{a} = 1 \times 1 + (-2) \times 2 + 1 \times 3 = 0$$

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{a} = -2 \times 3 + 4 \times 2 + (-2) \times 1 = 0$$

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{b} = 1 \times 1 + (-2) \times 3 + 1 \times 5 = 0$$

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{b} = -2 \times 1 + 4 \times 0 + (-2) \times (-1) = 0$$

問 2 の解答

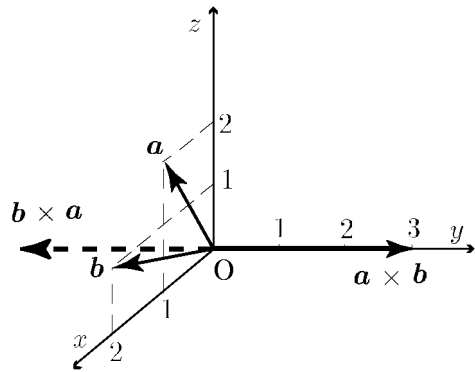
$$\begin{aligned} (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{b} &= \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \\ &= (a_2 b_3 - a_3 b_2) b_1 + (a_3 b_1 - a_1 b_3) b_2 + (a_1 b_2 - a_2 b_1) b_3 \\ &= a_2 b_1 b_3 - a_3 b_1 b_2 + a_3 b_1 b_2 - a_1 b_2 b_3 + a_1 b_2 b_3 - a_2 b_1 b_3 = 0 \end{aligned}$$

< 36 ページ. 外積 3 >

問の解答

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{b} \times \mathbf{a} = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$$



< 37 ページ. 外積 4 >

問の解答

$$(1) \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -11 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad (2) \mathbf{b} \times \mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 11 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$(3) (k\mathbf{a}) \times \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2k \\ -11k \\ 5k \end{pmatrix}, \quad (4) \mathbf{a} \times 3\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{0}$$

< 38 ページ. 平行六面体の体積 >

問の解答

$$(1) (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ -7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} = 27$$

$$(2) (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = 0$$

< 39 ページ.3 次の行列式 >

問の解答

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 10 \\ 2 & -1 & 10 \\ 3 & 0 & 10 \end{vmatrix} = 1 \times (-1) \times 10 + 2 \times 0 \times 10 + 3 \times (-2) \times 10 - 1 \times 0 \times 10 - 2 \times (-2) \times 10 - 3 \times (-1) \times 10 = 0$$

< 40 ページ. サラスの方法 >

問の解答

$$(1) \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{vmatrix} = -2 \quad , \quad (2) \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = -7$$

$$(3) \begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 3 \end{vmatrix} = -6 \quad , \quad (4) \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -21$$